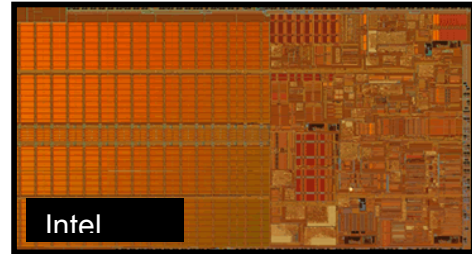


Symbody vytlačené hrubo (bold) a všetky základné konštanty sú považované za známe.

Numericke hodnoty sú síce skutočné ale len ilustračné a preto riešte zadania všeobecne (nie je potrebné dosadzovať).

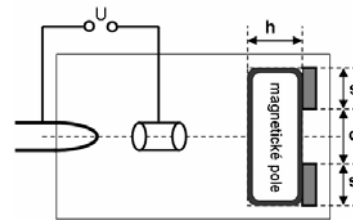
Informácie, informačné technológie, informačná spoločnosť etc. Nepochybujem, že informácie v podobe čitateľného informačného zdroja (ľaháku) možno niekomu práve teraz chýbajú. Kvôli objektívnosti skúšania sa radšej venujme len abstraktnej podobe pojmu informácia. Ako som už naznačil nosičom informácie môže byť písaný text, obrázok ale dnes sa tento pojem spája najčastejšie s elektronickými počítačmi. Tak ako je binárne číslo (jedna z dvoch možností) najmenšia jednotka informácie, tak bistabilný klopný obvod predstavuje technickú realizáciu informácie uloženej v binárnej podobe (zotrvanie v istom logickom stave). Vlastnostiam rôznych realistických (aj menej realistických) súčiastok používaných v logických elektronických obvodoch sú venované príklady písomnej časti tejto skúšky.



1. Majme veľmi (*zanedbateľne*) tenkú obruč s polomerom R . Pozdĺž osi tejto obruče sa môže po vodiacom (*nevodivom*) lanku pohybovať (*bez trenia*) malá guľôčka do vzdialenosti $L=2R$ od stredu obruče na obe strany. Obruč aj guľôčku nabijeme rovnakým nábojom Q (*rovnakej polarity, náboj na obruči sa rozdelí rovnomerne*). Nech poloha guľôčky na ľavej strane obruče predstavuje logický stav FALSE a na pravej strane stav TRUE.

- Aká energia je potrebná na vykonanie negácie takéhoto logického prvku?
 - Aké silné môže byť externé elektrické pole (*jeho maximálna intenzita*) aby tento logický prvok mohol spoľahlivo fungovať? (*Smer externého poľa uvažujte len pozdĺž osi obruče.*)
 - Ak je tento prvok prepínaný z jedného stavu do druhého s frekvenciou f aký je jeho priemerný príkon?
- (celkovo 8 bodov)

2. Prvé čiste elektronické (*nie elektromechanické*) počítače využívali ako aktívne prvky rozne typy elektróniek (*diódy, triódy etc.*). Uvažujme netypickú elektrónku s dvoma anódami šírky s s medzerou d medzi nimi. Zdrojom prúdu nech je priamo žeravená katóda a pomocná urýchľujúca anóda s urýchľovacím napätím U . Vo vzdialenosti h pred anódami (*viď obrázok*) je pomocou cievky s indukčnosťou L vytvorené homogénne magnetické pole.



- Určte aký minimálny prúd v cievke je potrebný na usmernenie toku elektrónov na jednu alebo druhú anódu.
 - Určte pri akom prúde v cievke elektrónový zväzok vôbec nedorazí na niektorú z anód.
 - Ak je celkový odpor cievky R s akou maximálnou frekvenciou je možné prepínať elektrónový tok na jednu alebo druhú anódu?
- (celkovo 8 bodov)

3. Základom každého súčasného logického obvodu sú polom ovládané tranzistory FET-y (*field effect transistor*). Základnou snahou pri ich výrobe je dosiahnuť aby sa dali prepínať z jedného stavu (*uzavreté*) do druhého (*vodiace*) čo najrýchlejšie. V rámci nášho príkladu uvažujme nasledovnú idealizáciu. Nech FET tranzistor je tvorený vodivostným kanálom, ktorý je ovládaný elektródou (*gate*) v podobe malého plochého štvorcového kondenzátora s veľkosťou $L^2 = (0.5 \mu\text{m})^2$ s hrúbkou dielektrika (*oxidu*) $h=10 \text{ nm}$ o relatívnej permitivite $\epsilon_r=4$. Tento kondenzátor sa nabíja cez medený vodič s $\rho_{\text{Cu}}=1.7 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ štvorcového prierezu o šírke $a=0.13 \mu\text{m}$ hrúbke $b=200 \text{ nm}$ a dĺžke $c=2 \text{ mm}$ od zdroja napätia $U_0=1.8 \text{ V}$.

