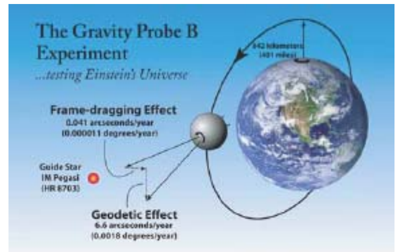
Nepanikáriť!
Pozorne prečítať najskôr celé zadanie a potom ešte pozornejšie jednotlivé príklady.
Symboly vytlačené hrubo (bold) sú považované za známe. Numericke hodnoty sú síce skutočné ale len ilustračné, riešiť všeobecne (s výnimkou príkladu 2a nie je potrebné dosadzovať)

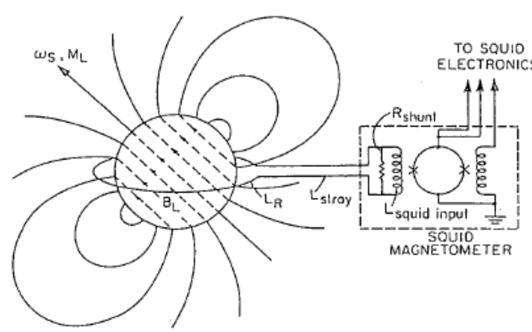


Motívom príkladov k tejto skúške je umelá družica **Gravity Probe B**. Táto družica bola vynesená na prakticky kruhovú polárnu obežnú dráhu (inklinácia 90.007°, apogeum 659.1 km, perigeum 639.5 km, obežná perióda 97.5 minút) nosnou raketou Delta II (štart z Vandenberg AFB, 20.IV.2004 o 9:57:24 Pacific Daylight Time). Cieľom projektu je experimentálne overiť platnosť všeobecnej teórie relativity pri pohybe v gravitačnom poli rotujúceho telesa (Zeme). Očakáva sa, že počas jedného roku merania sa os rotácie voľne rotujúceho zotrvačníka (gyroskopu) odkloní od pôvodného smeru o uhol 1.84×10^{-3} stupňa za rok vplyvom geodetického javu a o uhol 1.14×10^{-5} stupňa za rok vplyvom gravimagnetického javu (frame-dragging effect). Aby bolo možné zmerať také malé odklony museli byť použité také techniky merania, ktoré umožňujú merať odklony na úrovni 1.4×10^{-7} stupňa za rok. Pri takejto presnosti je meranie citlivé na veľa sekundárnych efektov, ktorých vplyv musí byť potlačený (odtienený). Vypočítajme si preto niektoré elektromagnetické parametre systémov tejto skutočne unikátnej umelej družice.

V prípade záujmu ďalšie informácie dostupné na: http://einstein.stanford.edu. Samotné merania spominaných efektov boli ukončené v októbri 2005, výsledky sú očakávané v apríli 2007 (takáto zdĺhavá analýza výsledkov je potrebná pre stanovenie pozorovaného efektu a chýb merania, ktorými je zaťažená).

