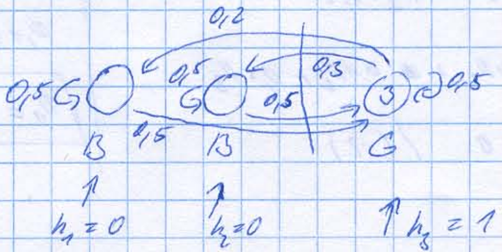
Fritchmanov model kanála s 1 dobrým a 2 chybnými stavmi daný maticou prechodov

PMTLK p.

Doplňte hodnoty, nakreslite model a vypočítajte pravdepodobnosť generovania správneho slova dĺžky 2.

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & & \\ & 0{,}5 & \\ & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

začneme modelom



→ 3. stav, lebo existuje prechod 3-2 (?)

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$p(2) = \Pi (PH)^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$PH = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}5 \\ 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$(PH)^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0{,}25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0{,}25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}25 \\ 0{,}25 \\ 0{,}25 \end{pmatrix}$$

$$p(2) = (\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) \begin{pmatrix} 0{,}25 \\ 0{,}25 \\ 0{,}25 \end{pmatrix} = 0{,}25\,\Pi_1 + 0{,}25\,\Pi_2 + 0{,}25\,\Pi_3 =$$

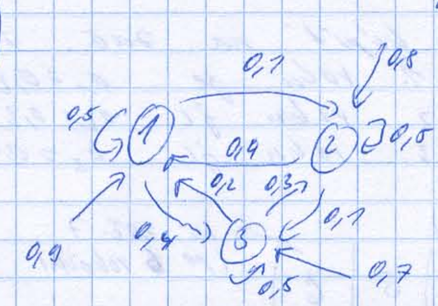
$$= 0{,}25(\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3) = 0{,}25 \cdot 1 = \underline{\underline{0{,}25}}$$

zovšeobec. Mark. model bin. chybovosti daný mat. prechodov a mat. chýb.

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & & 0{,}4 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & \\ & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

doplňte hodnoty, nakreslite model a vyp. pravdep. správ. slova dĺž. 2

$$H^2 \begin{pmatrix} 0{,}9 & & 0 \\ & 0{,}8 & \\ 0 & & 0{,}7 \end{pmatrix}$$



$$\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 = 1 \quad (1)$$

$$p(2) = (\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) \cdot (PH)^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0{,}4 & 0{,}5 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}5 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}8 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}7 \end{pmatrix}$$

$$\Pi_1 = \Pi_1 \cdot 0{,}5 + \Pi_2 \cdot 0{,}4 + \Pi_3 \cdot 0{,}2 \quad (2)$$

$$\Pi_2 = \Pi_1 \cdot 0{,}1 + \Pi_2 \cdot 0{,}5 + \Pi_3 \cdot 0{,}3 \quad (3)$$

$$\Pi_3 = \Pi_1 \cdot 0{,}4 + \Pi_2 \cdot 0{,}1 + \Pi_3 \cdot 0{,}5 \quad (4)$$

$\pi_1 = 1 - \pi_2 - \pi_3$

(3): $\pi_2 = 0{,}1 - 0{,}1\pi_2 - 0{,}1\pi_3 + 0{,}5\pi_2 + 0{,}3\pi_3$

$0{,}1 = \pi_2(1 + 0{,}1 - 0{,}5) + \pi_3(0{,}1 - 0{,}3)$

$0{,}1 = \pi_2 \cdot 0{,}6 - \pi_3 \cdot 0{,}2$

(4): $\pi_3 = 0{,}4 - 0{,}4\pi_2 - 0{,}4\pi_3 + 0{,}1\pi_2 + 0{,}5\pi_3$

$0{,}4 = \pi_2 \cdot 0{,}3 + \pi_3 \cdot 0{,}9 \quad / \cdot(-2)$

$0{,}1 = \pi_2 \cdot 0{,}6 - \pi_3 \cdot 0{,}2$

$-0{,}8 = -\pi_2 \cdot 0{,}6 - \pi_3 \cdot 1{,}8$

$-0{,}7 = 0 - \pi_3 \cdot 2$

$\boxed{\pi_3 = 0{,}35}$

$0{,}1 = \pi_2 \cdot 0{,}6 - 0{,}07$

$\boxed{\pi_2 = \frac{0{,}17}{0{,}6}}$

$\boxed{\pi_1 = 1 - 0{,}35 - \frac{0{,}17}{0{,}6}}$

Máme zovšeob. Mark. model bin. chybovosti daný P a H

$P = \begin{pmatrix} 0{,}7 & \\ & 0{,}2 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} 0{,}8 & \\ & 0{,}5 \end{pmatrix}$

doplňte hodnoty, nakreslite model a vypočítajte rekurentný vzťah pre $p(n)$ s krokom rekurencie 2.

