1.3.2 Pomalá konvolúcia

Modelovanie diskrétnej sústavy pomocou konvolútora je jednou z ďalších možností opisu diskrétnej sústavy. Predpokladajme známu impulzovú charakteristiku sústavy $h(n)$. Ak na vstup tejto sústavy privedieme ľubovoľný signál $x(n)$, potom výstupný signál môžeme vyjadriť vzťahom:

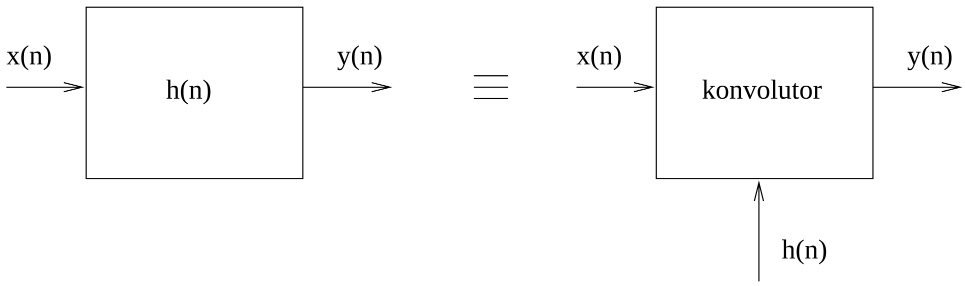
$$y(n) = \sum_{k=0}^{D_y-1} x(k) \cdot h(n-k) = x(n) * h(n) \qquad (1.23)$$

ktorý predstavuje konvolučný súčin. Dĺžka výstupného signálu je určená vzťahom

$$D_y = D_x + D_h - 1 \qquad (1.24)$$

kde D_x je dĺžka vstupného signálu $x(n)$
D_h je dĺžka impulzovej charakteristiky $h(n)$

Keďže výpočet výstupného signálu pomocou rov.(1.23) vyžaduje veľký počet aritmetických operácií (napr. počet násobení je $D_x \cdot (D_h - 1)$) táto konvolúcia je známa ako pomalá konvolúcia. Modelovanie diskrétnej sústavy pomocou konvolútora je na obr.1.5.



Obr.1.5 *Model diskrétnej sústavy pomocou konvolútora*

Princíp činnosti konvolútora vyplýva zo súčtového vyjadrenia vstupného signálu $x(n)$ a z platnosti princípu superpozície v teórii lineárnych sústav. Výstupný signál sústavy je vlastne daný súčtom vážených a posunutých impulzových charakteristík. Vďaka týmto úvahám môžeme výstupný signál získať pomocou tabuľky uvedenej v nasledujúcom príklade.

Príklad

1.4 Majme transverzálnu sústavu, ktorá je opísaná impulzovou charakteristikou

$$\mathbf{h}(n) = \{1, 2, 3\}$$

Na jej vstup privedieme signál

$$\mathbf{x}(n) = \{x(0), x(1), x(2), x(3)\}$$

Pomocou konvolúcie vypočítame výstupný signál $y(n)$.

Pretože dĺžka $h(n)$ je $D_h = 3$ a dĺžka vstupného signálu $x(n)$ je $D_x = 4$, dĺžka výstupného signálu podľa vzťahu (1.24) je $D_y = 6$. Konvolučný súčin môžeme vypočítať pomocou Tab.1.1.

n	0	1	2	3	4	5	6
x(0)	x(0)	2x(0)	3x(0)	0	0	0	0
x(1)		x(1)	2x(1)	3x(1)	0	0	0
x(2)			x(2)	2x(2)	3x(2)	0	0
x(3)				x(3)	2x(3)	3x(3)	0
y(n)	y(0)	y(1)	y(2)	y(3)	y(4)	y(5)	0

Tab.1.1 *Pomalá konvolúcia*

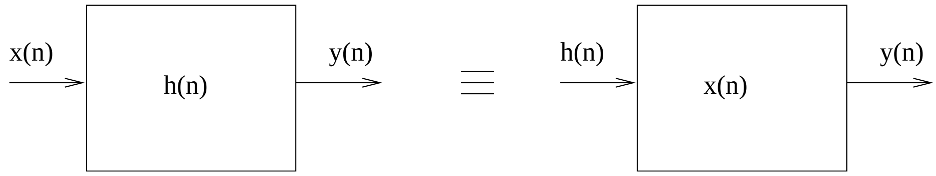
V jednotlivých riadkoch tabuľky sa nachádzajú príslušné vzorky vstupného signálu vážené impulzovou charakteristikou sústavy. Hodnoty, ktoré sú v poslednom riadku predstavujú výstupný signál a dostaneme ich superpozíciou hodnôt v jednotlivých stĺpcoch pre $n = 0, 1, 2, \ldots$. Napr.:

$$y(1) = 2.x(0) + x(1)$$
$$y(2) = 3.x(0) + 2.x(1) + x(2)\text{, atď.}$$

Tab.1.1 vypĺňame po riadkoch tak, že vzorky vstupného signálu $x(n)$ prenásobujeme hodnotami impulzovej charakteristiky $h(n)$. V jednotlivých riadkoch je vždy príslušná hodnota vzorky $x(n)$ vážená hodnotou impulzovej charakteristiky $h(n)$. Posúvanie riadkov smerom doprava zodpovedá oneskoreniu príslušnej vzorky vstupného signálu. Posledný riadok vyjadruje súčet hodnôt v jednotlivých stĺpcoch a predstavuje hodnoty vzoriek výstupného signálu $y(n)$. Konvolučný súčin dvoch postupností teda dostaneme, ak si jednu z nich usporiadame v opačnom poradí a potom ju podsúvame pod druhú sprava a v každom kroku určíme súčet vytvorených súčinov. Potom ale tabuľku môžeme získať nielen zo vťahu (1.23), ale aj zo vťahu

$$y(n) = \sum_{k=0}^{D_y-1} h(k) \cdot x(n-k) \qquad (1.25)$$

ktoré sú oba rovnocenné a model z obr.1.5 môžeme doplniť o model uvedený na obr.1.6.



Obr.1.6 *Rovnocenné modely diskrétnej sústavy*