1. Použité zotrvačníky majú tvar prakticky ideálnej gule s polomerom **r** = 1.9 cm (vyrobená z SiO_2 pričom odchýlka od ideálnej sféry je menšia ako 40 atómových vrstiev), pokrytá **d**=1270 nm hrubou vrstvou nióbu. Hmotnosť zotrvačníka je **m**=63,237 g. Otáčajú sa s frekvenciou **f**=72 Hz vo vnútri sférickej dutiny s polomerom len o $\mathbf{\Delta r}$ = 31 μm väčším ako je zotrvačník samotný. Na vnútornej strane dutiny je umiestnených 6 riadiacich elektród (v troch osiach a oproti sebe) každá s plochou **S**, pomocou ktorých sa elektrostaticky sníma a udržuje taká poloha zotrvačníka aby nezadŕhal o steny dutiny.
   a) Určte plochu **S** jednotlivých elektród, ak nameraná kapacita elektródy voči nióbovénu pokoveniu zotrvčníka je **C**=80 pF (dielektrikum je vákuum, stred zotrvačníka je totožný s geometrickým stredom dutiny).
   b) Aký bude rozdiel kapacít Δ**C** dvoch protistojných elektród, ak sa zotrvačník vychýli o δ=1 μm od geometrického stredu dutiny pozdĺž spojnice týchto elektród? Takéto meranie sa používa na sledovanie aktuálnej polohy zotrvačníka v dutine.
   c) Ak uvedená výchylka δ (z časti b) je vyvolaná pôsobením zrýchlenia **a**=10^{-6} ms^{-2} určte aký rozdiel potenciálov **U** je potrebné pripojiť k zvolenej elektróde aby elektrostatické sily anulovali pôsobenie uvedeného zrýchlenia?
   d) Určte čas τ za ktorý musí elektrostatický stabilizačný systém reagovať (pri zrýchlení uvedenom v časti c) aby zotrvačník nenarazil na vnútornú stenu dutiny?

Samotný zotrvačník nenesie žiaden náboj a jeho potenciál považujme za nulový. To ale zjavne nebráni prerozdeleniu náboja v nióbovej vrstve prostredníctvom elektrostatickej indukcie pri pripojení nenulového napätia k elektróde. Pri riešení použite vhodné aproximácie vychádzajúce zo skutočnosti, že **r** >> $\mathbf{\Delta r}$ a δ << $\mathbf{\Delta r}$
(8 bodov)



2. Orientácia zotrvačníka (smer osi rotácie) je určovaná pomocou tzv. Londonovho magnetického momentu rotujúcich supravodičov (viď. obr.), keď indukciu magnetického poľa vo vnútri zotrvačníka určuje vzťah $B_L = (2m/e).\omega$, kde **m** = 9.1×10^{-31} kg je hmotnosť, **e** = 1.6×10^{-19} C náboj elektrónu a $\boldsymbol{\omega_S}$ uhlová rýchlosť rotácie. Táto metóda vyžaduje aby samotný zotrvačník bol odtienený od pôsobenia iných magnetických polí (hlavne magnetického poľa Zeme) a úplne elektricky neutrálny, pretože prítomnosť zvyškových nábojov by pri

Používajte symboly (označenia premenných) podľa zadania!
Pomocné symboly použité počas riešenia vysvetlite!

Priezvisko uveďte na všetky použité hárky papiera
Text zadanie si môžete ponechať (na pamiatku)

rotácii vytvárala magnetické pole rotujúceho systému nábojov. Sonda ako každé iné teleso je však vystavená pôsobeniu kozmického žiarenia, preto dochádza neustále k nabíjaniu zotrvačníka (vplyvom ionizácie žiarením). Zvyškový náboj zotrvačníkov musí byť neustále monitorovaný a kompenzovaný zdrojom elektrónov.

a) Porovnajte (len rádovo) magnetickú indukciu od rotujúceho nióbu voči indukcii magnetického poľa Zeme. Takto zistíte aké dokonalé tienenie vonkajšiehi poľa musí byť dosiahnuté v dutine zotrvačníkov. Pre výpočet indukcie od supravodiča použite zadaný vzťah pre B_L. Indukcia magnetického poľa Zeme je danná v príklade č. 4.
b) Určte aký zvyškový náboj $\mathbf{Q_z}$ na zotrvačníku stačí na simuláciu efektu Londonovho momentu supravodivého nióbu. Predpokladajte homogénne rozloženie zvyškového náboja na plášti zotrvačníka (v kovovom Nb). Výpočet vykonajte pre stred zotrvačníka (rozmery a ostatné parametre ako v príklade č. 1.). Prerozdeľovanie náboja vplyvom elektrostatickej indukcie (diskutované v príklade č. 1) nemá vplyv na tvorbu magnetického poľa (vzájomne sa kompenzuje).