- Aká je kapacita riadiacej elektródy?
 - Aký je odpor napájacieho (nabíjacieho) vodiča?
 - Aký je charakteristický čas (časová konštanta) ovládania tranzistora?
 - Na akej maximálnej frekvencii môže tento prvok pracovať ak logickej nule zodpovedá napätie na kondenzátore $U_{\text{false}} < 0.4 \text{ V}$ (tj. 30% U_0) a logickej jednotke $U_{\text{true}} > 0.8 \text{ V}$ (tj. 60% U_0)? (V skutočnosti dáva logickú jednotku alebo nulu napätia medzi drain source FET prvku ale to by mierne skomplikovalo zadanie príkladu.)
 - O koľko % sa zvýši prípustná taktovacia frekvencia ak sa podarí zvýšiť integráciu súčiastok tak, že sa všetky plošné rozmery zmenšia na polovicu? (*bez zmeny hrúbky oxidu a vodiča*)
- (celkovo 8 bodov)

4. Každá technická realizácia logického stavu je odolná voči preklopeniu do opačného stavu len po istú energetickú hranicu. Táto hranica je veľmi variabilná. U magnetického záznamu vo feritovej pamäti (*dnes k videniu už len v technických muzeách*) je to rádovo $\sim \text{GeV}$ v súčasných procesoroch už len $\Delta E_{\text{INTEL}} \sim 10 \text{ keV}$. Teoretický limit je daný známym Boltzmannovým vzťahom pre entropiu (a

spprostredkovane aj pre energiu) $\Delta E = k_B T \cdot \ln 2$, čo pri izbovej teplote ($T=300K$) predstavuje len 17 meV.

Pretože realistické klopné obvody majú viac ako jeden aktívny prvok je akceptovateľný teoretický limit skôr $\Delta E=40 k_B T$.

- ak predpokladáme, že sa podarí znížiť použité napätia v jadrách procesorov zo súčasnej hodnoty $U_c=1.8$ V na polovičné a súčasne zmenšíme lineárne rozmery prvkov tiež na polovicu (opäť bez zmeny hrúbky izolačných oxidov vo FET štruktúrach) aká bude bariéra ΔE v tejto generácii procesorov? (uvedomte si, že logický stav obvodu je daný stavom nabitia, resp. vybitia všetkých participujúcich kapacít)
 - Koľkokrát by sme museli zmenšiť lineárne rozmery prvkov (už pri $U_c=0.9$ V) aby sme dosiahli teoretickú hranicu pre prevádzku pri izbovej teplote?
- (celkovo 6 bodov)

Alternatívne (skrátene) zadania rovnakých príkladov.

- Tenká obruč má polomer R . Malá guľôčka sa môže pohybovať pozdĺž osi tejto obruče do vzdialenosti $L=2R$ od stredu obruče na obe strany. Obruč aj guľôčka je nabitá nábojom Q .

 - Aká energia je potrebná na prechod z polohy $-L$ do polohy L ?
 - Aké silné môže byť externé elektrické pole (jeho maximálna intenzita) aby tento logický prvok mohol spoľahlivo fungovať? (Smer externého poľa uvažujte len pozdĺž osi obruče.)
 - Ak je tento prvok prepínaný z jedného stavu do druhého s frekvenciou f aký je jeho priemerný príkon?

(celkovo 8 bodov)
- Elektrónka má dve anódy šírky s s medzerou d medzi nimi. Elektróny uvoľnené z katódy sú urýchlené napätím U a nasmerované presne doprostred medzery. Pred anódami do vzdialenosti h je vytvorené homogénne magnetické pole pomocou cievky s indukčnosťou L .

