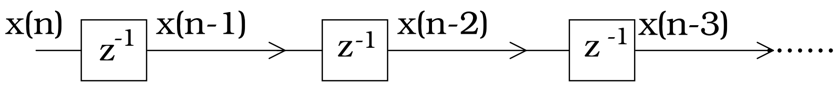
3.1 Priame modely

Z hľadiska techniky modelovania sú najjednoduchšie nerekurzívne sústavy LDKI, ktoré môžeme opísať diferenčnou rovnicou tvaru

$$y(n) = a_0 \cdot x(n) + a_1 \cdot x(n-1) + a_2 \cdot x(n-2) \ldots\ldots + a_N \cdot x(n-N) \qquad (3.1)$$

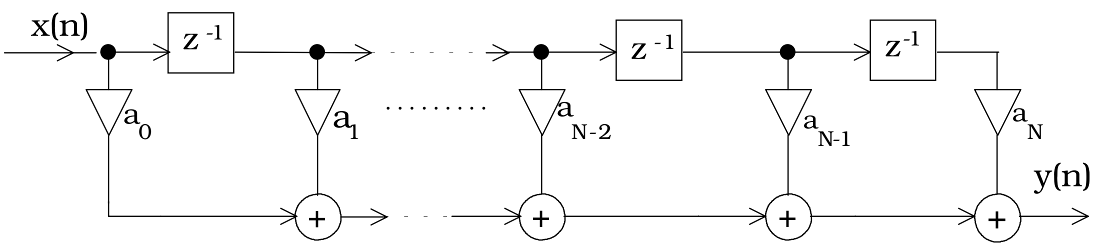
resp. prenosovou funkciou polynomiálneho typu

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2} + \ldots + a_N \cdot z^{-N} = \sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k} \qquad (3.2)$$



Obr.3.1 *Kaskáda jednokrokových posuvných registrov*

Pre zostrojenie modelu využijeme názorné vysvetlenie významu kaskády jednokrokových posuvných registrov, ktoré je na obr.(3.1). Porovnajme model nakreslený na tomto obrázku s rov.(3.1). Toto porovnanie nám umožní nakresliť priamy model obr.(3.2a)



Obr.3.2a *Priamy model*

Ak pozorujeme postup signálu v modeli, zisťujeme pozdĺžne posúvanie v registroch a priečne odbočovanie do násobičiek a sumátorov spolu s výsledným postupom súčtov smerom k výstupu sústavy (z toho aj názov tejto sústavy - transverzálna). Z tohoto modelu je priamo vidieť tvorbu impulzovej charakteristiky za predpokladu, že sústava je napájaná jednotkovým impulzom $\delta(n)$ pri nulových začiatočných podmienkach.

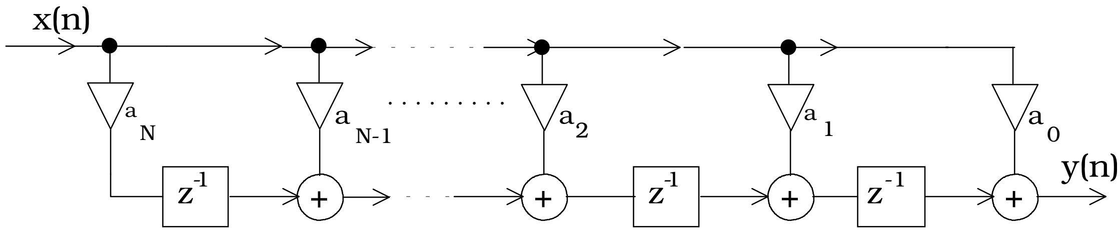
$$\mathbf{h}(n) = \{a_0, a_1, a_2, \ldots\ldots a_N\} \qquad (3.3)$$

Formálna úprava do tvaru

$$H(z) = a_0 + z^{-1}\{a_1 + z^{-1}[\ldots + z^{-1}(a_{N-1} + z^{-1}a_N)\ldots]\} =$$

$$= \{[(a_N z^{-1} + a_{N-1})z^{-1} + a_{N-2}]z^{-1} + \ldots + a_1\}z^{-1} + a_0 \qquad (3.4)$$

dáva možnosť pre zostrojenie rovnocenného variantu modelu z obr. 3.2a .