(8 bodov)

3. Slnečné panely družice (**2 ks**) majú účinnosť η = 18.5 %. Ich plocha je $\mathbf{S_P}$ = 2.(a.b), kde **a** = 1.3 m, **b** = 3.5 m. Celkový príkon systémov družice je **P** = 606 W. Celková kapacita batérii družice je **Q** = 70 (A.hod) pri nominálnom napätí **U** = 12 V. Obvody sondy považujme za jednosmerné (zväčša skutočne aj sú jednosmerné).
   a) Určte strednú hodnotu Pointingovho vektora slnečného žiarenia (svetla) dopadajúceho na slnečné panely družice, za predpokladu, že panely su natočene kolmo na dopadajúce svetlo a poskytujú použiteľný elektrický výkon na úrovni **k** = 120 % príkonu sytémov družice.
   b) V stave núdze sonda vypne všetky vedecké prístroje a prejde do tzv. „safe mode" keď reštartuje palubný počítač, povely ktorého sa snažia zorientovať slnečné panely na Slnko a zahajiť núdzovú komunikáciu s riadiacim strediskom. V tomto režime je príkon sondy len $\mathbf{P_S}$ = 293 W. Aký maximálny čas má sonda na to aby zorientovala slnečné panely? (predpokladajme, že batérie sú plne nabité)

(6 bodov)

4. Družica má približne tvar válca s priemerom **d** = 2.6 m (ignorujúc slnečné batérie) a celkovú hmotnosť **M** =3100 kg. Na obežnej dráhe sa pohybuje orbitálnou rýchlosťou **v** = 7.55 km/s, pričom sa stále nachádza v magnetickom poli Zeme. Os sondy (válca) je stále veľmi presne zameraná na referenčnú hviezdu HR 8703 v súhvezdí Pegasa, tj. uhol medzi osou sondy a osou rotácie Zeme je stále $\alpha = 90\ ^{o}$. Magnetické pole Zeme má klasický dipólový tvar, pričom nad rovníkom má len vodorovnú zložku $\mathbf{B_v}$ = 25 μT a nad pólmi len kolmú zložku $\mathbf{B_k}$ = 44 μT[1] (zanedbávame skutočnosť, že magnetické póly nie sú totožné s geografickými). Nech po obvode družice vedie vodič (okolo celého obvodu), ktorým tečie prúd **I** (smer prúdu si zvoľte podľa vlastnej vôle).
   a) Nakreslite obrázok a vyznačte aký moment síl (alebo aj len predpokladaný účinok) bude pôsobiť na sondu (presnejšie na spomínanú prúdovú slučku) pri lete nad rovníkom a nad pólmi (sem naznačte zvolený smer prúdu a smer uvažovaného vektora indukcie).
   b) Pretože zameranie sondy na referenčnú hviezdu musí byť extrémne presné, sú na obvode družice umiestnené malé korekčné trysky na kompenzáciu podobných momentov. Ak predpokládáme, že korekciu vykonávajú vždy dve trysky (na protiľahlých stranách družice nasmerované v optimálnom smere), určte aký ťah musí mať každá z nich (stačí absolútnu hodnotu ťahu,).
   c) Predpokladajme, že analogicky ako v príklade č. 2 dojde k nabitiu (tentokrát celej družice) nábojom **Q**. Určte akému dodatočnému zrýchleniu bude družica vystavená nad pólmi a nad rovníkom.

(8 bodov)

[1] Hodnoty indukcie sú pre výšku obežnej dráhy 600 km (podľa http://www.ngdc.noaa.gov/seg/geomag/jsp/struts/calcPointIGRF)

Riešenia príkladov:

Príklad číslo 1.

Elektróda umiestnená na vnútornej strane dutiny aj pokovený povrch zotrvačníka sú zakrivené povrchy, avšak polomer zakrivenia je podstatne väčší ako ich vzájomná vzdialenosť tj. r >> Δr a preto pre kapacitu tejto sústavy platí vzťah rovnaký ako pre rovinný kondenzátor, tj. v zmysle zadania $C = \varepsilon_0 \frac{S}{\Delta r}$ plocha elektródy je potom $S = \frac{C.\Delta r}{\varepsilon_0}$.