 - Určte aký minimálny prúd v cievke je potrebný na usmernenie toku elektrónov na jednu alebo druhú anódu.
 - Určte pri akom prúde v cievke elektrónový zväzok vôbec nedorazí na niektorú z anód.
 - Ak je celkový odpor cievky R s akou maximálnou frekvenciou je možné prepínať elektrónový tok na jednu alebo druhú anódu?

(celkovo 8 bodov)
- Ovládacia elektróda tranzistora má tvar plochého štvorcového kondenzátora s veľkosťou $L^2 = (0.5 \mu m)^2$ s hrúbkou dielektrika (oxidu) $h=10$ nm o relatívnej permitivite $\epsilon_r=4$. Tento kondenzátor sa nabíja cez medený vodič s $\rho_{Cu}=1.7 \times 10^{-8} \Omega m$ štvorcového prierezu o šírke $a=0.13 \mu m$ hrúbke $b=200$ nm a dĺžke $c=2$ mm od zdroja napätia $U_0=1.8$ V.

 - Aká je kapacita riadiacej elektródy?
 - Aký je odpor nabíjacieho vodiča?
 - Aka je časová konštanta obvodu (tvoreného nabíjajúcim vodičom a kondenzátorom)?
 - Na akej maximálnej frekvencii môže tento prvok pracovať ak logickej nule zodpovedá napätie na kondenzátore $U_{false} < 0.3 U_0$ a logickej jednotke $U_{true} > 0.6 U_0$?
 - O koľko % sa zvýši prípustná taktovacia frekvencia ak zmenšíme rozmery L, a, c na polovicu?

(celkovo 8 bodov)
- Preklopenie logického elektronického obvodu vyžaduje istú energiu. V súčasných procesoroch je to $\Delta E_{INTEL} \sim 10$ keV. Teoretický limit je $\Delta E = k_B T \cdot \ln 2$. Skutočné obvody majú viac ako jeden aktívny prvok preto realistickejší je teoretický limit $\Delta E=40 k_B T$.

 - Ak znížime napätie procesorov zo súčasnej hodnoty $U_c=1.8$ V na polovičné a zmenšíme lineárne rozmery prvkov tiež na polovicu ako sa zmení ΔE ? (uvedomte si, že logický stav obvodu je daný stavom nabitia, resp. vybitia všetkých participujúcich kapacít)
 - Koľkokrát by sme museli zmenšiť lineárne rozmery prvkov (už pri $U_c=0.9$ V) aby sme dosiahli teoretickú hranicu pre prevádzku pri izbovej teplote?

(celkovo 6 bodov)

Riešenia príkladov:

Príklad číslo 1.

Zvolme vzťažnú sústavu tak aby os x smerovala pozdĺž osi obruče. Negácia takéhoto logického prvku znamená premiestniť náboj z jednej strany na druhú pozdĺž osi x. Pre výpočet potrebnej energie je vhodné najskôr určiť elektrostatický potenciál na osi obruče vo vzdialenosti x od jej stredu, tj.

$d\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r}$, kde dQ je infinitezimálna časť náboja umiestnená na obruči a r vzdialenosť tohoto kúska

náboja od guľôčky. Celkový potenciál určíme jednoduchou integráciou ako $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{obruč} \frac{dQ}{r}$

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi^2\epsilon_0 R} \int_{obruč} \frac{dl}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{Q}{8\pi^2\epsilon_0 R} \int_0^{2\pi} \frac{R d\alpha}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

Na premiestnenie z bodu x=L do bodu x=(-L) nám stačí premiestniť guľôčku do bodu x=0 (odkiaľ sa do bodu -L premiestni pôsobením elektrických síl). Prácu (spotrebovanú energiu) na premiestnenie určíme ako rozdiel potenciálnych energií, tj.

$$\begin{aligned} \Delta W_{pot} &= Q\Delta\varphi = Q[\varphi(L) - \varphi(0)] = Q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{L^2+R^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2}} \right] = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\sqrt{(2R)^2+R^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2}} \right] = \\ &= \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right] \end{aligned}$$

Záporný výsledok znamená, že energia sa pri premiestnení spotrebuje.