$P = \begin{pmatrix} 0{,}6 & \\ & 0{,}3 \end{pmatrix} \qquad H = \begin{pmatrix} 0{,}8 & \\ & 0{,}5 \end{pmatrix} \rightarrow$ doplniť, nakresliť, explicitný vzťah pre výpočet konštánt $b_{i,j}$ len naznačte

napr. vyjde $p(n) = b_{11} \cdot 0{,}84^n + b_{21} \cdot 0{,}16^n$

$p(0) = 1 = b_{11} \cdot 0{,}84^0 + b_{21} \cdot 0{,}16^0$

$p(1) = \pi (PH)^1 \binom{1}{1} = b_{11} \cdot 0{,}84^1 + b_{21} \cdot 0{,}16^1$

vypočítať π_1, π_2 z matice P

Podnik začína so stavom 100 nových zariadení. Plánujú následovné:
- zachovať rovnaký počet zariadení násl. 5 rokov
- na zač. 6. roku chcú zvýšiť počet na 120 a pokračovať s týmto počtom ďalších 5 rokov.

Koľko nových zariadení musia kúpiť na zač. 7. roku ak pravdepod., že zariadenie zlyhá v 1. roku je $a_1 = 0{,}2$
v 2. roku je $a_2 = 0{,}3$
v 3. roku je $a_3 = 0{,}5$
} životnosť max. 3 roky
T = 3 roky

$r_1 = a_2 + a_3 = 0{,}8$

$r_2 = a_3 = 0{,}5$

po roku (zač. 2. roku)

na zač. 7 (po 6 rokoch)

vek \ obdobie	0	1	2	3	4	5	6
0	100	20	34	63	33	63	54
1	0	80	16	27	50	26	50
2	0	0	50	10	17	31	16
	100	100	100	100	100	120	120

→ výsledok

závod na výrobu súčiastok dodáva určitý druh súčiastok s mesačnou spotrebou u odberateľa 200.000 kusov. $\forall$ veličiny sú úplne známe a deterministické. Ak nie je prípustný deficit vypočítajte opt. dodávky ak náklady na skladovanie jedného kusa sú 10 korún / mesiac a ~~ak~~ náklady na dodávku sú 1000 korún. $\boxed{\text{PRÍKL p.}}$

$r = 200.000$ ks / mesiac

$c_s = 10$ sk / mesiac

$c_d = 1000$ sk / dodávka

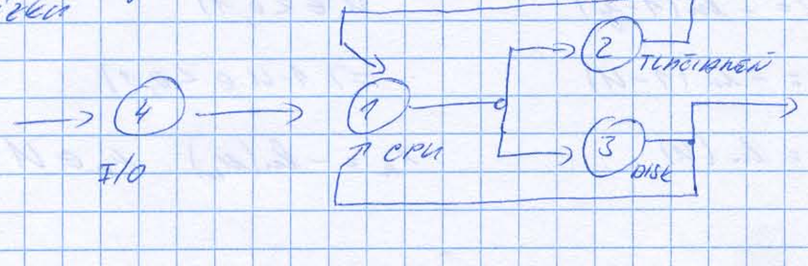
$Q_{opt} = ?$

$$Q_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot r \cdot c_d}{c_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200\,000 \cdot 1000}{10}} =$$

$$= \sqrt{40\,000\,000} = 1000 \cdot \sqrt{40} \text{ kusov}$$

$\Rightarrow$ pozrieť aj citlivosť na dodávky, kt. budú $\pm 10\%$ (str. 10. kap.)

Máme sieť zloženú zo 4 systémov hromadnej obsluhy, každý s 1 serverom a neobmedzeným počtom možných pož. v systéme. Zapojenie je podľa obrázku



čas obsluhy v každom systéme má exp. rozdelenie s priemermy

$\tau_1 = 0{,}04$ s

$\tau_2 = 0{,}03$ s

$\tau_3 = 0{,}06$ s

$\tau_4 = 0{,}05$ s

medziprichodový čas je tiež exp. rozdelený s parametrom $\lambda = 4$ pož/s

pravdepodobnosti prechodov sú: $r_{12} = r_{13} = 0{,}5$, $r_{41} = r_{21} = 1$, $r_{31} = 0{,}6$

Vypočítajte aký je stredný čas čakania na vstupe tejto siete. ($W_4 = ?$)

$\mu_1 = 25/s$

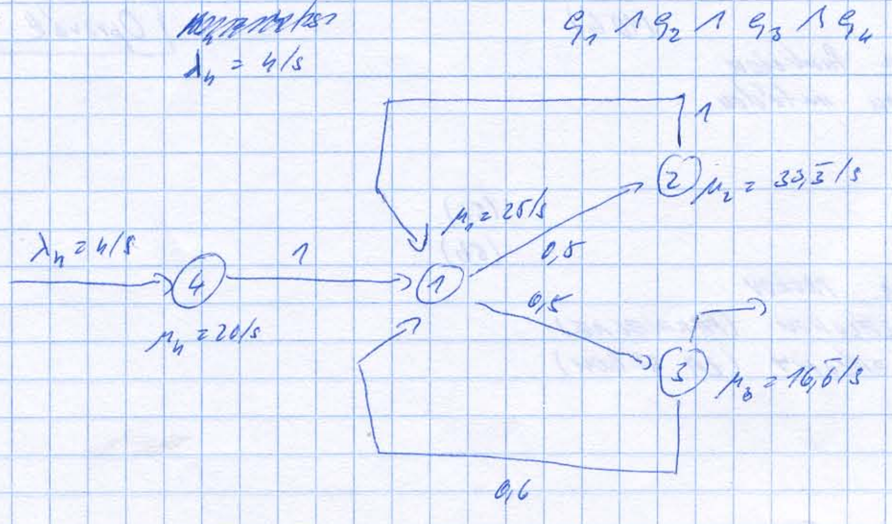
$\mu_4 = 20/s$

$\mu_2 = 33{,}\bar{3}/s$

$\mu_3 = 16{,}\bar{6}/s$

$\lambda_4 = 4/s$

$\rho_1 \wedge \rho_2 \wedge \rho_3 \wedge \rho_4 < 1$?



$\forall$ M/M/1/∞

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_4 + \lambda_2 + 0{,}6\lambda_3 \\ \lambda_2 &= 0{,}5\,\lambda_1 \\ \lambda_3 &= 0{,}5\,\lambda_1 \\ \lambda_4 &= 4/s \end{aligned}\right\}$$

$\lambda_1 = 4 + 0{,}5\,\lambda_1 + 0{,}6 \cdot 0{,}5\,\lambda_1$

$\lambda_1 (1 - 0{,}5 - 0{,}3) = 4 / 0{,}2 = \underline{\underline{20/s}}$

$\lambda_2 = \underline{\underline{10/s}}$

$\lambda_3 = \underline{10/s}$

$\varrho_1 = \frac{20}{25} < 1$ $\varrho_2 = \frac{10}{33,3} < 1$ $\varrho_3 = \frac{10}{16,6} < 1$ $\varrho_4 = \frac{4}{20} < 1$

$$w_4 = \frac{\frac{\varrho_4^2}{1-\varrho_4}}{\lambda_4} = \frac{\frac{1}{25}}{\frac{4/5}{4}} = \frac{\frac{1}{20}}{4} = \underline{\underline{1/80\ s}}$$

Vytvorte procedúru pre generovanie náhodných čísel s hustotou rozdelenia pravdepodobnosti $f(x) = e^{-x}$
použite ľubovoľný počet gen. s rovnomerným rozdelením na intervale <0,1)
Generátor musí generovať číslo zakaždým, keď generuje číslo náhodný gen. s rovnomerným rozdelením.

$f(x) = e^{-x}$ a) inverzná f-cia
$\lambda e^{-\lambda x}$ b) vylučovacia metóda

$\boxed{c \doteq 1}$

$\Downarrow$

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-x}$

$y = 1 - e^{-x}$ $x = -\ln(1-y)$ $u \in <0,1)$

$e^{-x} = 1 - y \quad /\ln$ $x = -\ln(1-u)$ $\Rightarrow 1-u \in <0,1)$

$-x = \ln(1-y)$ $x = \ln(u)$ $x_n = -\ln(u_n) \quad u_n \in U$

① MARK. MODELY VZNIKU CHÝB (20b)
- Fritchman
- zovšeobecnený → zovšeobecnený vzťah pre $p(n)$
  - rekurentný — " —
  - explicitný — " —

② OTVORENÉ JACKSONOVÉ SIETE (20b)

③ GENERÁTORY (10b)
- inverznou funkciou
- vylučovacou metódou

Opravák 10.5 $9^{\underline{00}}$

④ ZÁSOBY (5b)
MODELY OBNOVY (5b)
⑤ SPOĽAHLIVOSŤ NEOPR. PRVKOV
- — " — SO ZÁLOHOU (PARALELNE)
- — " — BEZ ZÁLOHY (ZA SEBOU)