Príklad

2.6. Vyjadrite a graficky zobrazte priebeh amplitúdovej frekvenčnej charakteristiky, magnitúdovej frekvenčnej charakteristiky a odpovedajúce fázové frekvenčné charakteristiky prenosovej funkcie

$$H(z) = 1 - \tfrac{1}{2}z^{-1} + z^{-2} \tag{2.51}$$

Frekvenčné charakteristiky prenosovej sústavy získame substitúciou

$$z = e^{j\Omega}$$

Pred týmto úkonom je výhodné upraviť prenosovú funkciu (2.51) do tvaru:

$$H(z) = z^{-1}\left(-\tfrac{1}{2} + (z + z^{-1})\right) \tag{2.52}$$

Po dosadení $z = e^{j\Omega}$ dostaneme:

$$H(\Omega) = e^{-j\Omega}\left(-\tfrac{1}{2} + e^{j\Omega} + e^{-j\Omega}\right) = e^{-j\Omega}\left(-\tfrac{1}{2} + 2\cos\Omega\right) \tag{2.53}$$

Ak sa pozrieme na tento vzťah, vidíme, že člen v zátvorkách je čiste reálny a predstavuje amplitúdovú frekvenčnú charakteristiku, výraz $e^{-j\Omega}$ predstavuje fázovú charakteristiku, ktorá je lineárna. Z rov.(2.53) amplitúdová frekvenčná charakteristika je:

$$A(\Omega) = 2\cos\Omega - \tfrac{1}{2} \tag{2.54}$$

a odpovedajúca fázová frekvenčná charakteristika

$$\Theta(\Omega) = -\Omega \tag{2.55}$$

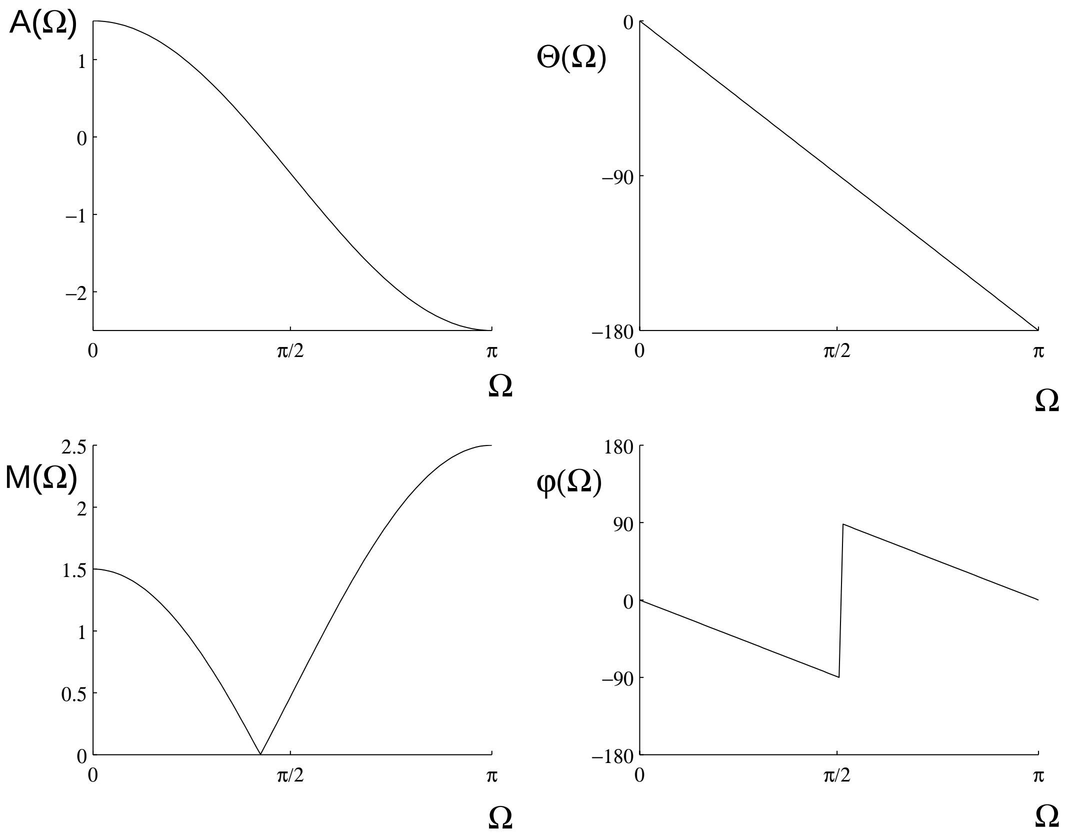
Magnitúdovú frekvenčnú charakteristiku prenosovej funkcie (2.52) vypočítame pomocou vzťahu(2.47) a má tvar:

$$M(\Omega) = \sqrt{\mathrm{Re}\{H(\Omega)\}^2 + \mathrm{Im}\{H(\Omega)\}^2} \tag{2.56}$$

a po úprave:

$$M(\Omega) = \sqrt{(2.\cos^2\Omega - 0.5\cos\Omega)^2 + (2\cos\Omega\sin\Omega - 0.5\sin\Omega)^2} \tag{2.57}$$

Priebeh amplitúdovej frekvenčnej, fázovej frekvenčnej a magnitúdovej frekvenčnej charakteristiky je na obr. (2.11).



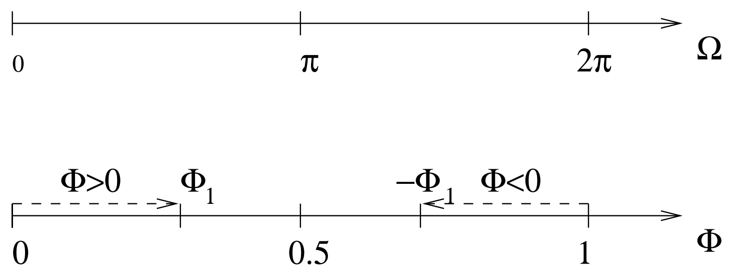
Obr.2.11 *Priebeh amplitúdovej , magnitúdovej a fázových frekvenčných charakteristík*

Amplitúdová frekvenčná charakteristika je reálna, analyticky vyjadrená funkcia a je zrejmé, že môže vykazovať kladné aj záporné hodnoty. Z rov.(2.50) je zrejmé, že magnitúdová frekvenčná charakteristika je vždy kladná. Fázová frekvenčná charakteristika $\Theta(\Omega)$ je spojitá funkcia, kým fázová charakteristika $\varphi(\Omega)$ je funkcia vykazujúca skokové zmeny (obr.2.11).

Frekvenčné charakteristiky majú niektoré zaujímavé vlastnosti:
-amplitúdová (magnitúdová) charakteristika, aj fázová charakteristika sú spojitými funkciami periodickými s periódou 2π
-amplitúdová charakteristika (magnitúdová) je párnou funkciou, ktorá pri $\Omega = 0$ a $\Omega = \pi$ $\left(\Phi = 0,\ \Phi = \frac{1}{2}\right)$ vykazuje extrémy
-fázová charakteristika je nepárnou funkciou, ktorá v bodoch $\Omega = 0$ a $\Omega = \pi$ nevykazuje extrémy, môže mať priebeh plynulý alebo môže vykazovať skokové zmeny, prípadne aj so zmenou znamienka.

Pri vyhodnocovaní frekvenčných charakteristík diskrétnych sústav vzhľadom na periodifikáciu, vystačíme s vyhodnocovaním v rámci základnej periódy $\Omega \in \langle 0,\ 2\pi \rangle$, resp. $\Phi \in \langle 0,\ 1 \rangle$. Je diskutabilné, ako môžeme fyzikálne interpretovať charakteristiky v pásme $\Omega > \pi$ resp. $\Phi \in \langle 0.5\,,1 \rangle$ vzhľadom na podmienku správneho vzorkovania. V tomto prípade je totiž $f \rangle \frac{f_{vz}}{2}$ a argument Ω_A bodu A ktorý je znázornený na obr.2.10 v prvom kvadrante, sa musí objaviť v treťom, alebo vo štvrtom kvadrante. Potom ho môžeme vyhodnocovať aj obráteným natáčaním vektora ako $2\pi - \Omega_A$. Preto interval $\Phi \in \langle 0,\ 1 \rangle$ rozdeľujeme na dve polovice, dolná časť intervalu odpovedá kladným hodnotám pomerového kmitočtu $\Phi \in \langle 0,\ 0.5 \rangle$, kým hornú časť interpretujeme ako záporné pomerové kmitočty. Potom frekvenčné charakteristiky v rozsahu $\langle 0,\ 2\pi \rangle$ interpretujeme podľa obr.2.12. Body Φ_1, $-\Phi_1$ sú súmerne rozložené okolo stredu.

Zároveň môžeme konštatovať, že realizovaný diskrétny systém je možné veľmi jednoducho preladiť do celkom inej frekvenčnej oblasti jednoduchou zmenou vzorkovacej frekvencie.



Obr.2.12 *Os pomerovej kruhovej frekvencie* Ω *a pomerového kmitočtu* Φ