Zbierka Príkladov z ADSS2

4. Vlastnosti lineárnych diskrétnych konečných časovo invariantných sústav (LDKI), opis činnosti týchto sústav v časovej oblasti, impulzová charakteristika [4]

Zadanie

Pre diskrétny systém opísaný diferenčnou rovnicou:

$$y(n) = x(n) - \cos\gamma \cdot x(n-1) + 2\cos\gamma \cdot y(n-1) - y(n-2)$$

a) určte prvých 8 členov impulzovej charakteristiky,ak

$$\gamma = \frac{\pi}{4}.$$

b) zhodnodte z impulzovej charakteristiky či je systém stabilný a prečo?

Riešenie

Pre zadané gama bude mat diferenčná rovnica tvar:

$$y(n) = x(n) - \frac{\sqrt{2}}{2}x(n-1) + \sqrt{2}y(n-1) - y(n-2)$$

Aby sme mali lepší prehľad napíšeme si našu rovnicu vo všeobecnom tvare, kde si hlavne pomenujeme koeficienty.

$$y(n) = a_0 x(n) + a_1 x(n-1) + -b_1 y(n-1) - b_2 y(n-2)$$

$$kde\ a_0 = 1,\ a_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2},\ b_1 = -\sqrt{2},\ b_2 = 1$$

Prvý člen impulzovej charakteristiky bude h(0)=y(0), kde y(0) sa bude vždy rovnať koeficientu a_0, cize v našom prípade h(0)=y(0) $=a_0=1$. Druhý člen vypočítame z rekurentnej postupnosti, kde dosadíme všade za n 1. Vzťah bude vyzerať nasledovne:

$$h(1) = y(1) = a_1 + \sqrt{2}y(0) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Keďže v diferenčnej rovnici máme len 2 x-ové členy, ďalšie impulzy budú závislé už len na predchádzajúcich impulzoch. Ich hodnoty vypočítame nasledovne:

$$h(2) = y(2) = \sqrt{2}y(1) - y(0) = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$h(3) = y(3) = \sqrt{2}y(2) - y(1) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$h(4) = y(4) = \sqrt{2}y(3) - y(2) = -1$$

$$h(5) = y(5) = \sqrt{2}y(4) - y(3) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$h(6) = y(6) = \sqrt{2}y(5) - y(4) = 0$$

$$h(7) = y(7) = \sqrt{2}y(6) - y(6) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$h(8) = y(8) = \sqrt{2}y(7) - y(6) = 1$$

b) Z výslednej impulzovej charakteristiky je zrejmé že systém je stabilný, pretože impulzová charakteristika nám nenarastá ale iba konverguje okolo nuly.

Späť