

1. Diskrétna náhodná veličina X s hodnotami $1:1:50$ má pravdepodobnostné rozdelenie

a) $p = h/\text{sum}(h)$, kde $h = \text{rand}(1,50)$

b) $p = \text{ones}(1,50)/50$

c) $p_i = k*(1/x_i)$ pre $i = 1:50$ a vhodné k (zistite jeho hodnotu).

i) Nakreslite stĺpcový diagram pre pravdepodobnostné rozloženie veličiny X (každý prípad a), b), c) zvlášť, podobne nasledujúce body)

ii) Nájdite $E(X)$ a $\text{var}(X)$

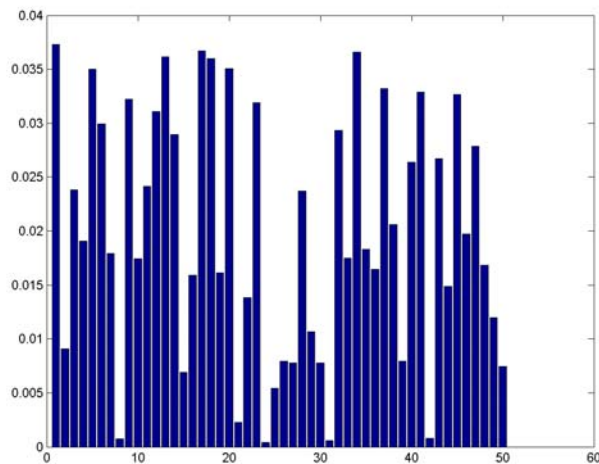
iii) Zistite pravdepodobnostné rozloženie pre S_2, S_3, S_4, \dots a nakreslite jeho stĺpcový diagram (pomôcka – príkaz `conv` a skriptá str. 159). Vypočítajte $E(S_i)$ a $\text{var}(S_i)$.

Riešenia úloh z 5statA:

a) $p = h/\text{sum}(h)$, kde $h = \text{rand}(1,50)$

Poznámka: Vzhľadom na to, že v úlohe sa pracuje s náhodne vytvoreným vektorom p , nemusia všetky výsledky vychádzať každému rovnako.

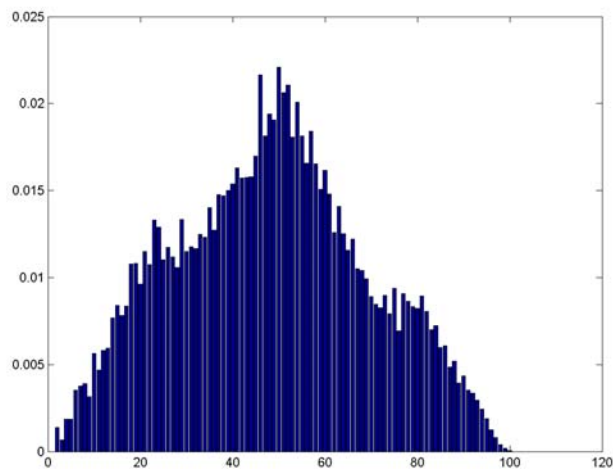
i) `>> x=1:50; h = rand(1,50); p = h/sum(h); bar(x,p)`



ii) `>> EX=x*p', EX2=(x.^2)*p'; varX=EX2-EX^2`

EX = 2.418647867800483e+001
varX = 2.191859683090768e+002

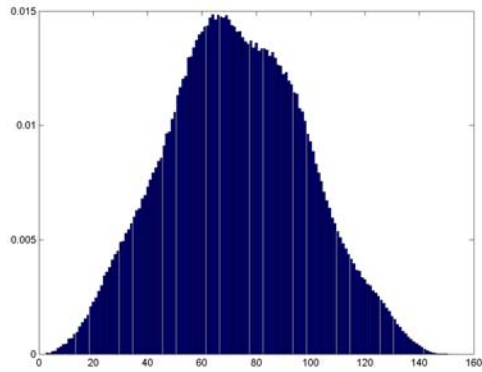
iii) `>> S2 = 2:100; P2= conv(p,p);
>> bar(S2, P2)`



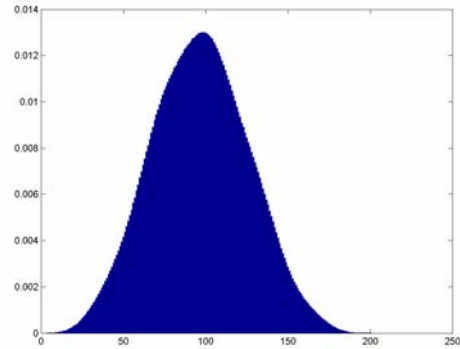
```
>> S3 = 3:150; P3= conv(P2,p); bar(S3, P3)
>> S4 = 4:200; P4 = conv(P3,p); bar(S4, P4)
```

atd.