Pri výchylke o δ sa jedna kapacita zväčší na hodnotu $C^+ = \varepsilon_0 \frac{S}{\Delta r - \delta}$ a druha zmenší na $C^- = \varepsilon_0 \frac{S}{\Delta r + \delta}$,

teda ich rozdiel bude $\Delta C = \varepsilon_0 \frac{S}{\Delta r - \delta} - \varepsilon_0 \frac{S}{\Delta r + \delta} = \varepsilon_0 \frac{S\left[\Delta r + \delta - \Delta r + \delta\right]}{\left(\Delta r - \delta\right)\left(\Delta r + \delta\right)} = \varepsilon_0 \frac{S2\delta}{\Delta r^2 - \delta^2}$ čo pre posuny δ << Δr môžeme písať ako $\Delta C \approx C\frac{2\delta}{\Delta r}$, tj. takéto snímanie polohy má lineárnu odozvu.

Zmeniť potenciál jednej z elektród na hodnotu U (voči nulovému potenciálu zotrvačníka) znamená priviesť na ňu náboj o veľkosti Q. Množstvo náboja potrebné na zmenu potenciálu určíme priamo z definície kapacity kondenzátora ako $Q = C.U$. Medzi nióbovým pokovením zotrvačníka a elektródou sa vytvorí elektrické pole, ktoré prostredníctvom elektrickej indukcie spôsobí prerozdelenie náboja v nióbe tak, že oproti elektróde sa „umiestni" rovnako veľký ale opačný náboj. Pretože zotrvačník je izolovaný, tento náboj musí zostať kompenzovaný opäť rovnako veľkým a opačným nábojom rozmiestneným na celej guli. Výsledné silové pôsobenie takto pozostáva z príťažlivého pôsobenia nábojov na elektróde a oproti nej (vo vzdialenosti Δr) a odpudzovania nábojov na elektróde a zvyšku gule (tj. v zmysle sférického rozdelenia vo vzdialenosti r).

Výslednú silu od elektródy potom určíme ako $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q^+Q^-}{\left(\Delta r + \delta\right)^2} - \frac{Q^+Q^+}{\left(r + \delta\right)^2}\right] \approx \frac{\left(CU\right)^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r^2}\right]$

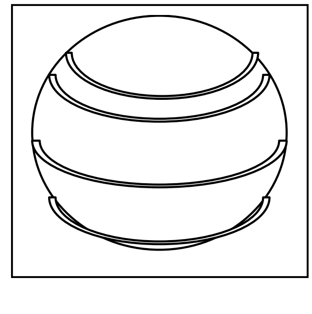
V zmysle zadania príkladu táto sila má kompenzovať zvyškové zrýchlenie a, tj. podľa 2. Newtonovho zákona $F = ma$ dostávame $ma = \frac{\left(CU\right)^2}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r^2}\right]$ Pre požadovanú hodnotu korekčného napätia potom zasa

$U = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0.ma}{\frac{1}{\Delta r^2} - \frac{1}{r^2}}} \approx \frac{2\Delta r}{C}\sqrt{\pi\varepsilon_0.ma}$ vzhľadom na Δr << r

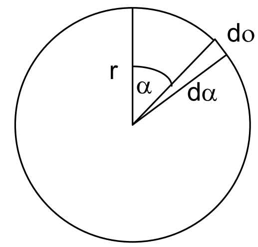
Cieľom elektrostatického závesu je nedopustiť kontakt zotrvačníka s vnútornou stenou dutiny. Pri pôsobiacom (konštantnom) zrýchlení môžeme vychádzajúc z kinematiky rovnomerne zrýchleného pohybu písať hraničnú rovnosť $\Delta r = \frac{1}{2}a.\tau^2$ a následne pre reakčnú dobu nerovnosť $\tau < \sqrt{\frac{2\Delta r}{a}}$

Príklad číslo 2.