Ak pôsobí pozdĺž osi obruče externé elektrické pole, jeho intenzita sa skladá s intenzitou elektrického poľa obruče a môže celkové lokálne pole narušiť tak, že poloha na jednej (alebo druhej) strane obruče nebude stabilná. Najskôr musíme určiť priebeh intenzity od obruče. Vzhľadom na osovú symetriu zdroja poľa jediná nenulová zložka vektora intenzity bude E_x . Túto určíme z už určeného vzťahu pre potenciál pomocou vzťahu

$\vec{E} = -grad\varphi$, čo sa v našom prípade redukuje na $E_x(x) = -\frac{d\varphi}{dx}$ a po dosadení a derivovaní dáva

$$E_x(x) = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d}{dx} (R^2+x^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{\sqrt{(R^2+x^2)^3}}$$

hodnotu E_x a polohu tohoto bodu. Určíme to nájdením maxima funkcie, tj. riešime rovnicu $\frac{dE_x}{dx} = 0$. Po

derivovaní a úprave dostávame $x_m = \pm \frac{R}{\sqrt{2}}$ kde x_m je poloha maximálnej intenzity a pre samotnú maximálnu

intenzitu po dosadení $E_{x,max} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{3\sqrt{3}} \frac{Q}{R^2}$. Pretože x_m je medzi krajnými polohami +/- L vonkajšie pole

by muselo dosiahnuť práve túto hodnotu na vyvolanie nestability systému.

Ak je frekvencia preklápania f, potom za čas každej periódy T sa spotrebuje na preklopenie už vypočítaná

energia ΔW_{pot} . Stredný príkon pri takomto procese je zrejme $\bar{P} = \frac{\Delta W_{pot}}{T} = f \cdot \Delta W_{pot} = f \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\frac{1}{\sqrt{5}} - 1 \right]$.

Príklad číslo 2.

Elektróny pri prelete od katódy k urýchľujúcej anóde získajú kinetickú energiu $\Delta W_k = \frac{1}{2} m v^2$ na úkor

potenciálnej energie $\Delta W_p = eU$, kde e je elementárny náboj a m hmotnosť elektrónu. Do magnetického

poľa vlietajú teda rýchlosťou $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$. O magnetickom poli vieme, že je homogénne vo vnútri cievky o rozmeroch $h.(2s+d)$ s indukčnosťou L . Súčin indukčnosti a prúdu dáva magnetický indukčný tok v cievke tj. $L.I = \Phi = B.h.(2s+d)$. Vo vzdialenosti h pred elektródami pôsobí na pohybujúce sa elektróny magnetické pole s indukciou $B = \frac{L.I}{h.(2s+d)}$. Sila ktorou pôsobí magnetické pole na pohybujúci sa náboj ($\vec{F}_m = e\vec{v} \times \vec{B}$)

má charakter dostredivej sily tj. môžeme písať $e v B = m \frac{v^2}{r}$, kde r je polomer kružnice po ktorej sa budú elektróny pohybovať (v poslednej rovnici sú vynechané striktné vektorové označenia berúc do úvahy kolmosť pôsobiacej sily na smer pohybu). Po dosadení doteraz získaných výsledkom môžeme pre polomer r

písať $r = \frac{mv}{eB} = \frac{\sqrt{\frac{2eU}{m}} \cdot m}{e \frac{L.I}{h.(2s+d)}} = \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \frac{h.(2s+d)}{L.I} = \frac{K}{I}$, kde sem ako konštantu K (pre zprehľadnenie

ďalšieho výpočtu) označili $K = \sqrt{\frac{2mU}{e}} \cdot \frac{h.(2s+d)}{L}$. Pre pokračovanie v riešení je vhodné si zvoliť

„rozumnú“ vzťažnú sústavu v ktorej budeme pohyb elektrónov opisovať. Zvoľme počiatok tejto sústavy v bode kde elektróny vstupujú do magnetického poľa, smer osi X totožný so smerom elektrónov pri v tomto bode, smer Y kolmo nahor. Pohyb elektrónov v poli (rovnomerný pohyb po kružnici) sa potom dá opísať rovnicou posunutej kružnice tj. $x^2 + (y-r)^2 = r^2$. Pri dopade na jednu z elektród je v zvolenej sústave je

