

# Rýchla Walsh - Hadamardova transformácia

ČSS

# Walsh-Hadamardova transformácia

- nesínusoidná, ortogonálna transformácia
- Walshova matica je rovnaká s Hadamardovou až na poradie riadkov. Hadamardova matica má riadky Walshovej matice v poradí : 0, 4, 6, 2, 3, 7, 5, 1
- Hodnoty pre WHT sú 1, -1
- Výhodné oproti rýchlej DFT, pretože FWHT používa len reálne hodnoty, oproti komplexným v rýchlej DFT
- Rýchlejšie počítanie, vďaka reálnemu sčítaniu a odčítaniu
- FWHT vyžaduje menej pamäte

# Walsh - Hadamard kódy

- WH kódy sú ortogonálne
- Pseudonáhodná postupnosť
- Použité v mobiloch (3G - WCDMA)
- Vzájomná korelácia riadkov je nulová
- H - štvorcová matica
- Identické operácie pri priamej a spätnej transformácii (až na koeficient  $1/N$ , N-počet vstupov pre fwht)



# Hadamardova matica

$$\underline{U_H(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

# Transformácia pre 8×8 / 1

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \underline{U_H(2)} & \underline{U_H(2)} \\ \underline{U_H(2)} & \underline{-U_H(2)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{bmatrix}$$

# Transformácia pre $8 \times 8 / 2$

Danú rovnicu si rozdelíme na dve :

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ y(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \left[ \underline{U_H(2)} \right] * \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix} + \frac{1}{8} * \left[ \underline{U_H(2)} \right] * \begin{bmatrix} x(4) \\ x(5) \\ x(6) \\ x(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \left[ \underline{U_H(2)} \right] * \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \\ x_1(2) \\ x_1(3) \end{bmatrix}$$

$$x_1(i) = x(i) + x(i + 4), i = (0, 1, 2, 3)$$

# Transformácia pre 8×8 / 3

Druhá polovica rovnice :

$$\begin{bmatrix} y(4) \\ y(5) \\ y(6) \\ y(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \underline{[U_H(2)]} * \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ x(2) \\ x(3) \end{bmatrix} - \frac{1}{8} * \underline{[U_H(2)]} * \begin{bmatrix} x(4) \\ x(5) \\ x(6) \\ x(7) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \underline{[U_H(2)]} * \begin{bmatrix} x_1(4) \\ x_1(5) \\ x_1(6) \\ x_1(7) \end{bmatrix}$$

$$x_1(i + 4) = x(i) - x(i + 4), i = (0, 1, 2, 3)$$



# Transformácia pre $8 \times 8 / 4$

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \mathbf{U}_H(1) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \end{bmatrix} - \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \mathbf{U}_H(1) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1(2) \\ x_1(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \mathbf{U}_H(1) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_2(0) \\ x_2(1) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_2(0) \\ x_2(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(0) + x_2(1) \\ x_2(0) - x_2(1) \end{bmatrix}$$

