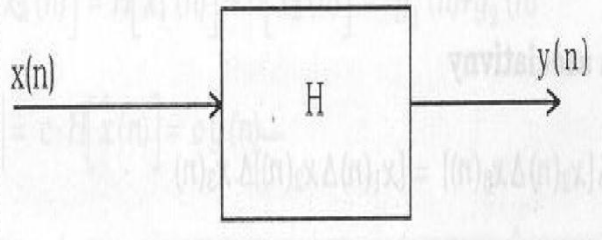


Homomorfne systémy

Jozef Letaši

LDKI Systém



Princíp proporcionality

Ak c je konštanta a vstupný signál je daný vzťahom $x(n)=c \cdot x_1(n)$

Potom odpoveďou sústavy je:
 $y(n)=H\{c \cdot x_1(n)\} = c \cdot H\{x_1(n)\} = c \cdot y_1(n)$

Princíp superpozície

Ak na vstup takéhoto LDKI systému privedieme signály $x_1(n)$ a $x_2(n)$, odpoveďou bude:

$$y_1(n)=H\{x_1(n)\}$$

$$y_2(n)=H\{x_2(n)\}$$

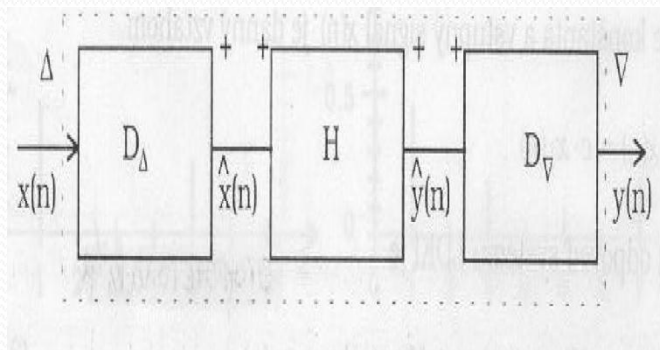
Ak vstupný signál vzniká ich superpozíciou: $x(n)=x_1(n)+x_2(n)$

Potom odpoveď LDKI systému bude:

$$y(n)=H\{x_1(n)+x_2(n)\} =$$

$$H\{x_1(n)\}+H\{x_2(n)\} = y_1(n)+y_2(n)$$

Homomorfné systémy



Kánonická reprezentácia
homomorfného systému

$$y(n) = T\{x_1(n) \Delta x_2(n)\} = T\{x_1(n)\} \& T\{x_2(n)\} = y_1(n) \& y_2(n)$$

a pre operácie s konštantou c platí:

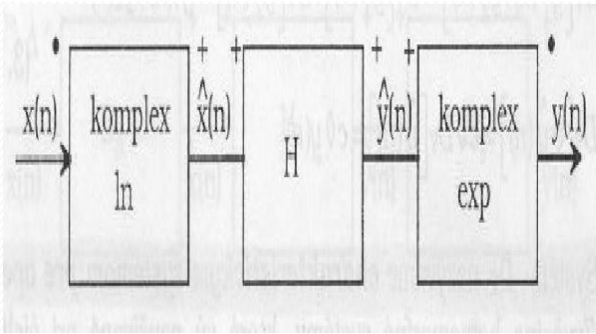
$$y(n) = T\{c \diamond x_1(n)\} = c \diamond T\{x_1(n)\} = c \diamond y_1(n)$$

Najčastejšie používané operácie sú:

- násobenie
- konvolúcia

1. D_Δ - charakteristický systém pre operáciu Δ a \diamond
2. H - lineárny diskretný systém pre ktorý platí princíp superpozície
3. D_∇ - charakteristický systém pre operácie $\&$ a \diamond

Multiplikatívny homomorfný systém



Kánonický model multiplikatívneho homomorfného systému

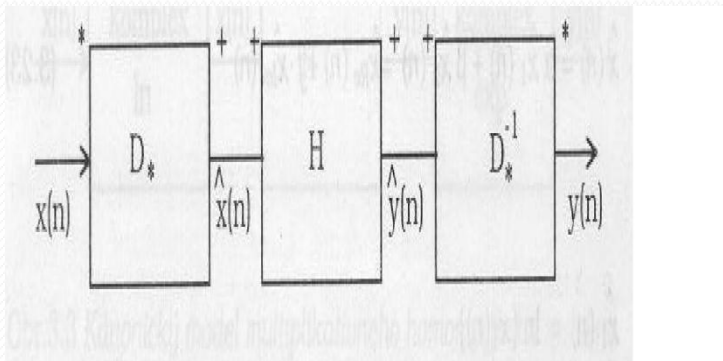
- Vstupný signál je reprezentovaný súčynom dvoch, alebo viacerých čiastkových signálov
- Separácia signálov : dôvod?
- Multiplikatívny šum
- Amplitúdovo modulovaný signál
- Zmena dynamiky obrazu

Operácia násobenia prejde na sčítanie jednoduchým logaritmom a to buď prirodzeným alebo dekadickým:

$$\ln [x_1(n).x_2(n)] = \ln [x_1(n)] + \ln [x_2(n)]$$

$$\log [x_1(n).x_2(n)] = \log [x_1(n)] + \log [x_2(n)]$$

Konvolútorňý homomorfný systém (1/2)



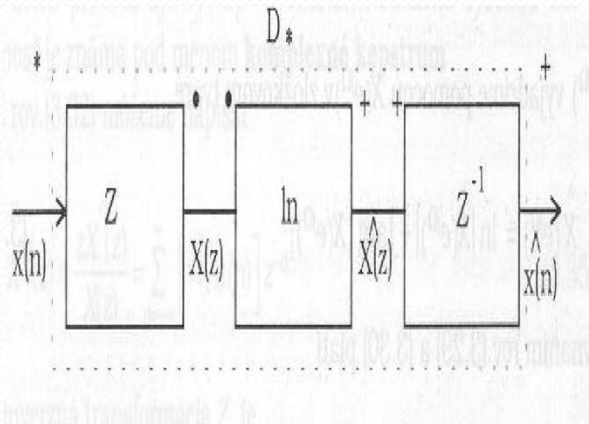
- Vstupný signál je tvorený konvolučným súčinom dvoch čiastkových signálov
- Kedy ?
- Modelovanie reči
- Modelovanie seizmických vln
- Niektoré zašumené dvojrozmerné signály

Kánonický model konvolútorňého homomorfného systému

Základom matematickej reprezentácie charakteristického systému D_* je transformácia Z, kedy dostávame $X(z) = X_1(z) \cdot X_2(z)$ (Konvolúcia > Násobenie)

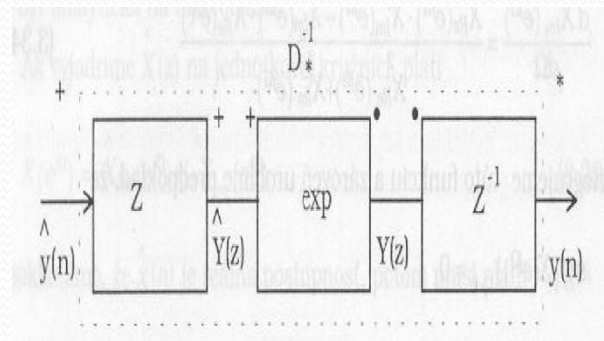
Súčin týchto sa zmení na súčet, ak urobíme komplexný prirodzený logaritmus z $X(z)$

Konvolútorňý homomorfný systém (2/2)



Model charakteristického systému D_*

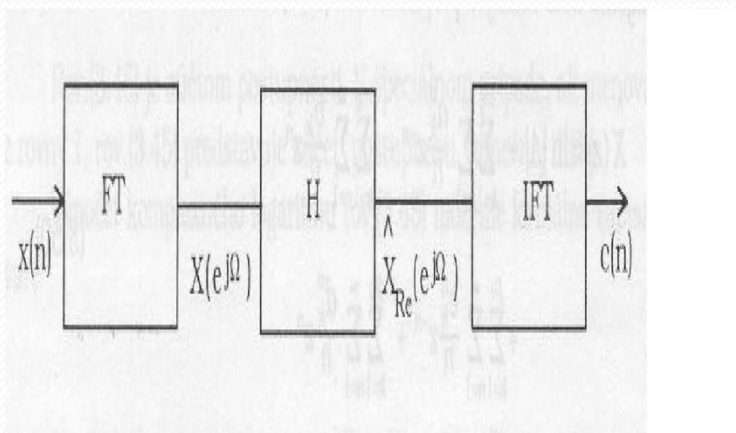
Pomocou inverznej transformácie Z funkcie $X^{\wedge}(z)$ získame postupnosť $X^{\wedge}(n)$, ktorá predstavuje výstup z charakteristického systému D_* . Táto postupnosť sa nazýva **Komplexné spektrum**.