Využijúc vzťah $B_L = \left(2m/e\right).\omega_s$ a známu frekvenciu otáčania zotrvačníka **f**=72 Hz dostávame priamo dosadením $B_L = \left(2m/e\right).\omega_s = 2.\frac{9.1\times10^{-31}\left[kg\right]}{1.6\times10^{-19}\left[C\right]}.2\pi.72\left[Hz\right] \approx 5\times10^{-9}\ T$. Magnetické pole Zeme je rádovo 20 až 50 μT, teda asi 4000 až 10000 krát silnejšie. V skutočnosti pre potreby presného snímania orientácie zotrvačníkov je v ich dutine magnetické pole Zeme odtienené na hodnoty menšie ako 1x10^{-11} T.

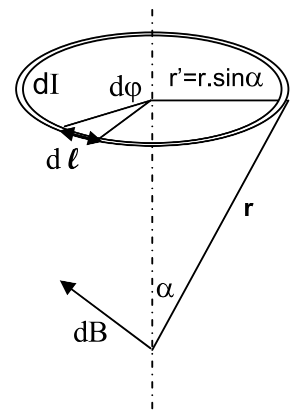


Zvyškový náboj na povrchu sférického rotujúceho zotrvačníka vytvára magnetické pole, aké by vytváral systém prúdovodičov pokrývajúci povrch gule. Na obrázku je znázornený spôsob rozdelenia povrchu na jednotlivé prúdovodiče. Pre samotný výpočet bude vhodnejší geometrický nákres v tvare, kde r je polomer je polomer zotrvačníka, α uhol medzi osou rotácie a zvoleným prúdovodičom, do je infinitezimálna časť obvodu zodpovedajúca stredovému uhlu dα. Ak je na povrchu gule rovnomerne rozložený náboj Q_z potom ho môžeme charakterizovať plošnou nábojovou hustotou $\sigma = \frac{Q_z}{4\pi r^2}$. Na časti povrchu gule súvisiacej s časťou obvodu $do = rd\alpha$ je potom rozložený náboj v podobe pásika so šírkou do a dĺžkou $r' = 2\pi.(r.\sin\alpha)$, teda $dq = \sigma.2\pi.(r.\sin\alpha).do = \sigma.2\pi.(r.\sin\alpha).rd\alpha$



Každá časť tohoto náboja opíše úplnú kružnicu za jednú periódu rotácie (T) a pre prúd ktorý tomu zodpovedá dostávame

$$dI = \frac{\sigma.2\pi.(r.\sin\alpha).do}{T} = \sigma.2\pi.f.(r.\sin\alpha).rd\alpha = \sigma.\omega_s.r^2.\sin\alpha.d\alpha$$



kde ω je uhlová rychlosť rotácie zotrvačníka. Ďalší výpočet vychádza z Biot-Savartovho zákona ako pri vypočte indukcie na osi kruhového závitu.

V štandartnom tvare pre element prúdovodiča dl máme $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}$.

V našom prípade ale máme súčasne nekonečný počet infinitezimálne úzkych prúdovodičov, preto môžeme písať $d^2\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3}dI$. Samotné integrovanie je vhodné najskôr vykonať cez časti prúdovodiča dl (ako pri štandartnom výpočte závitu). Smer indukcie je danný vektorovým súčinom elementu $d\vec{l}$ (v našom prípade znamienkom zvyškového náboja a smerom rotácie) a polohového vektora $\vec{r}$ (jednotlivých elementov $d\vec{l}$ a stredu gule). Od každého elementu $d\vec{l}$ bude smer indukcie iný ale symetria závitu zaručuje, že zložky kolmé na os sa vzájomne zrušia a nenulová zostane len zložka v smere osi. Uhol medzi elementom $d\vec{l}$ a $\vec{r}$ je vždy $\pi/2$ a pre absolútnu hodnotu indukcie v smere závitu dostávame