$x=h$ a súčasne $\frac{d}{2} < y < \frac{d}{2} + s$. Upravená (a dosadená) rovnica má tvar $h^2 + \left(y - \frac{K}{I}\right)^2 = \left(\frac{K}{I}\right)^2$, resp. po

úprave $I = \frac{2Ky}{h^2 + y^2}$. Minimálny prúd v cievke umožní dopad na anódu v bode $[h, d/2]$ tj. $I_{\min} = \frac{Kd}{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$,

naopak maximálny prúd do bodu $[h, s+d/2]$, tj. $I_{\max} = \frac{2K\left(s + \frac{d}{2}\right)}{h^2 + \left(s + \frac{d}{2}\right)^2}$. Pre prúd v cievke v rozsahu

$I_{\min} < I < I_{\max}$ (oboch polarít) spôsobí dopad na anódu (podľa polarít na jednu alebo druhú), ostatné hodnoty prúdu spôsobia, že elektróny preletia medzi anódami alebo budú odklonené úplne mimo polohy anód.

Pri zmene polarít prúdu v cievke je potrebné zviať do úvahy indukčnosť cievky, lebo aj pri okamžitej zmene napájacej polarít zmena prúdu podlieha prechodovému javu v zmysle vzťahu (uvažujeme jednoduchý RL

obvod) $-L \frac{dI}{dt} = RI$, tj. pre zmenu prúdu dostávame $I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, kde $\tau = \frac{L}{R}$ je

charakteristický čas prechodového javu. Pre jednoduchý odhad prepínacej frekvencie môžeme skúsiť niečo ako $T = \tau$ a pre prepínanie frekvenciu dostávame $f \sim \frac{R}{L}$. Ak by sme ale chceli byť dôslednejší uvažujeme,

že nie je dôvod zvyšovať prúd nad I_{\max} ale prepínať sa dá už pri dosiahnutí I_{\min} . Na prepnutie potrebujeme čas t_x pre ktorý platí vzťah $I_{\min} = I_{\max} \exp\left(-\frac{R}{L}t_x\right)$ resp. po dosadení a nevyhnutných úpravách

$$t_x = \frac{L}{R} \ln \left(\frac{2 \left(s + \frac{d}{2} \right) \cdot \left(h^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right)}{d \cdot \left(h^2 + \left(s + \frac{d}{2} \right)^2 \right)} \right). \text{ Celá perióda musí byť ale aspoň } 2t_x \text{ takže maximálna prepínacia}$$

$$\text{frekvencia (pri zvolenom } I_{\max}) \quad f = \frac{R}{2L} \left[\ln \left(\frac{2 \left(s + \frac{d}{2} \right) \cdot \left(h^2 + \left(\frac{d}{2} \right)^2 \right)}{d \cdot \left(h^2 + \left(s + \frac{d}{2} \right)^2 \right)} \right) \right]^{-1}$$

Príklad číslo 3.

Kapacita plošného kondenzátora vyjadrená z definície $C=Q/U$ berúc do úvahy homogenitu poľa medzi platňami je $C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{L^2}{h}$.

Analogicky z definície vyjadríme odpor vodiča ako $R=U/I$. Z Ohmovho zákona vieme, že $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho_{Cu}}$. U uvedenej geometrii je prúd daný ako $I = j \cdot ab$. Uvažujúc homogénne elektrické pole v medenom vodiči pre napätie dostávame $U = E_p \cdot c$, kde E_p je zložka intenzity v smere toku prúdu. Kombinujúc všetky tri vzťahy dostávame známy vzťah $R = \rho_{Cu} \frac{c}{ab}$.

Časová konštanta obvodu tvoreného odporom a kondenzátorom vychádza z rovnice $C \frac{dU}{dt} = -\frac{U}{R}$ ktorá má

riešenie v tvare $U(t) = U(0) \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$ alebo $U(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$, kde $\tau = RC = \rho_{Cu} \frac{c}{ab} \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{L^2}{h}$ je

hľadaná časová konštanta obvodu a U_0 je označené napätie na kondenzátore v čase $t=0$.

