Príklad

2.1. Využite základnú definíciu transformácie Z pre určenie obrazu geometrickej postupnosti

$$\mathbf{x}(n) = \langle \begin{array}{lll} 0 & pre & n=-1,-2,-3,\ldots \\ a^n & pre & n=0,\ 1,\ 2,\ldots \end{array}$$

kde a je reálne číslo. Zistite oblasť konvergencie.

Z rov.(2.2) dostaneme:

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (a.z^{-1})^n \qquad (2.9)$$

a po rozpísaní:

$$X(z) = 1 + a.z^{-1} + a^2.z^{-2} + \ldots + a^N.z^{-N} + \ldots \qquad (2.10)$$

N-tý čiastočný súčet vieme vyjadriť pomocou známeho vzťahu

$$X_N(z) = \frac{1-(a\cdot z^{-1})^N}{1-a\cdot z^{-1}} \qquad (2.11)$$

Zistime oblasť konvergencie:

$$X(z) = \lim_{N\to\infty} X_N(z) = \lim_{N\to\infty} \frac{1-(a.z^{-1})^N}{1-a.z^{-1}} \qquad (2.12)$$

ak $|a\cdot z^{-1}| < 1$, potom rov.(2.12) nadobudne tvar

$$X(z) = \lim_{N\to\infty} X_N(z) = \frac{1}{1-a.z^{-1}} \qquad (2.13)$$

Zo vzťahu (2.13) vidíme, že limita existuje a je konečná, teda postupnosť konverguje, ak:

$$|a\cdot z^{-1}| < 1 \Rightarrow |z| > |a|$$

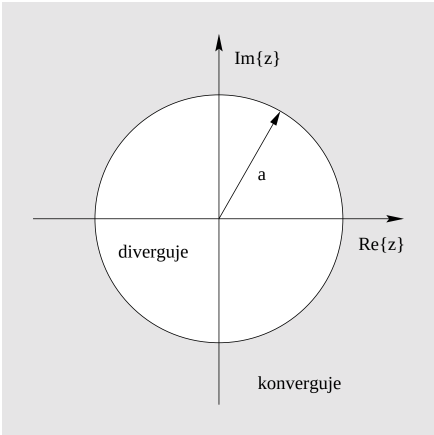
ak $|a\cdot z^{-1}| \rangle\ 1$, potom

$$\lim_{N\to\infty} X_N(z) = \lim_{N\to\infty} \frac{1-(a\cdot z^{-1})^N}{1-a\cdot z^{-1}} \to \infty \qquad (2.14)$$

z toho je zrejmé, že postupnosť diverguje, ak:

$$|a\cdot z^{-1}| \rangle\ 1 \Rightarrow |z| \langle\ |a|$$

Na obr.2.2 je zakreslená oblasť konvergencie a divergencie postupnosti .



Obr.2.2 *Oblasť konvergencie a divergencie postupnosti* $Z\{x(n)\} = a^n$