Obr.3.2b *Model získaný transpozíciou z obr. 3.2a*

Ten je zobrazený na obr.3.2b. Jeho typickou charakteristickou črtou je vytvorenie zbernice pre vstupný signál $x(n)$, z ktorej signál odbočuje priečne do násobičiek a sumátorov, ktoré sú v porovnaní s modelom z obr.3.2a radené v obrátenom poradí. Podstatný rozdiel je v tom, že do posuvných registrov teraz vstupujú postupne narastajúce hodnoty signálu. Môžeme konštatovať, že obidva modely na obr.3.2 majú síce rovnakú prenosovú funkciu, ale ich vnútorná činnosť je rozdielna. Znamená to toľko, že v oboch praktických realizáciách modelov môžu byť rôzne rušivé vplyvy, ktoré sú ovplyvňované napr. šírením chýb z numerických výpočtov. Podrobné skúmanie takýchto účinkov stáva sa vážnou úlohou pre návrhára zapojení. Z porovnania obidvoch modelov môžeme si odvodiť pomerne jednoduché pravidlo, tzv. princíp transpozície. Prechod z jedného modelu na druhý urobíme pomocou nasledujúcich krokov:

1. V danom modeli obrátime orientáciu všetkých tokov signálov a vzájomne vymeníme medzi sebou vstup a výstup sústavy.

2. Uskutočníme zámenu bodov rozvetvenia so sumátormi a naopak každý sumátor nahradíme bodom rozvetvenia.

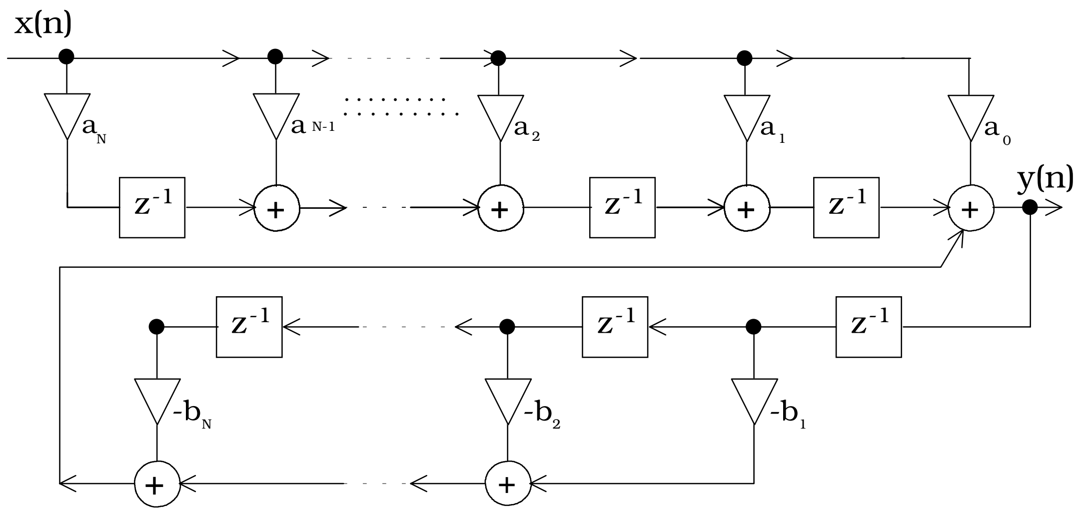
Je treba zdôrazniť, že pri aplikovaní princípu transpozície nie sme viazaní iba na sústavy typu FIR, ba ani na tvar východiskového modelu. Princíp transpozície poskytuje ku každému modelu sústavy LDKI ďalší rovnocenný variant. Niektoré typy sú vzhľadom na transpozíciu invariantné.

Použijeme teraz metódu konštrukcie modelu, ktorá vychádza z obr.3.1 na rekurzívnu sústavu (IIR) opisovanú diferenčnou rovnicou

$$\begin{aligned} y(n) = {} & a_0 \cdot x(n) + a_1 \cdot x(n-1) + a_2 \cdot x(n-2) + \ldots + a_N \cdot x(n-N) - \\ & -b_1 \cdot y(n-1) - b_2 \cdot y(n-2) - \ldots - b_N . y(n-N) \end{aligned} \qquad (3.5)$$

Najprv budeme modelovať jej transverzálnu časť použitím N posuvných registrov. Rekurzívnu (t.j.spätnoväzobnú) časť potom modelujeme pomocou ďalšej sady N posuvných registrov. Výsledkom je priamy nekánonický model, ktorý ukazuje obr.3.3.

Potrebuje síce $2N$ posuvných registrov, ale môžeme priamo z jeho usporiadania napísať príslušnú diferenčnú rovnicu.