Model charakteristického systému $(D_*)^{-1}$

Inverzný k systému D_*
Transformácia Z je aplikovaná na signál $y^{\wedge}(n)$. Posledným krokom je inverzná transformácia Z funkcie $Y(z)$

Komplexné spektrum



Model charakteristického systému D^* realizovaného Fourierovou transformáciou

V matematickej reprezentácii systému D^* je nahradená Z transformácia Fourierovou transformáciou a po výpočte algoritmu aj inverznou Fourierovou transformáciou

IFT z $\hat{X}_{Re}(e^{j\Omega})$
dostávame párnú časť komplexného spektra $\hat{x}(n)$, ktorá sa nazýva **kepstrum** a označili ho $c(n)$

Platí:

$$c(n) = \frac{\hat{x}(n) + \hat{x}(-n)}{2}$$

Aplikácia v praxi (1/2)

Multiplikatívny homomorfný systém:

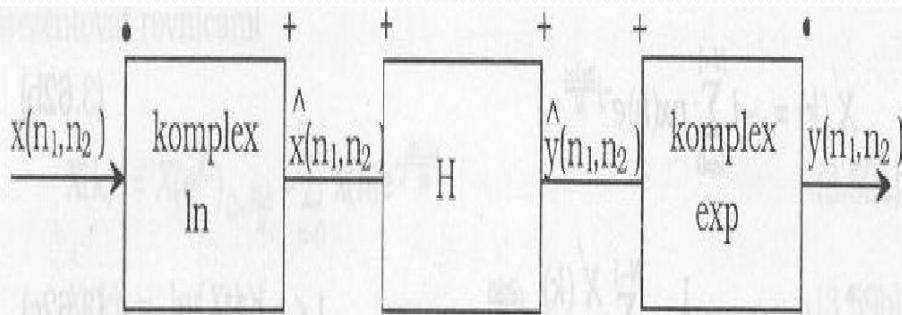
-Zvýšenie kontrastu pri spracovaní obrazu

Ak si obraz predstavíme ako dvojrozmerný signál, potom môžeme vstupný signál pre homomorfný multiplikatívny proces napísať rovnicou

$$X(n_1, n_2) = X_i(n_1, n_2) \cdot X_r(n_1, n_2)$$

kde : $X_i(n_1, n_2)$ predstavuje luminiscenčnú zložku

$X_r(n_1, n_2)$ predstavuje reflektančnú zložku



Zvýšenie kontrastu obrazu
homomorfným systémom

Aplikácia v praxi (2/2)

Konvolútorný homorfný systém

$$H(z) = H_0 G(z) V(z) R(z)$$

Kde :

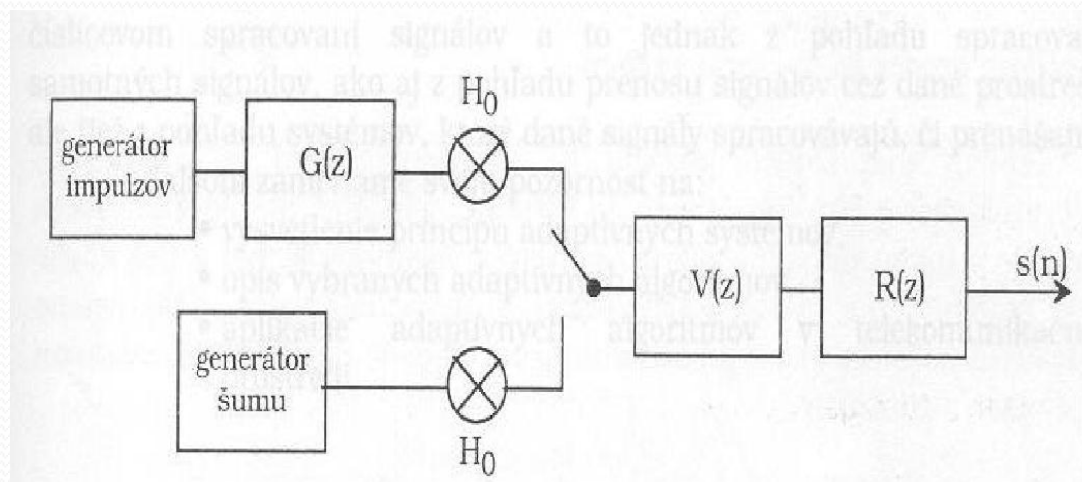
H₀ je konštanta zosilnenia

G(z) je funkcia modelujúca činnosť hlasiviek

V(z) je funkcia modelujúca hlasový trakt

R(z) je funkcia modelujúca vyžarovanie pier

Výstupný signál $s(n)$ vzniká konvolučným súčinom



Bloková schéma ideálneho modelu reči