

## Stabilizácia pomocou fázovacích článkov

Stabilizácia pomocou fázovacích článkov vychádza z predpokladu, že komplexný koreň  $z_x$  prenosovej funkcie má na magnitúdovú charakteristiku rovnaký vplyv, ako komplexný koreň

$$z_x = \frac{1}{\bar{z}_x} \text{ kde } \bar{z}_x \text{ je komplexne združený koreň k } z_x$$

Príklad:

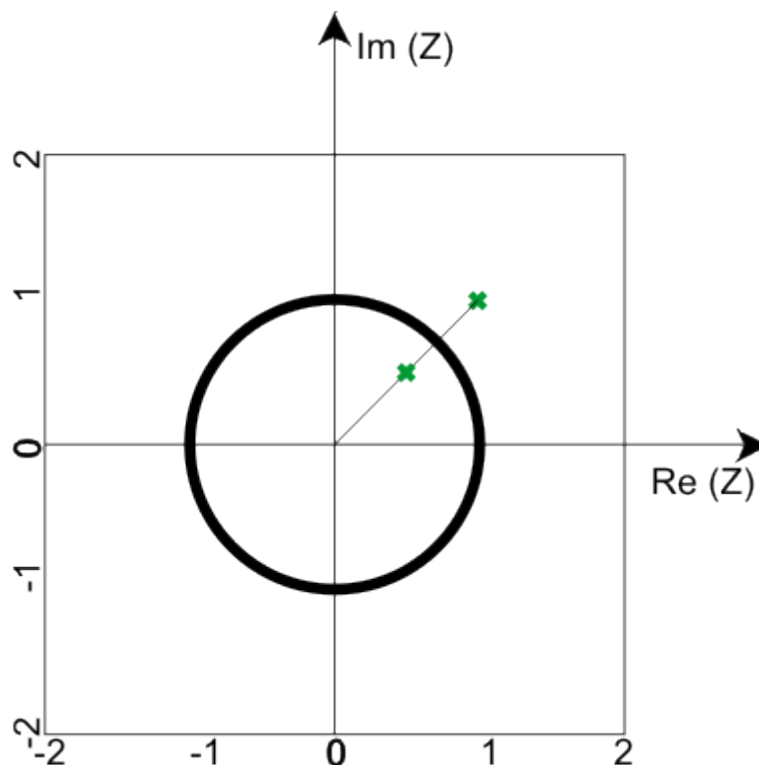
Majme komplexný pól v "z" rovine  $z_x = (1+j)$ . V polárnych súradniciach je jeho veľkosť  $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$  a fáza  $45^\circ$ . Komplexne združený koreň k nemu bude  $\bar{z}_x = (1-j)$ . Ak dosadíme do rovnice

$$\frac{1}{\bar{z}_x} = \frac{1}{1-j} = \frac{1}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = \frac{1+j}{2} = \frac{1}{2} + \frac{j}{2}$$

V polárnych súradniciach dostaneme veľkosť

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

a fázu  $45^\circ$ . Teda tieto 2 póly budú mať na magnitúdovú charakteristiku rovnaký vplyv :



Obr.1

Póly mimo jednotkovej kružnice spôsobujú nestabilitu systému. Použitím fázovacieho článku sa póly prenosovej funkcie mimo jednotkovej kružnice dostanú dovnútra jednotkovej kružnice, pričom sa magnitúdová frekvenčná charakteristika pôvodnej sústavy zachováva.

Príklad:

Prenosová funkcia nestabilného systému:

$$H(z) = \frac{z^{-1} - 3}{1 - 2z^{-1} + 5z^{-2}}$$

V prvom rade si vyrátame korene (póly) prenosovej funkcie:

$$H(z) = \frac{z^{-1} - 3}{1 - 2z^{-1} + 5z^{-2}} \cdot \frac{z^2}{z^2} = \frac{z^1 - 3z^2}{z^2 - 2z + 5}$$

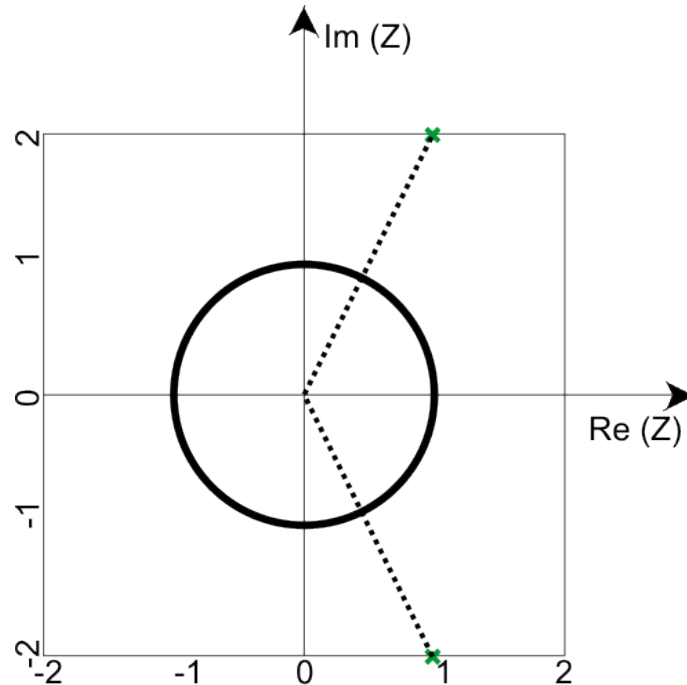
$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 4 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -16$$

$$\sqrt{D} = 4j$$

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm 4j}{2} = 1 \pm 2j$$

V z roviny sú póly prenosovej funkcie mimo jednotkovej kružnice teda sústava je nestabilná.



Obr. 2 póly H(z)

Fázovací článok  $H_s(z)$ :

Póly pôvodnej prenosovej funkcie sa stanú nulami prenosovej funkcie fázovacieho článku.

Menovateľ prenosovej funkcie fázovacieho článku bude v tvare:

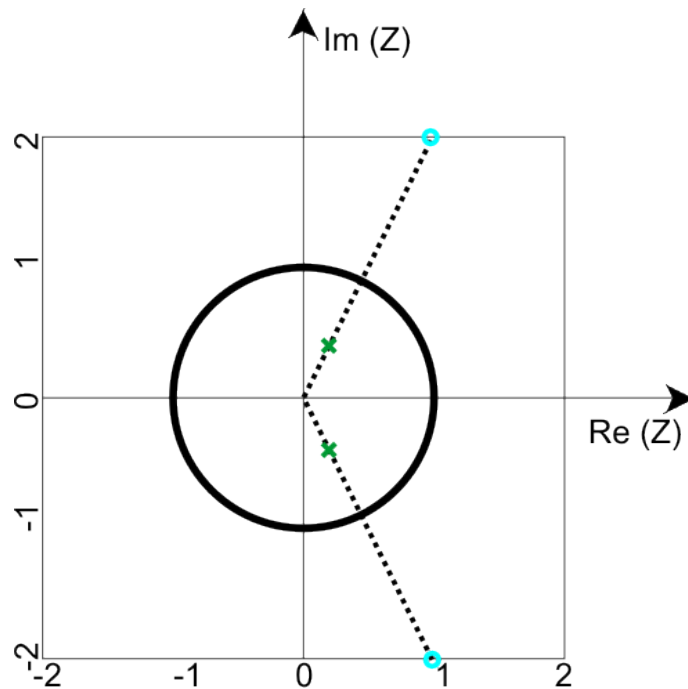
$$\left(1 - \frac{1}{x_1} \cdot z^{-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x_2} \cdot z^{-1}\right) \quad \text{pričom } x_1 \text{ a } x_2 \text{ sú póly pôvodnej prenosovej funkcie } H(z).$$

Aby sme dostali magnitúdovú charakteristiku fázovacieho článku rovnú jednej, je potrebné prenosovú funkciu fázovacieho článku prenásobiť konštantou pre každý zamenený pól:

$$\frac{1}{|X_{1,2}|} = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Prenosová funkcia fázovacieho článku:

$$H_s(z) = \frac{1 - 2z^{-1} + 5z^{-2}}{\left(1 - \frac{1}{1+2j} \cdot z^{-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1-2j} \cdot z^{-1}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$



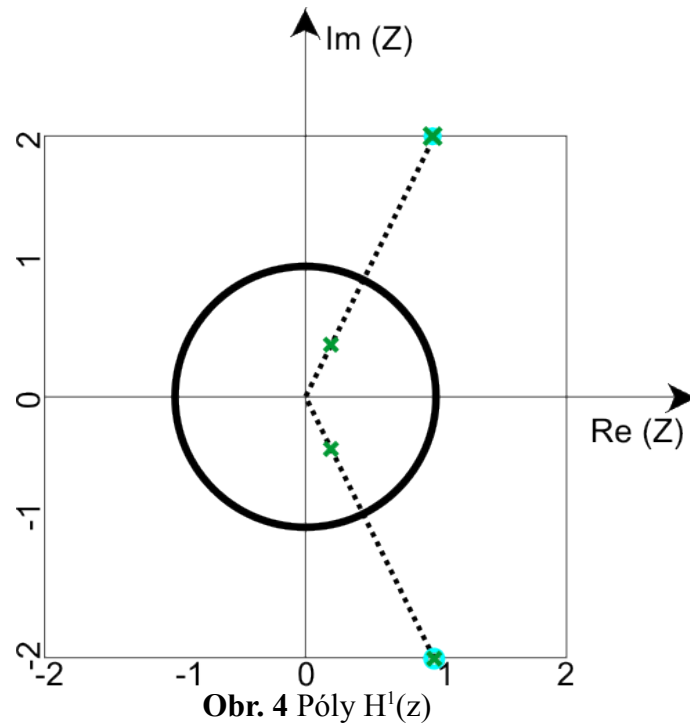
Obr. 3 Korene  $H_s(z)$

Výslednú stabilnú sústavu dostaneme po prenásobení  $H(z) \cdot H_s(z)$ :

$$H^1(z) = H(z) \cdot H_s(z)$$

$$H^1(z) = \frac{z^{-1} - 3}{1 - 2z^{-1} + 5z^{-2}} \cdot \frac{1 - 2z^{-1} + 5z^{-2}}{\left(1 - \frac{1}{1+2j} \cdot z^{-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1-2j} \cdot z^{-1}\right)} \cdot \frac{1}{5} = \frac{z^{-1} - 3}{\left(1 - \frac{1}{1+2j} \cdot z^{-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{1-2j} \cdot z^{-1}\right)} \cdot \frac{1}{5}$$

Nová stabilná sústava bude mať magnitúdovú charakteristiku zhodnú s pôvodnou sústavou. Pozícia núl sa oproti pôvodnej prenosovej funkcii nemení. Póly pôvodnej prenosovej funkcie a nuly fázovacieho článku sa navzájom znegujú.



Stabilizácia systémov pomocou fázovacích článkov nerieši situáciu, keď sa póly nachádzajú priamo na jednotkovej kružnici a systém je na hranici stability. V takomto prípade vieme použiť na stabilizáciu planárny algoritmus.