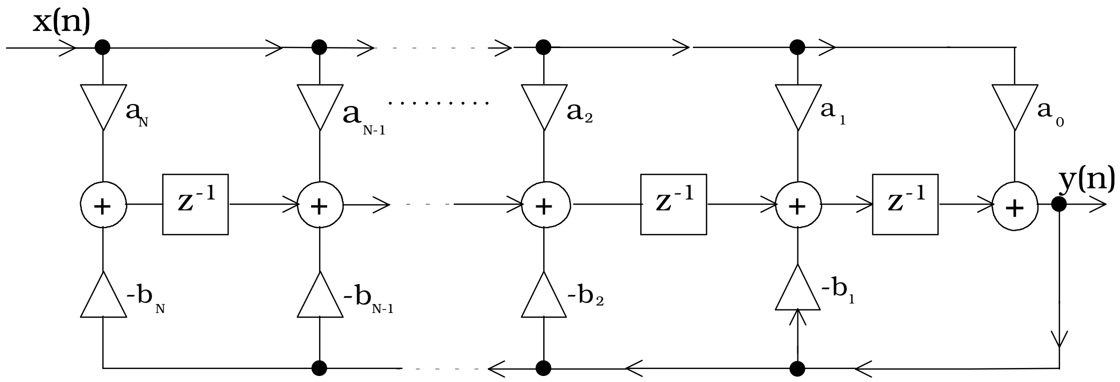
Obr.3.3 *Priamy nekánonický model*

Priamy kánonický model môžeme zostrojiť z upraveného zápisu diferenčnej rovnice

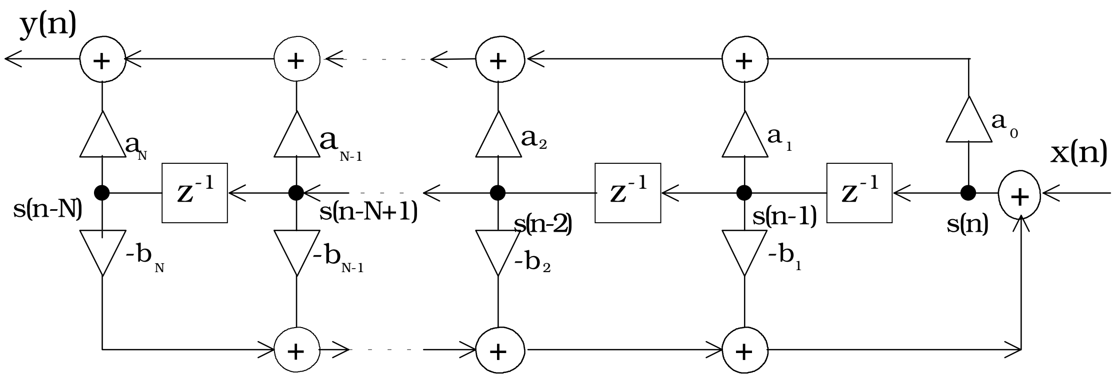
$$y(n) = a_0 x(n) + \sum_{k=1}^{N} (a_k x(n-k) + (-b_k) y(n-k)) \qquad (3.6)$$

jej presným prekreslením do tvaru, ktorý je nakreslený na obr.3.4a. Používame v ňom dve spoločné zbernice. Jednu pre vstupný a druhú pre výstupný signál. Redukovanie počtu posuvných registrov sa dosiahlo tým, že na ich vstupy privádzame kombinácie násobkov vstupného a výstupného signálu, ktoré máme vyznačené za sumačným znakom v rov.(3.6). Tieto kombinácie vytvárajú vlastne na zvierkach posuvných registrov príslušné hodnoty tzv. stavovej premennej, ktorú môžeme využiť pri analýze modelov.

Aplikovaním princípu transpozície na model z obr.3.4a môžeme získať rovnocenný model, ktorý je na obr.3.4b



a) *Priamy kánonický model IIR sústavy*



b) *Priamy kánonický model transponovaný IIR sústavy*

Obr.3.4 *Priamy kánonický model IIR sústavy*

Na tomto modeli sú zreteľne viditeľné obe časti systému, transverzálna s odbočkami cez koeficienty a_k smerom nahor a spätnoväzobná s odbočkami cez koeficienty b_k smerom nadol. Posuvné registre prenášajú teraz signály, ktoré sú určené novými hodnotami stavovej premennej.

3.1.1 Modelovanie pomocou stavovej premennej

Pre ilustráciu iného prístupu k modelovaniu prepíšeme si prenosovú funkciu systému do nasledujúceho tvaru

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{k=0}^{N} a_k\cdot z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} b_k\cdot z^{-k}}=\frac{S(z)}{X(z)}\cdot\frac{Y(z)}{S(z)}=H_1(z)\cdot H_2(z) \tag{3.7}$$

Ako vidíme, pôvodný prenos rozkladá sa teraz na súčin dvoch vhodne definovaných prenosov. Objavuje sa v nich nová funkcia $S(z)$, čo je

transformácia Z stavovej premennej $s(n)$, ktorú máme na zvierkach posuvných registrov (pozri obr.3.4b). Čiastkové prenosové funkcie si zadefinujeme nasledovne:
Pre rekurzívny subsystém použijeme menovateľ pôvodnej prenosovej funkcie

$$H_1(z) = \frac{S(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{N} b_k \cdot z^{-k}} \tag{3.8}$$

Čitateľ pôvodnej prenosovej funkcie priradíme v tomto rozklade druhému subsystému s prenosovou funkciou

$$H_2(z) = \frac{Y(z)}{S(z)} = \sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k} \tag{3.9}$$

Pri kreslení tohoto modelu teraz veľmi výhodne využijeme diferenčné rovnice subsystémov

$$s(n) = x(n) - \sum_{k=1}^{N} b_k \cdot s(n-k) \tag{3.10}$$

resp.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N} a_k \cdot s(n-k) \tag{3.11}$$

Obe rovnice majú spoločný signál v tvare stavovej premennej $s(n)$.

Príklad 3.1