Ak chceme určiť maximálnu pracovnú frekvenciu postupujeme ako v predošlom prípade, keď potrebujeme určiť čas $t_x = t_2 - t_1$, za ktorý dokáže obvod prepnúť z hranice logického stavu true (i.e. $U=0.6U_0$ v čase t_1) do logického stavu false (i.e. $U=0.3U_0$ v čase t_2). Použijúc časovú závislosť U pri vybíjaní dostávame

$$0.6U_0 = U_0 \exp\left(-\frac{t_1}{\tau}\right) \text{ a } 0.3U_0 = U_0 \exp\left(-\frac{t_2}{\tau}\right). \text{ Po úprave } \tau \ln 0.6 = -\frac{t_1}{\tau} = \tau (\ln 0.6 - \ln 0.3) = \tau \ln 2$$

Celý cyklus ale predstavuje aj opätovné prepnutie do pôvodného stavu. Časová závislosť napätia pri nabíjaní sa určuje tiež z uvedenej diferenciálnej rovnice ale s inými počiatočnými podmienkami a výsledkom

je $U(t) = U(0) \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right)$. Pretože časová konštanta aj exponenciálny priebeh je u nabíjania

zachovaný aj pri nabíjaní bude prechod z hranice jedného stavu do druhého trvať t_x a celková perióda $T=2t_x$.

Pre maximálnu prípustnú frekvenciu tak dostávame $f_{\max} = \frac{1}{T_{\min}} = \frac{1}{2t_x} = \frac{1}{2\tau \ln 2} = \frac{1}{2 \ln 2} \cdot \frac{1}{\rho_{Cu} \varepsilon_r \varepsilon_0} \cdot \frac{abh}{cL^2}$

Ak zmenšíme L, a, c na polovičné hodnoty dostávame $f'_{\max} = \frac{1}{2 \ln 2} \cdot \frac{1}{\rho_{Cu} \varepsilon_r \varepsilon_0} \cdot \frac{\frac{a}{2} b h}{\frac{c}{2} \left(\frac{L}{2}\right)^2} = 4f_{\max}$, tj. môže

vzrásť na 400% pôvodnej frekvencie.

Príklad číslo 4.

Predpokladajme že súčet kapacít v jednom klopnom obvode je C. Potom v istom logickom stave je pri napájanom napätí U celková energia uložená na týchto kondenzátoroch rovná $W = \frac{1}{2}CU^2$. Na preklopenie do logického stavu je teda potrebné dodať (odvieť) energiu úmernú práve tejto hodnote, čo napíšeme ako $\Delta E_{INTEL} = \eta W = \frac{1}{2}CU^2 \cdot \eta$, kde η je práve koeficient úmernosti. Ak znížime napätie a lineárne rozmery

kapacít na polovicu dostávame $\Delta E_{PENTIUM_XX} = \frac{1}{2}C \left(\frac{U}{2}\right)^2 \cdot \eta = \frac{1}{2} \frac{C}{2^2} \left(\frac{U}{2}\right)^2 \cdot \eta = \frac{1}{16} \Delta E_{INTEL}$ (kapacita

kondenzátorov je úmerná ich ploche, tj. 2 mocnine ich lineárnych rozmerov) čo je približne 625 eV.

Ak považujeme za teoretickú hranicu $\Delta E = 40k_B T$ a zmenšíme súčastky x-krát môžeme písať

$$\Delta E_{INTEL_XX} = 40k_B T$$

$$\Delta E_{INTEL_XX} = \frac{1}{2} \frac{C}{x^2} \left(\frac{U}{2}\right)^2 \cdot \eta \quad \text{pričom} \quad \eta = \frac{2}{CU^2} \Delta E_{INTEL} \quad \text{Po úpravách dostávame} \quad x = \sqrt{\frac{\Delta E_{INTEL}}{4 \cdot 40k_B T}}$$

teplote $T=300$ K ($k_B=8.6 \times 10^{-5}$ eV/K) približne 50. Ak sa pri napätí 0.9 V (napätie sa nedá tlačiť pod hodnoty šírky zákázaného pásma použitých polovodičov) zmenšia lineárne rozmery cca. 50 krát bude potrebné uvažovať o podstatne výkonnejšom chladení. Použitá teplota 300K je len ilustračná ako nakoniec aj celý príklad, pretože realita je podstatne zložitejšia. Teploty vo vodivostných kanáloch FET tranzistorov sú podstatne vyššie, silne nehomogénne a rýchlo časovo premenné.