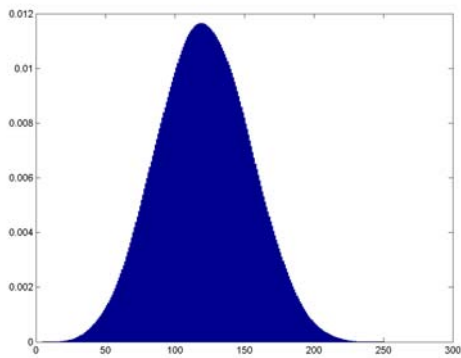
S3:



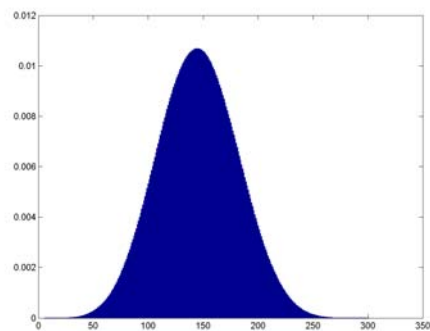
S4:



S5:



S6:



Vidíme, že pri S6 je už tvar diagramu podobný diagramu normálneho rozdelenia. Táto podobnosť sa pri vyšších súčtoch S_i bude len upevňovať.

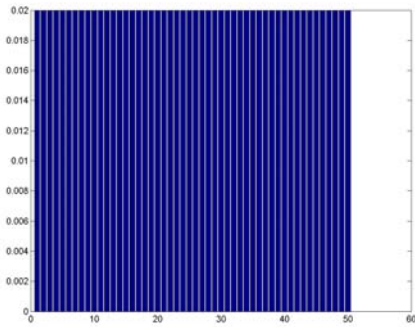
b) `>> p = ones(1,50)/50; EX=x*p', EX2=(x.^2)*p'; varX=EX2-EX^2`

`EX = 2.5500000000000000e+001`
`varX = 2.0825000000000001e+002`

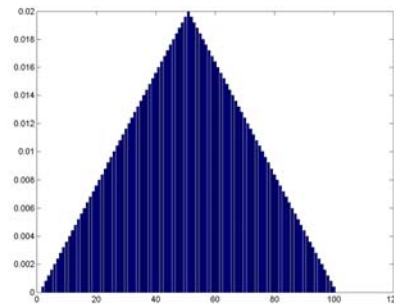
`>> bar(x,p), P=p; for k=2:10, S=k:(k*50); P=conv(P,p); figure, bar(S,P), end`

