

Zbierka Príkladov z ADSS2

11. Modelovanie systémov [1]

Zadanie

Pre diskretný lineárny systém opísaný diferenčnou rovnicou

$$y(n) = x(n) + \frac{1}{3}x(n-1) + \frac{3}{4}y(n-1) - \frac{1}{8}y(n-2)$$

nakreslite model:

1. súčinový (kaskádový)
2. súčtový (paralelný)

Riešenie

Urobíme **Z** transformáciu diferenčnej rovnice

$$Y(z) \left(1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2} \right) = X(z) \left(1 + \frac{1}{3}z^{-1} \right)$$

a po úprave

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\left(1 + \frac{1}{3}z^{-1} \right)}{\left(1 - \frac{3}{4}z^{-1} + \frac{1}{8}z^{-2} \right)}$$

Pre súčinový model predpokladáme rozklad tejto funkcie do tvaru:

$$H(z) = H_1(z) \cdot H_2(z)$$

pričom funkcie **H1(z)** a **H2(z)** musia byť 1. rádu. Je zrejmé, že musíme nájsť korene čitateľa a menovateľa. Najprv prenášobíme čitateľa aj menovateľa "z na druhú":

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\left(z^2 + \frac{1}{3}z\right)}{\left(z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}\right)}$$

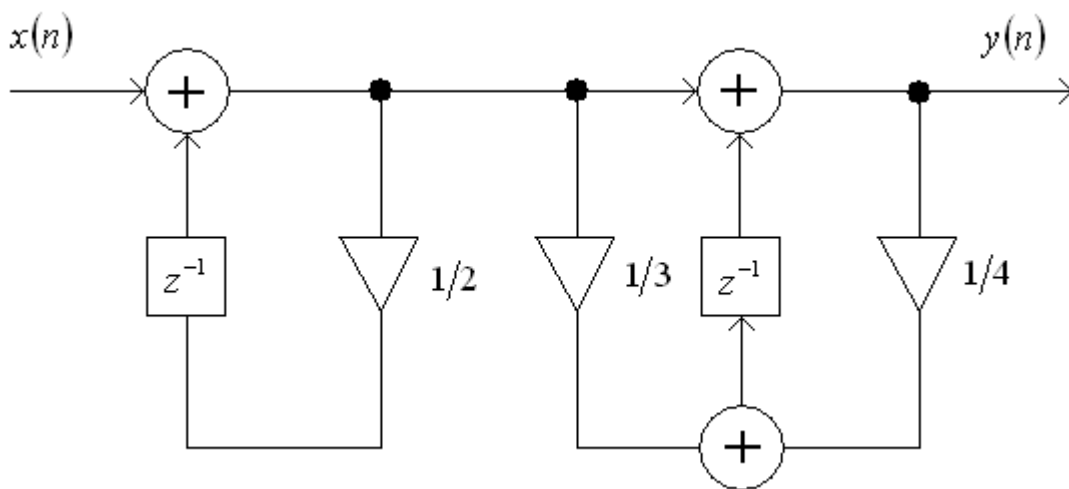
a po nájdení koreňov

$$H(z) = \frac{z\left(z + \frac{1}{3}\right)}{\left(z - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(z - \frac{1}{4}\right)}$$

Teraz už môžeme jednotlivé prenosové funkcie vyjadriť v tvare:

$$H_1(z) = \frac{z}{z - \frac{1}{2}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad \text{a} \quad H_2(z) = \frac{z + \frac{1}{3}}{z - \frac{1}{4}} = \frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}$$

Je samozrejmé, že táto dvojica nie je jedinou možnosťou. Zapojenie týchto dvoch subsystémov môžeme zakresliť:



Súčtový model vychádza z rozkladu prenosovej funkcie na súčet čiastočných prenosových funkcií, v našom prípade opäť na systémy 1.rádu:

$$H(z) = H_1(z) + H_2(z)$$

kde $H_1(z)$ a $H_2(z)$ budú mať tvar reálnych pólů

$$\frac{1 + \frac{1}{3}z^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)} = \frac{A_1 \left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right) + A_2 \left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}z^{-1}\right)}$$

Po dosadení za $H(z)$ a úprave dostaneme:

$$H(z) = \frac{A_1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{A_2}{1 - \frac{1}{4}z^{-1}}$$

Porovnaním čitateľů ľavej a pravej strany a následnou úpravou dostaneme:

$$A_1 = \frac{10}{3} \quad \text{a} \quad A_2 = -\frac{7}{3}$$

Súčtový model môžeme zakresliť:

