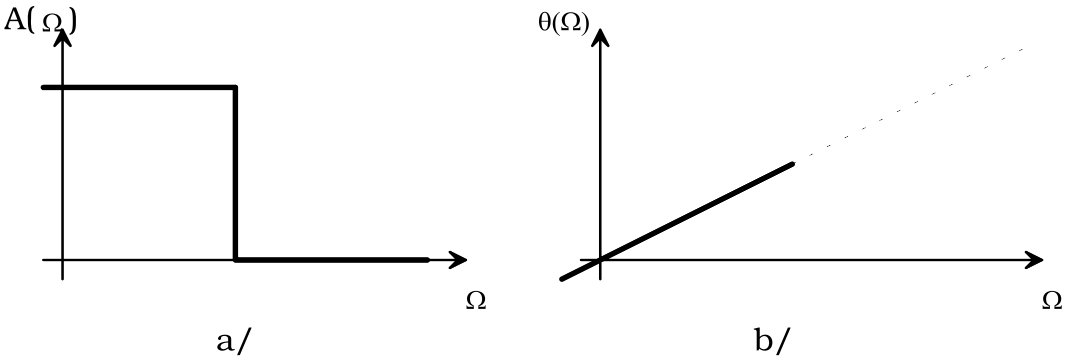
5.2 Lineárna fázová charakteristika FIR filtrov

Podmienkou neskresleného prenosu lineárnych sústav je konštantná amplitúdová a lineárna fázová charakteristika v pásme prepúšťania. Typickým príkladom sústavy s neskresleným prenosom je frekvenčná charakteristika dolnopriepustného filtra podľa obr.5.3.



Obr. 5.3 *Podmienky neskresleného prenosu*

V niektorých pripadoch vystačíme s požiadavkou konštantnej magnitúdovej frekvenčnej charakteristiky. V mnohých prípadoch však požadujeme lineárnu fázovú charakteristiku sústavy v oblasti pásma prepúšťania. Lineárna fázová charakteristika v pásme prepúšťania zabezpečuje tvarovú stálosť vstupného a výstupného signálu. Naše tvrdenie vysvetlíme na nasledovnom príklade.

Majme sústavu, reprezentujúcu ideálny dolnopriepustný filter podľa obr. 5.3. Frekvenčná charakteristika teda bude

$$H(\Omega) = \left\langle \begin{array}{ll} e^{-j\Omega.\alpha} & pre\ |\Omega| < \Omega_0 \\ 0 & pre\,\Omega_0 < |\Omega| < \pi \end{array} \right. \qquad (5.5)$$

pričom α je konštanta. Ak $X(\Omega)$ predstavuje Fourierovu transformáciu vstupného signálu $x(n)$ a $Y(\Omega)$ Fourierovu transformáciu výstupného signálu $y(n)$, potom platí

$$Y(\Omega) = X(\Omega).H(\Omega) \qquad (5.6)$$

Ak $X(\Omega)$ sa nachádza v pásme prepúšťania sústavy $H(\Omega)$, tak

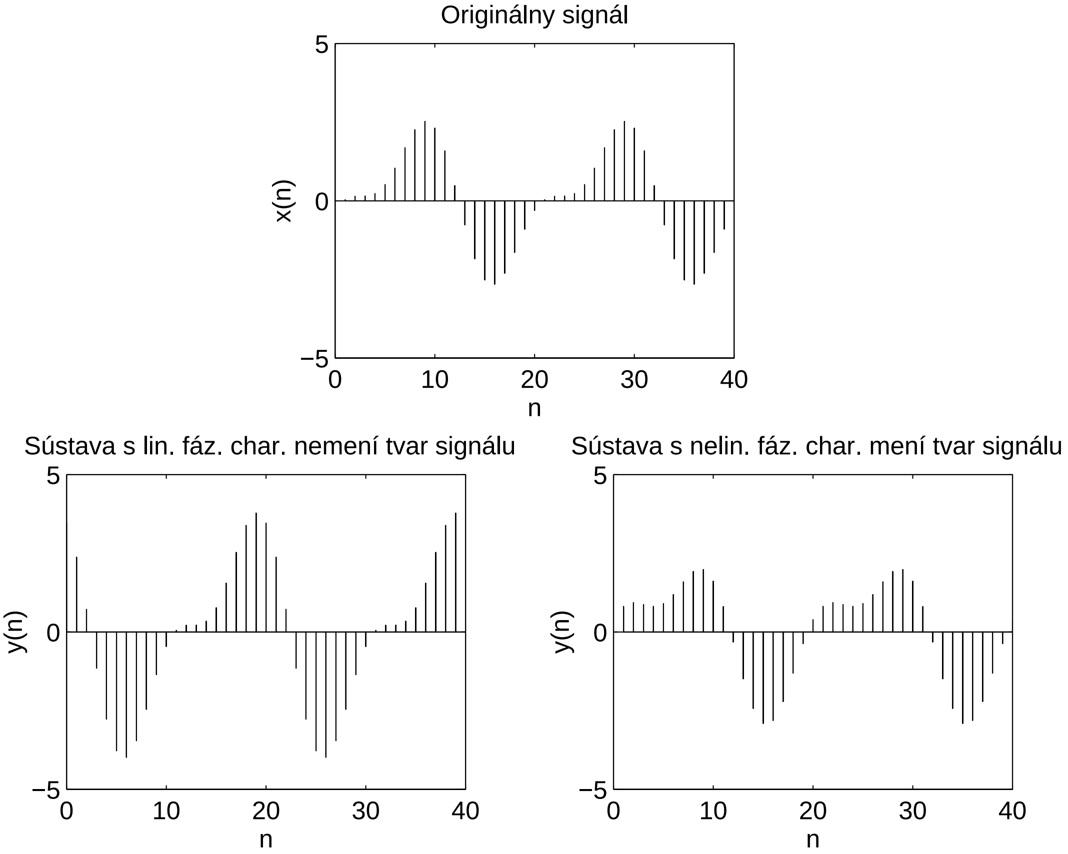
$$Y(\Omega) = X(\Omega).(e^{-j\Omega.\alpha}) \qquad (5.7)$$

Je zrejmé, že výstupný signál $y(n)$ môžme dostať pomocou inverznej Fourierovej transformácie

$$y(n) = x(n - \alpha) \tag{5.8}$$

Lineárna fázová charakteristika nemení tvar signálu, iba ho posúva o parameter α. Ak linearita fázovej charakteristiky nie je zachovaná, dochádza k deformácii tvaru signálu.

Na obr.5.4 vidíme príklad dvoch filtrov s konštantnou magnitúdovou frekvenčnou charakteristikou. Jeden z nich má však lineárnu, druhý nelineárnu fázovú charakteristiku. Ak na vstup oboch filtrov privedieme signál zložený pre jednoduchosť z dvoch harmonických zložiek, vidíme na výstupe filtra s lineárnou fázovou charakteristikou ten istý tvar vstupného signálu. Pri filtri s nelineárnou fázovou charakteristikou je tvar signálu deformovaný.



Obr. 5.4 *Vplyv lineárnej a nelineárnej fázovej charakteristiky na prenos signálu*

Nasledujúca teoréma dokazuje, že IIR filtre nemôžu mať lineárnu fázovú charakteristiku a iba špeciálny typ FIR filtrov môže mať lineárnu fázovú charakteristiku.

Teoréma:

Ak $h(n)$ je impulzová charakteristika systému, nutnou a postačujúcou podmienkou pre lineárnu fázovú charakteristiku sústavy je, že impulzová charakteristika je symetrická, resp. antisymetrická okolo svojho stredu.

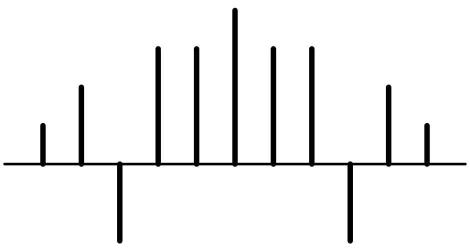
Kauzalita systému vylučuje, aby nekonečná impulzová charakteristika bola symetrická okolo svojho stredu. Pre impulzovú charakteristiku FIR filtra, ktorý začína v bode nula a končí v bode $N-1$ musí platiť

$$h(n) = h(N-1-n) \qquad \text{pre } n = 0, 1, 2, \ldots, (N-1)/2 \tag{5.9}$$

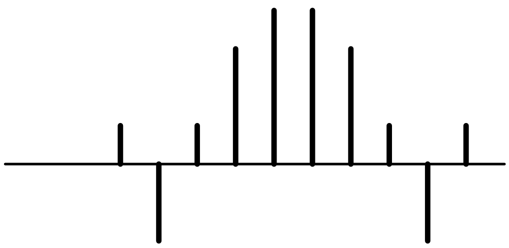
resp.

$$h(n) = -h(N-1-n) \qquad \text{pre } n = 0, 1, 2, \ldots, (N-1)/2 \tag{5.10}$$

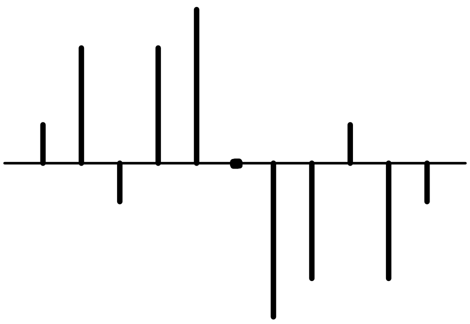
Pre impulzovú odpoveď párnej a nepárnej dĺžky, ktorá spĺňa vzťah (5.9), resp. (5.10) môžeme získať 4 typy $h(n)$ FIR filtrov s lineárnou fázovou charakteristikou, ktoré sú zobrazené na obr.5.5.



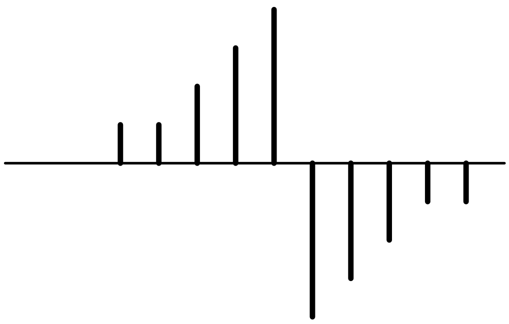
a/ h(n) symetrická, N nepárne



b/ h(n) symetrická, N párne



c/ h(n) antisymetrická, N nepárne



d/ h(n) antisymetrická, N párne

Obr. 5.5 *Štyri typy $h(n)$ FIR filtrov s lineárnou fázovou charakteristikou*

Vo frekvenčnej oblasti spočíva podmienka linearity fázovej charakteristiky v rozložení nulových bodov v rovine z. Túto podmienku spĺňajú 4 varianty rozloženia nulových bodov:

1. reálny koreň $z = 1$, resp. $z = -1$
2. dvojica reálnych koreňov $z_{01} = \frac{1}{z_{02}}$
3. dvojica komplexne združených koreňov na jednotkovej kružnici; $z_{02} = \overline{z_{01}}$ $|z_{01} = 1|$
4. štvorica komplexných koreňov: $z_{02} = \overline{z_{01}}$ $z_{03} = \frac{1}{z_{01}}$ $z_{04} = \frac{1}{\overline{z_{01}}}$