%naraz 9 obrázkov

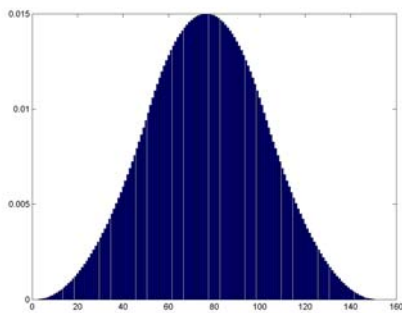
X



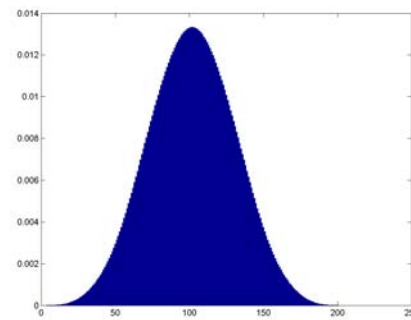
S2



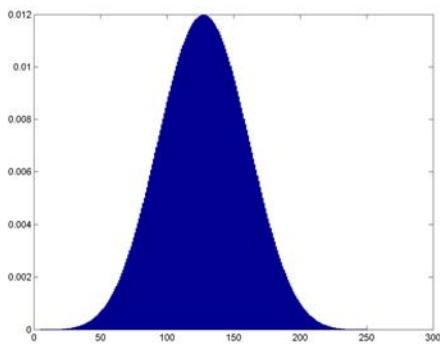
S3



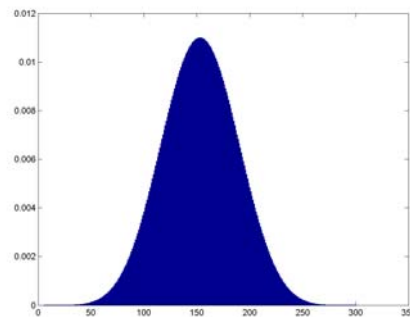
S4



S5



S6



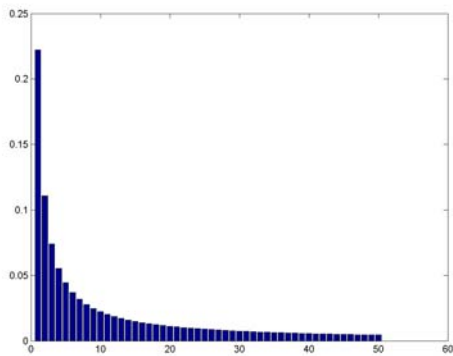
c) $p_i = k \cdot (1/x_i)$ pre $i = 1:50$ a vhodné k (zistite jeho hodnotu).

```
>> p=1./x; ps=sum(p); p=p/ps;  
>> EX=x*p', EX2=(x.^2)*p'; varX=EX2-EX^2
```

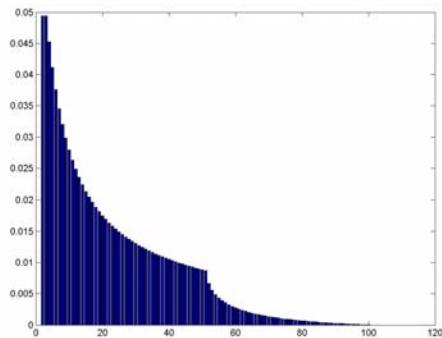
```
EX = 1.111307358524901e+001  
varX = 1.598829719126904e+002
```

```
>> bar(x,p), P=p; for k=2:50, S=k:(k*50); P=conv(P,p); figure, bar(S,P),end
```

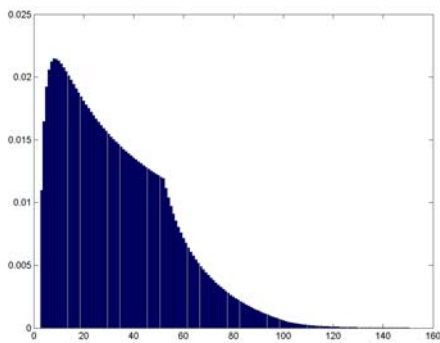
X



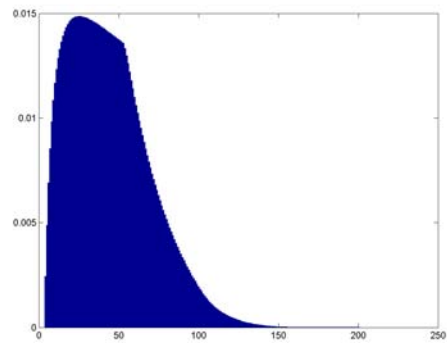
S2



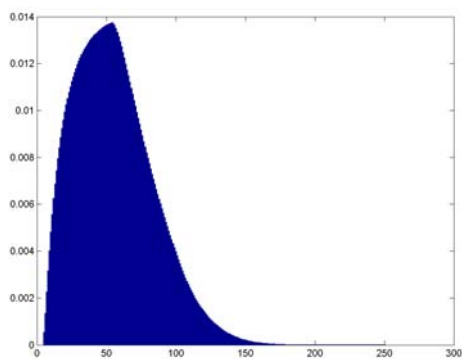
S3



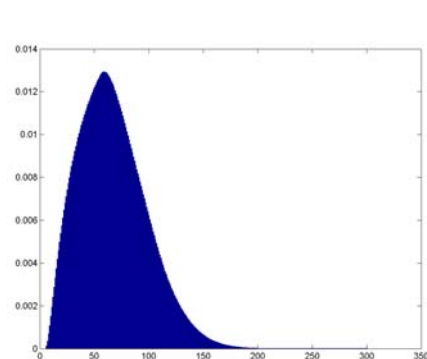
S4



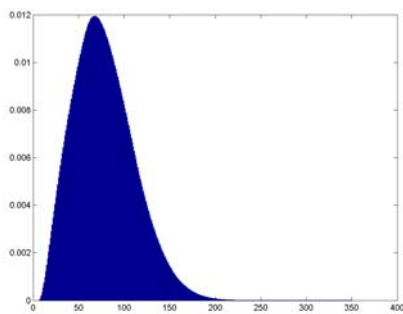
S5



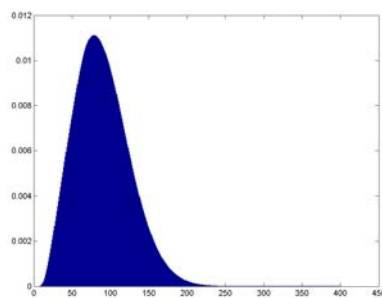
S6



S7



S8



Pri tomto rozdelení chvíľu trvá, kým nadobudne tvar typický pre normálne rozdelenie. Všimnime si však, že ťažisko grafu je dosť vľavo – a to sa nezmení ani pre veľké n . Vrchol grafu pre vyššie n sa nachádza nad strednou hodnotou vektora S_n