$$x_2(i) = x_1(i) + x_1(i + 2), i = (0, 1)$$

# Transformácia pre 8×8 / 5

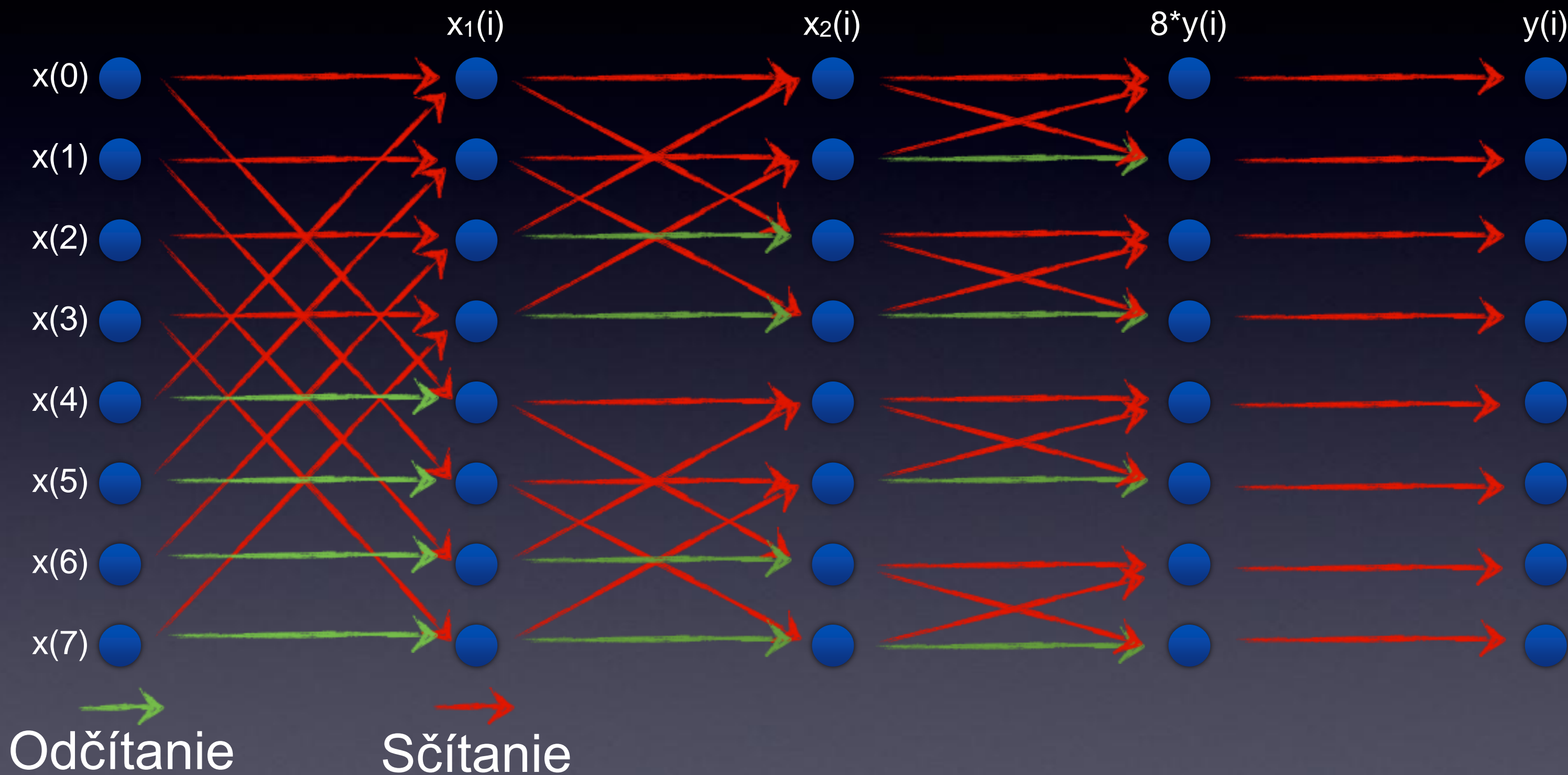
$$\begin{bmatrix} y(2) \\ y(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \underline{U_H(1)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_1(1) \end{bmatrix} - \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \underline{U_H(1)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1(2) \\ x_1(3) \end{bmatrix} = \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} \underline{U_H(1)} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_2(2) \\ x_2(3) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8} * \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_2(2) \\ x_2(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(2) + x_2(3) \\ x_2(2) - x_2(3) \end{bmatrix}$$

$$x_2(i+2) = x_1(i) - x_1(i+2), i = (0, 1)$$

Ostatné  $y(4)$  až  $y(7)$  získame obdobným postupom

# Rýchla transformácia pre $8 \times 8$



# Príklad 1 : priama FWHT

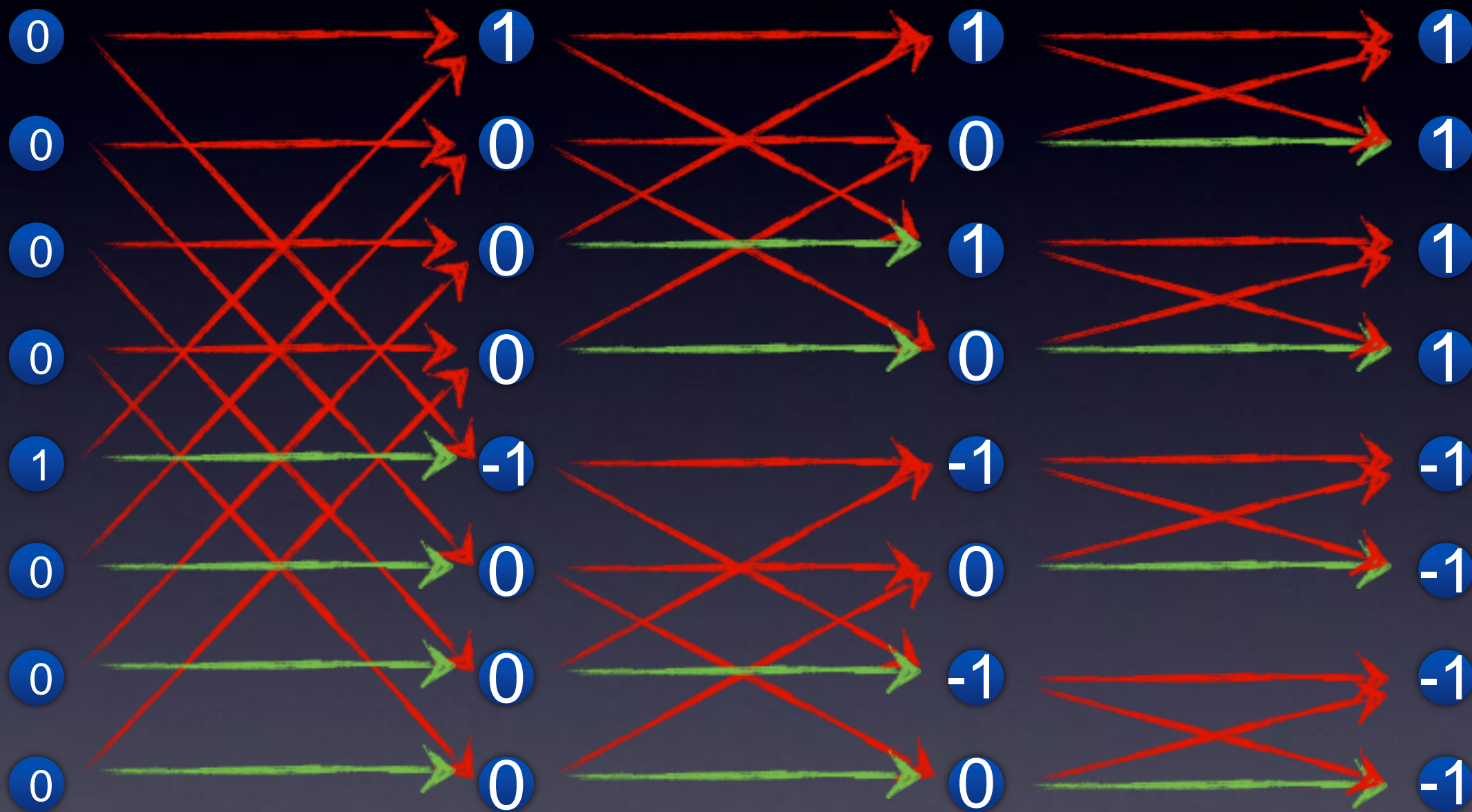


Odčítanie

Sčítanie

Vstupom pre FWHT je tu riadok z WH matice

# Príklad 1 : spätná FWHT



→  
Odčítanie

→  
Sčítanie

# Príklad 2

- pre vstup  $x=[19 \ -1 \ 11 \ -9 \ -7 \ 13 \ -15 \ 5]$  bude výsledok FWHT transformácie  $y=[2 \ 3 \ 0 \ 4 \ 0 \ 0 \ 10 \ 0]$
- pozícia nenulových hodnôt, teda 0., 1., 3., 6., bude označovať riadok vo Walshovej matici, teda  $1: 1 \ 1]$

$$w_1=[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1]$$

$$w_3=[1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \ -1]$$

$$w_6=[1 \ -1 \ 1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 1]$$

# Príklad 2

- Po prenasobení riadkov odpovedajúcimi koeficientami a ich sčítaní dostaneme :  $w=2*w_0+3*w_1+4*w_3+10*w_6$
- Výsledok  $w= [19 -1 11 -9 -7 13 -15 5]$ , čo je ten istý vektor ako vstupný vektor  $x$