

Zbierka Príkladov z ADSS2

8. Reaktančné filtre (Butterworth) [2], [3]

Zadanie

Navrhnite dolnopriepustný filter, ktorý bude vyhovovať nasledujúcim požiadavkám:

Pásmo prepúšťania: $0 \rightarrow f_k = 10 \text{ kHz}$ má maximálne tlmenie $A_{\max} = 3 \text{ dB}$

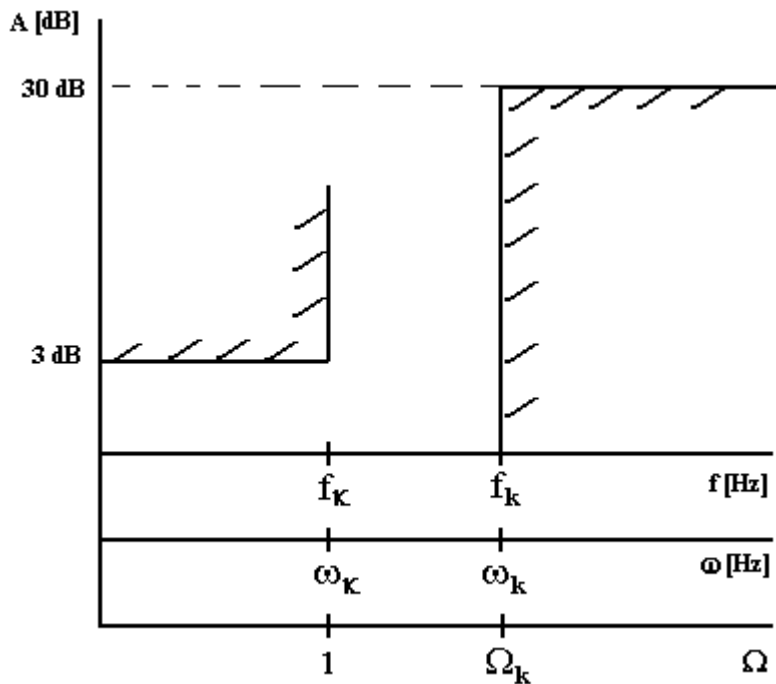
Pásmo tlmenia: $f_k = 30 \text{ kHz} \rightarrow \infty$ má minimálne tlmenie $A_{\min} = 30 \text{ dB}$

Vnútoraná impedancia zdroja je totožná so zakončovacou impedanciou $Z_v = Z_s = 500 \Omega$.

Rešenie

Frekvenčnou transformáciou pretransformujeme naše požiadavky na požiadavky pre normovaný DP filter.

Tolerančná schéma:



Kde na grafe hodnoty ω_k , ω_k a Ω_k predstavujú:

$$\omega_k = 2\pi f_k \quad \omega_k = 2\pi f_k \quad \Omega_k = \frac{\omega_k}{\omega_k} = \frac{2\pi f_k}{2\pi f_k} = \frac{f_k}{f_k}$$

Vypočítame ε :

$$\varepsilon = \sqrt{10^{A_{\max} \cdot 0.1} - 1} = \sqrt{10^{0.3} - 1} = 0.997628 \cong 1$$

Vypočítame stupeň filtra n:

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{0.1A_{\min}} - 1}{10^{0.1A_{\max}} - 1}\right)}{2 \log \Omega_k} = \frac{\log\left(\frac{10^3 - 1}{10^{0.3} - 1}\right)}{2 \log 3} = 3.144 \cong 4$$

Charakteristická rovnica filtra má tvar:

$$G(s) \cdot G(-s) = 1 + s^8$$

Z tejto rovnice vypočítame nulové body riešením:

$$1 + s^8 = 0$$

Korene rovnice sú:

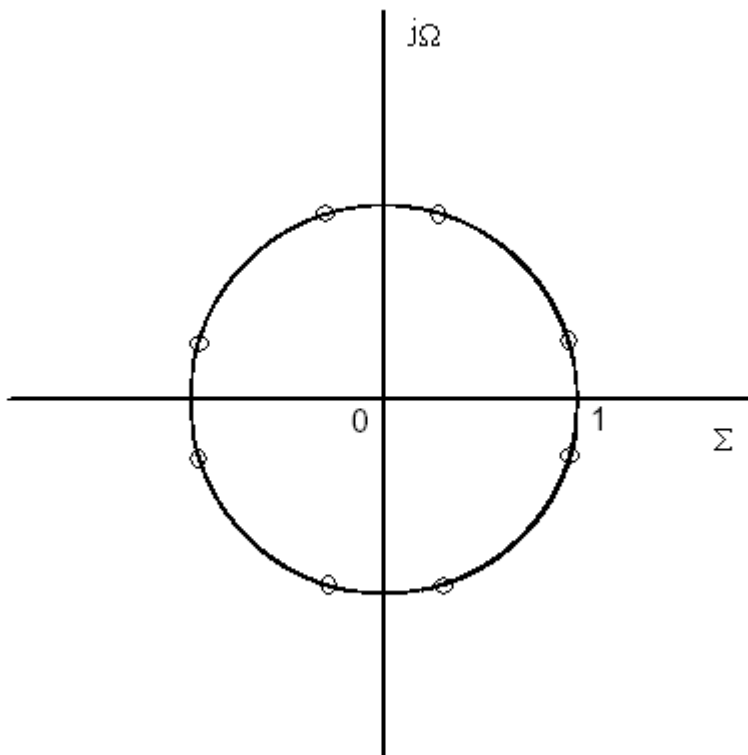
$$s_{1,2} = -0.38268 \pm j \cdot 0.92387$$

$$s_{3,4} = -0.92387 \pm j \cdot 0.38269$$

$$s_{5,6} = 0.38268 \pm j \cdot 0.92387$$

$$s_{7,8} = 0.92387 \pm j \cdot 0.38269$$

Riešenie rovnice vedie ku koreňom rozloženým na jednotkovej kružnici v rovine komplexného kmitočtu s. Rozloženie koreňov:



Nulové body prevádzkového činiteľa prenosu $G(s)$ sú pólmí prenosovej funkcie navrhovaného filtra. So zreteľom na stabilitu sústavy pre náš návrh prichádzajú do úvahy iba nulové body ležiace v ľavej polovine roviny s. Prevádzkový činiteľ prenosu filtra bude mať tvar:

$$G(s) = (s + 0.38268 + j0.92387) \cdot (s + 0.38268 - j0.92387) \cdot (s + 0.92387 + j0.38269) \cdot (s + 0.92387 - j0.38269)$$

a po roznásobení:

$$G(s) = s^4 + 2.6131s^3 + 3.414s^2 + 2.6131s + 1$$

Ak je filtračná funkcia $\varphi(s) = s^4$, môžeme normovanú vstupnú impedanciu navrhovaného filtra vyjadriť vzťahom:

$$z_{vst} = \frac{G(s) + \varphi(s)}{G(s) - \varphi(s)} = \frac{2s^4 + 2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1}{2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1}$$

a realizujeme ju bezstratovou reaktančnou dvojbránou. Pre syntézu tejto dvojbrány využijeme poznatky zo syntézy dvojpólov a urobíme ju úplným odštiepaním pólu v nekonečne, teda delením od najvyšších mocnín:

$$z_{vst} = 0.766s + \frac{1}{1.848s + \frac{1}{1.848s + \frac{1}{0.766s + 1}}}$$

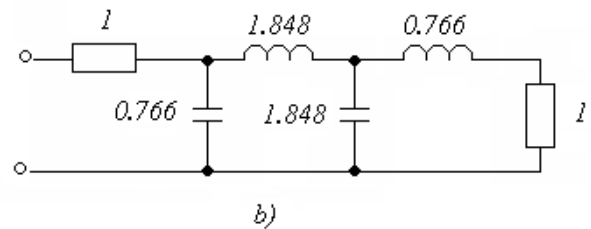
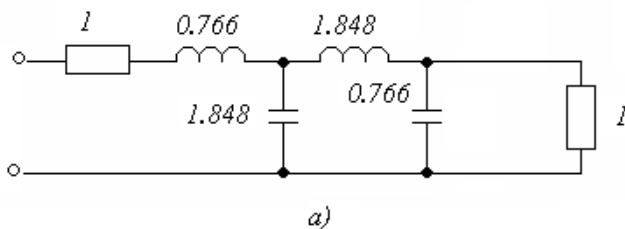
Ak filtračná funkcia je $\varphi(s) = -s^4$, vstupná impedancia má tvar:

$$z_{vst} = \frac{G(s) + \varphi(s)}{G(s) - \varphi(s)} = \frac{2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1}{2s^4 + 2.613s^3 + 3.414s^2 + 2.613s + 1}$$

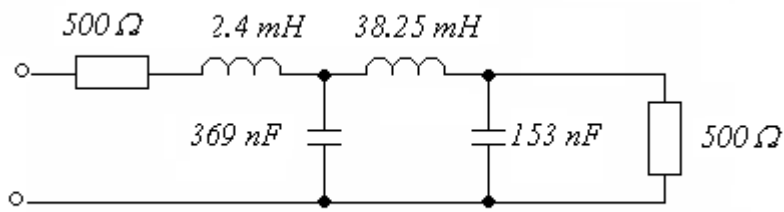
a po vypočítaní:

$$z_{vst} = \frac{1}{0.766s + \frac{1}{1.848s + \frac{1}{1.848s + \frac{1}{0.766s + 1}}}}$$

čo vedie k duálnemu zapojeniu normovaného DP filtra. V normovanom tvare sa to prejaví duálnymi prvkami s rovnakými normovanými hodnotami. Pre filtračnú funkciu $\varphi(s) = s^4$ je zapojenie navrhnutého filtra na obrázku a), pre filtračnú funkciu $\varphi(s) = -s^4$ na obrázku b), pričom toto zapojenie môžeme získať z a) princípom duality, teda vymenia sa cievky s kapacitormi pri zachovaní rovnakých normovaných hodnôt.



Odnormovanie jednotlivých prvkov robíme vzhľadom na hodnoty vnútornej impedancie zdroja, čo v našom prípade je $Z_v = Z_s = 500 \Omega$ a na hranicu pásma prepúšťania $\omega_k = 2\pi \cdot 10\,000$. Výsledné odnormované zapojenie:



Spät