$$E(S_n) = n \cdot EX = n \cdot 11.11307358524901,$$

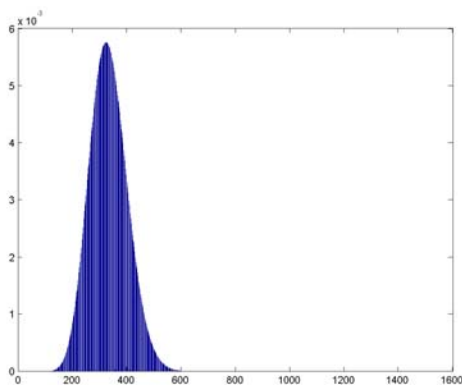
teda v necelej štvrtine rozsahu grafu, ktorý sa rozprestiera medzi n a $n \cdot 50$ (jeho stred je $25.5 \cdot n$).

Pozrime sa na prípad $n=30$. Pre S_{30} je stredná hodnota $m = 3.333922075574743e+002$ a rozptyl $s = 6.925669034381880e+001$. Rozsah intervalu je $[30, 1500]$. Analogické normálne rozdelenie s týmito parametrami m, s má hustotu:

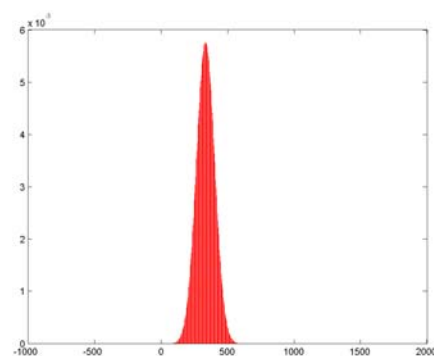
$$\gg f = \text{inline}(' \exp(-(x-3.333922075574743e+002).^2/s.^2)/s/\text{sqrt}(2 \cdot \pi)')$$

Oba grafy vyzerajú takto:

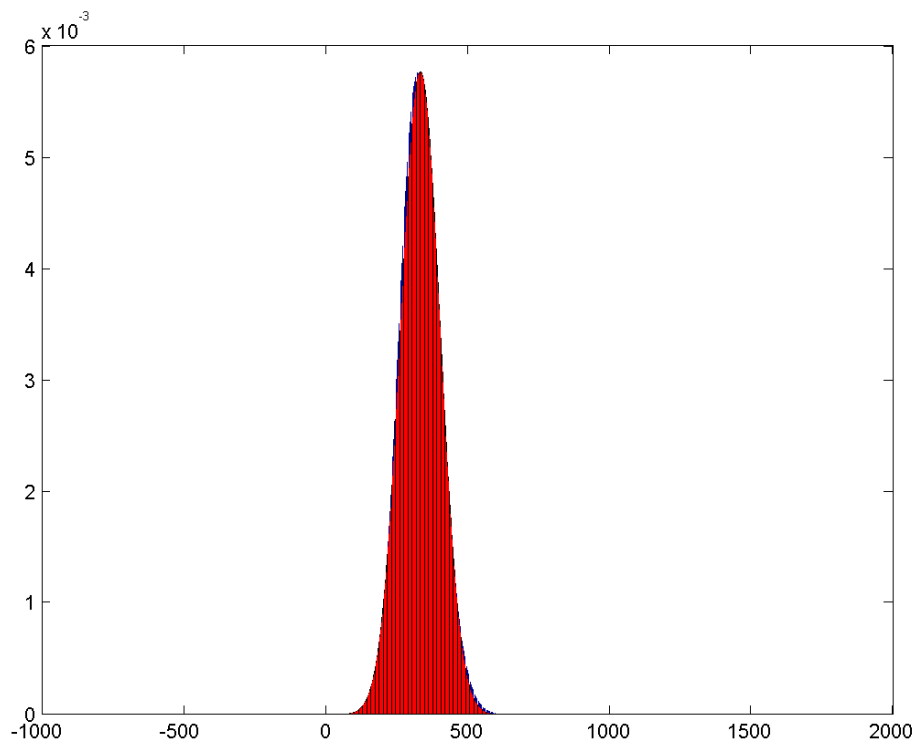
S30:



$N(m,s)$:



Prekrytie oboch grafov:



Detail:

