

Číslicové spracovanie signálov

# FFT – metóda Butterfly

# FFT

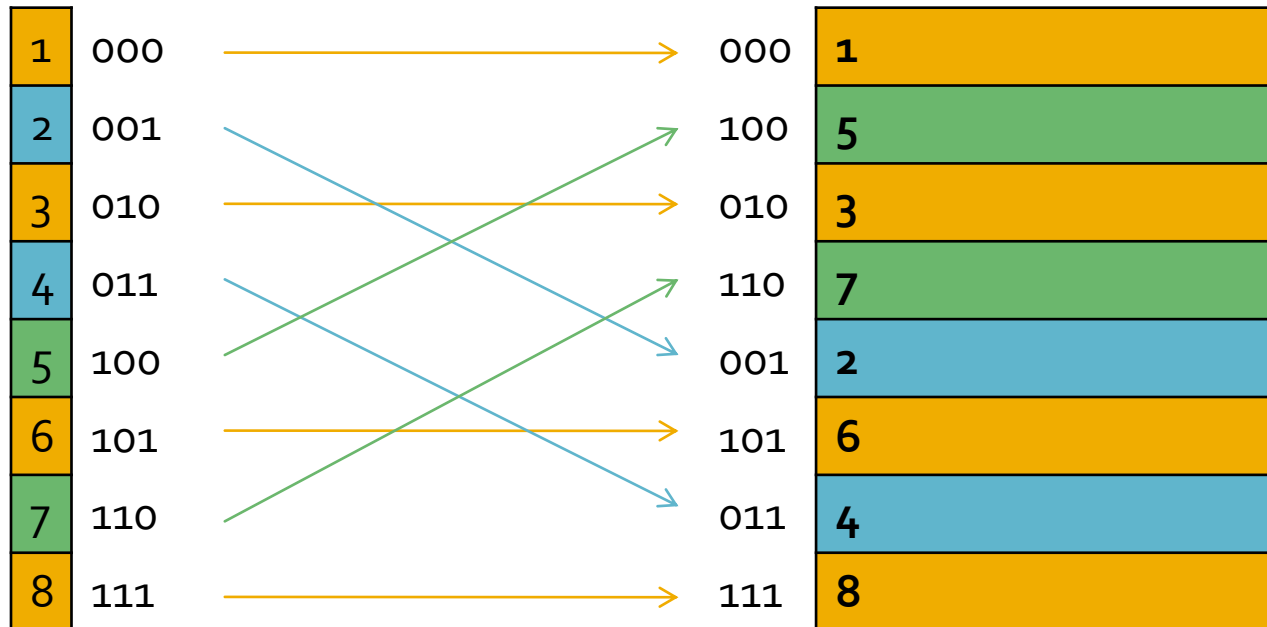
príklad:

máme diskretný signál, ktorého vzorky jednej periódy sú nasledovné

$$\mathbf{x(n)} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\};$$

$$\mathbf{N} = 8$$

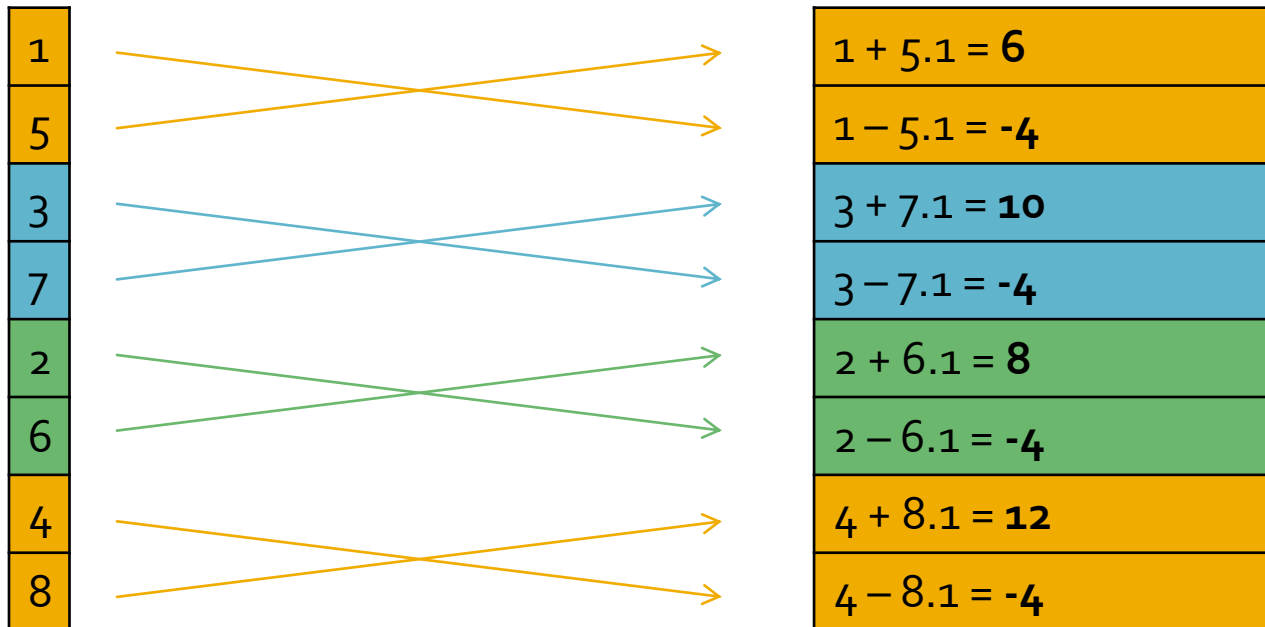
# FFT butterfly (1/5)



V tomto kroku máme osem postupností dĺžky  $N = 1$

**Prvým krokom** je vypísanie vzoriek jednej periódy pod seba a očíslovať ich binárnou trojicou číslíc, následne sa tieto trojice v rámci riadkov zrkadlovo obrátia a dosadia sa na ich pozície hodnoty z novej odzrkadlenej podoby (napr. na **štvrtý** riadok sa presunie hodnota zo **siedmeho** riadku, pretože **011** je zrkadlovo **110**)

