Stabilizácia pomocou planárneho algoritmu (PLSI)

Pavol Čiž

Vlastnosti

- Výhody:
  - Rieši sústavy na hranici stability
  - Rieši sústavy, ktoré majú korene blízko jednotkovej kružnici
  - Mení rád výslednej sústavy
- Nevýhody:
  - Zložitejší ako stabilizácia fázovacími článkami
  - Výsledkom je len aproximácia amplitúdovej charakteristiky

Príklad (1/8)

- Podstata spočíva v nájdení polynómu, ktorý aproximuje inverzný polynóm, k polynómu, ktorý obsahuje nestabilný pól

- Vysvetlenie na príklade:

máme funkciu $$H(z) = \frac{1}{1 + 7z^{-1} + 20z^{-2}}$$

- Musíme vyšetriť, či funkcia je stabilná

Príklad (2/8)

$$z^2 + 7z + 20$$

Vypočítame korene kvadratickej rovnice

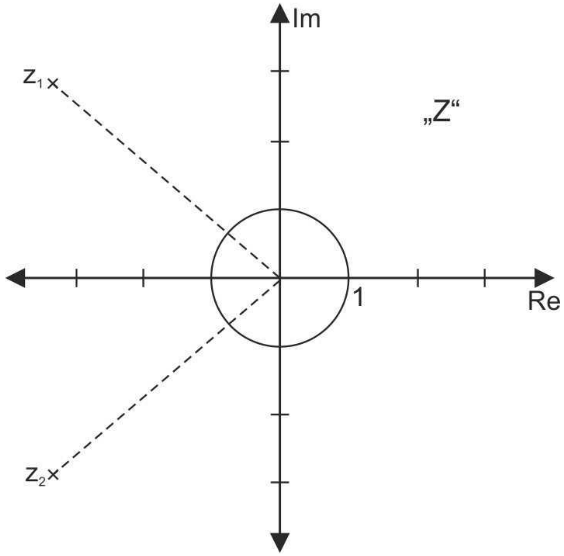
D=-31 $\sqrt{31} = 5{,}57$

$$\sqrt{D} = i\sqrt{31}$$

$$z_{1,2} = \frac{-7 \mp i\sqrt{31}}{2}$$

$$z_1 = \frac{-7 + i\sqrt{31}}{2}$$

$$z_2 = \frac{-7 - i\sqrt{31}}{2}$$



Korene sú mimo jednotkovú kružnicu, čo znamená, že sústava je nestabilná

Príklad (3/8)

- Ak je sústava nestabilná, treba vygenerovať maticu Q

$$Q = \begin{pmatrix} q_0 & q_{-1} & q_{-2} & \cdots & q_{-m} \\ q_1 & q_0 & q_{-1} & & q_{-m+1} \\ & \vdots & & \vdots & \vdots \\ q_m & q_{m-1} & q_{m-2} & \cdots & q_0 \end{pmatrix}$$

- Pre výpočet členov matice platí:

$$q_k = \sum_{i=0}^{m} b_{i+k} * b_i = q_{-k}$$

Príklad (4/8)

- V prvej fáze vypočítame inverzný polynóm A(z^{-1}) k polynómu B(z)

$$B(z) = 1 + 7z^{-1} + 20z^{-2}$$

$b_0=1$ $b_1=7$ $b_2=20$

$m=2$

- Na výpočet koeficientov A(z^{-1}) použijeme maticu Q

$$\begin{pmatrix} q_0 & q_{-1} & q_{-2} & \cdots & q_{-m} \\ q_1 & q_0 & q_{-1} & & q_{-m+1} \\ & \vdots & & \vdots & \vdots \\ q_m & q_{m-1} & q_{m-2} & \cdots & q_0 \end{pmatrix} * \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{matrix} = \begin{matrix} b_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix}$$

Príklad (5/8)

- Koeficienty matice Q vypočítame nasledovne

$$q_0 = b_0^2 + b_1^2 + b_2^2 = 1^2 + 7^2 + 20^2 = 450$$

$$q_1 = b_0 b_1 + b_1 b_2 = 1 * 7 + 7 * 20 = 147$$

$$q_2 = b_0 b_2 = 1 * 20 = 20$$

$$\begin{pmatrix} 450 & 147 & 20 \\ 147 & 450 & 147 \\ 20 & 147 & 450 \end{pmatrix} * \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{matrix} = \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

- Vynásobením matíc dostaneme tri rovnice

Príklad (6/8)

$$450a_0 + 147a_1 + 20a_2 = 1$$

$$147a_0 + 450a_1 + 147a_2 = 0$$

$$20a_0 + 147a_1 + 450a_2 = 0$$

- Riešením sústavy rovníc dostaneme koeficienty inverzného polynómu $A(z^{-1})$

$$a_0 = 0{,}0025$$

$$a_1 = -0{,}0009$$

$$a_2 = 0.0002$$

$$A(z^{-1}) = 0{,}0025 - 0{,}0009z^{-1} + 0{,}0002z^{-2}$$

Príklad (7/8)

- Tu prichádzame do druhej fázy, kedy chceme z inverzného polynómu A(z^{-1}) dostať stabilizovaný polynóm C(z)

- Zostavíme si Q' maticu z koeficientov A(z^{-1}), rovnakým spôsobom ako v prvom prípade

$$\begin{pmatrix} q'_0 & q'_{-1} & q'_{-2} \\ q'_1 & q'_0 & q'_{-1} \\ q'_2 & q'_1 & q'_0 \end{pmatrix} * \begin{matrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{matrix} = \begin{matrix} a_0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

- Opäť dostaneme sústavu troch rovníc

Príklad (8/8)

$$7{,}1 * 10^{-6}c_0 - 2{,}43 * 10^{-6}c_1 + 5 * 10^{-7}c_2 = 0{,}0025$$

$$-2.43 * 10^{-6}c_0 + 7{,}1 * 10^{-6}c_1 - 2{,}43 * 10^{-6}c_2 = 0$$

$$5 * 10^{-7}c_0 - 2{,}43 * 10^{-6}c_1 + 7{,}1 * 10^{-6}c_2 = 0$$

- Po vyriešení dostaneme koeficienty stabilného polynómu C(z)

$$c_0 = 399{,}9505$$

$$c_1 = 144{,}1274$$

$$c_2 = 21{,}1626$$

$$C(z) = 399{,}9505 + 144{,}1274z^{-1} + 21{,}1626z^{-2}$$

Výsledok

- Naša stabilizovaná sústava bude vyzerať nasledovne:

$$H(z) = \frac{1}{399{,}9505 + 144{,}1274z^{-1} + 21{,}1626z^{-2}}$$

- Treba nezabudnúť na to, že stupeň polynómu nestabilného a stabilizovaného môžu byť rozdielne

Overenie

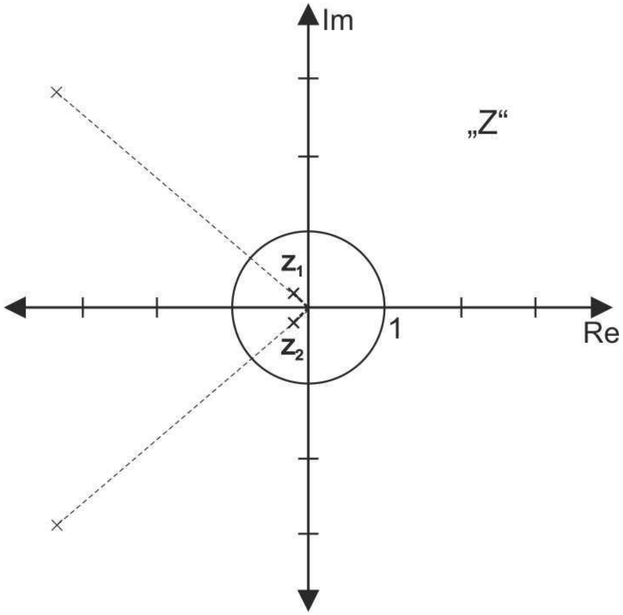
- Náš výsledok si môžeme overiť

$$399{,}9505z^2 + 144{,}1274z + 21{,}1626$$

$$D = -13083{,}26238$$

$$\sqrt{D} = 114{,}382i$$

$$z_{1,2} = \frac{-144{,}1274 \mp 114.382i}{799.9} = -0.1801 \mp 0{,}1805i$$



- Korene sa nachádzajú vnútri jednotkovej kružnici a teda sústava je stabilná

Koniec