# FFT butterfly (2/5)

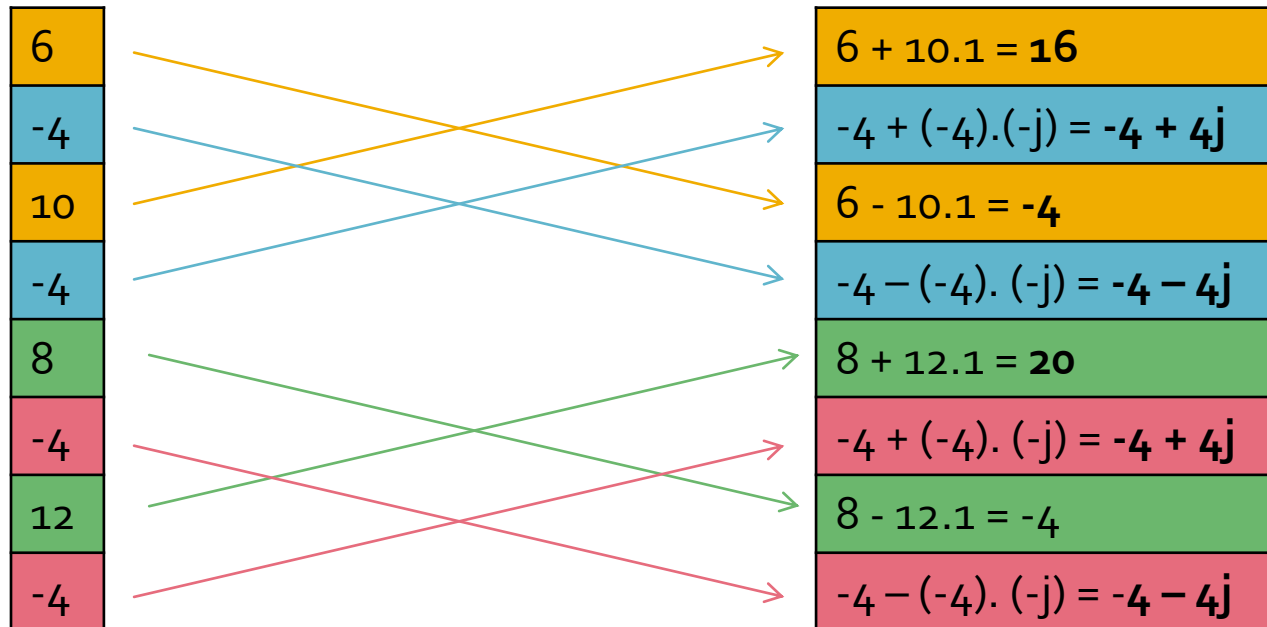


Po sčítaní,  
resp. odčítaní  
získavame  
štyri  
postupnosti  
dĺžky  $N = 2$

**Druhým krokom** bude sčítavanie, resp. odčítavanie dvojíc za sebou idúcich, pričom vždy druhý prvok sa prenasobí určenou konštantou (v tomto prípade 1). Šípka smerujúca nahor predstavuje sčítanie, smerom nadol je to vzájomné odčítanie dvojíc.

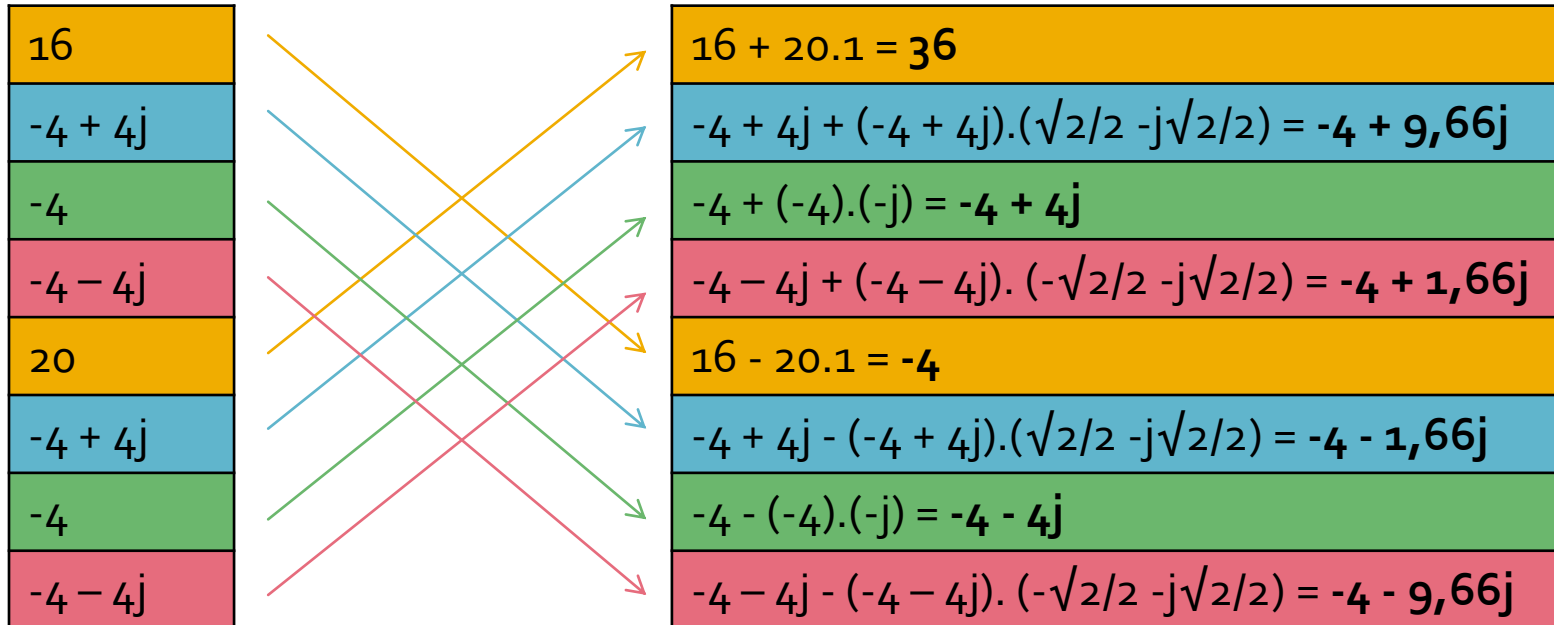
Hodnota konštanty, ktorou sa prenasobuje druhý člen je určená zo všeobecného vzorca  $e^{-j(2\pi/N)k}$ , kde máme neznáme  $N$  a  $k$ . V tomto kroku je  $N = 2$ , v ďalších to bude 4 a 8. Hodnota  $k$  je určená ako množina celých čísel v rámci intervalu  $\langle 0, (N/2) - 1 \rangle$ , čo v tomto prípade znamená, že  $k = 0$  pre každý riadok a preto aj sú všetky druhé členy prenasobené hodnotou 1 (pretože  $e^0 = 1$ ).

# FFT butterfly (3/5)



**Tretím krokom** je opäť sčítavanie, resp. odčítavanie dvojíc, ale medzi ktorými je jedna vzorka (viď obrázok). Ostatný postup je zhodný s predchádzajúcou stranou s výnimkou, že hodnota  $N = 4$ , a teda  $k = \{0, 1\}$  podľa uvedeného vzťahu. Hodnota  $k$  pre každý riadok ide postupne od najmenšej po najväčšiu a potom znovu od najmenšej po najväčšiu, čo v tomto prípade znamená že  $k$  bude pre riadky nadobúdať hodnoty 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1. Výsledná hodnota konštanty, ktorou sa prenášobí vzorka bude  $1, -j, 1, -j, 1, -j, 1, -j$ .

# FFT butterfly (4/5)



Štvrtý krok je rovnaký ako tretí, s rozdielom, že sa sčítavajú/odčítavajú dvojice, medzi ktorými sú tri vzorky. Hodnota  $N = 8$ , a teda  $k = \{0, 1, 2, 3\}$  podľa uvedeného vzťahu. Hodnota  $k$  bude pre riadky nadobúdať hodnoty 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3. Výsledná hodnota konštanty, ktorou sa prenášobí vzorka bude  $1, (\sqrt{2})/2 - j(\sqrt{2})/2, -j, -(\sqrt{2})/2 - j(\sqrt{2})/2, 1, (\sqrt{2})/2 - j(\sqrt{2})/2, -j, -(\sqrt{2})/2 - j(\sqrt{2})/2$ .

# FFT butterfly (5/5)

36
$-4 + 9,66j$
$-4 + 4j$
$-4 + 1,66j$
$-4$
$-4 - 1,66j$
$-4 - 4j$
$-4 - 9,66j$

$36 / 8 = 4,5$
$(-4 + 9,66j) / 8 = -0,5 + 1,2075j$
$(-4 + 4j) / 8 = -0,5 + 0,5j$
$(-4 + 1,66j) / 8 = -0,5 + 0,2075j$
$-4 / 8 = -0,5$
$(-4 - 1,66j) / 8 = -0,5 - 0,2075j$
$(-4 - 4j) / 8 = -0,5 - 0,5j$
$(-4 - 9,66j) / 8 = -0,5 - 1,2075j$

**Posledný krok** spočíva len podelení vzoriek hodnotou **N = 8**. Takto získame diskkrétne vzorky spektra zadaného signálu.

$$X(k) = \{4,5; -0,5 + 1,2075j; -0,5 + 0,5j; -0,5 + 0,2075j; -0,5; -0,5 - 0,2075j; -0,5 - 0,5j; -0,5 - 1,2075j\};$$