$d^2B_{//} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{r'd\varphi}{r^2}.\cos(\pi/2-\alpha).dI$. Člen $\cos(\pi/2-\alpha)$ je vyjadrením zložky rovnobežnej s osou závitu a v ďalšom ho prepíšeme do tvaru $\cos(\pi/2-\alpha) = \cos(\pi/2)\cos\alpha + \sin(\pi/2)\sin\alpha = \sin\alpha$ Integrovanie cez dφ je potrebné vykonať cez celý závit (tj. 0 až 2π) a dostávame medzivýsledok

$dB_{//} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{r.\sin\alpha}{r^2}.\sin\alpha.dI\int_0^{2\pi}d\varphi = \frac{\mu_0}{2}\frac{\sin^2\alpha}{r}.dI$ V ďalšom postupe spočítame príspevky všetkých prúdových slučiek tj. integrujeme podľa α od $-\pi/2$ po $+\pi/2$

$$B_{//} = \frac{\mu_0}{2}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\frac{\sin^2\alpha}{r}.\sigma\,\omega_s\,r^2.\sin\alpha.d\alpha = \mu_0\,\sigma\,\omega_s\,r\int_0^{+\pi/2}\sin^3\alpha\,d\alpha = \mu_0\,\sigma\,\omega_s\,r\int_0^{+\pi/2}(1-\cos^2\alpha)\sin\alpha\,d\alpha$$

Integrál $\int_0^{+\pi/2}(1-\cos^2\alpha)\sin\alpha\,d\alpha$ vypočítame pomocou substitúcie z=cosα a dostávame

$$\int_0^{+\pi/2}(1-\cos^2\alpha)\sin\alpha\,d\alpha = \int_1^0(1-z^2)(-dz) = \int_0^1 dz - \int_0^1 z^2dz = z\Big|_0^1 - \frac{z^3}{3}\Big|_0^1 = 1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$B_{//} = \mu_0\,\sigma\,\omega_s\,r.\frac{2}{3} = \frac{2}{3}\mu_0\frac{Q_z}{4\pi r^2}r\,\omega_s = \frac{\mu_0}{6\pi}.\frac{Q_z}{r}\omega_s$$

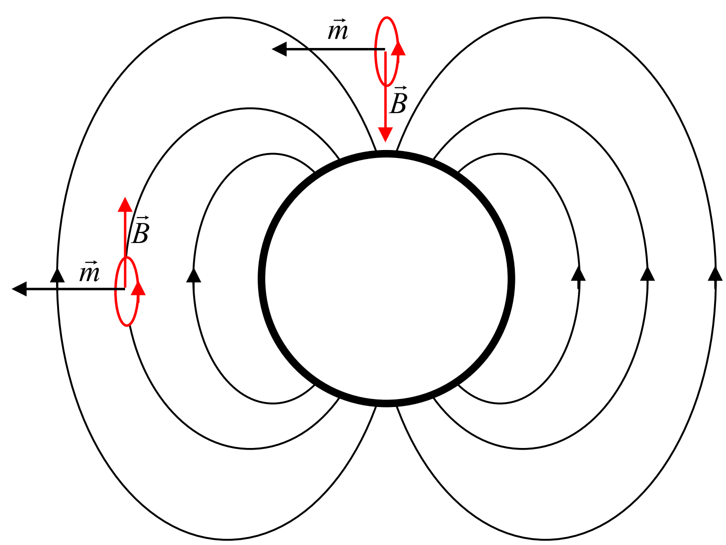
Porovnaním so vzťahom $B_L = (2m/e).\omega_s$ zisťujeme, že efekt zvyškového náboja dokáže simulovať Londonov efekt pri $Q_z = \frac{12.\pi}{\mu_0}.\frac{m}{e}r$

Príklad číslo 3.

Pointingov vektor $\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$ vyjadruje okamžitú hustotu toku energie elektromagnetického vlnenia a teda aj svetla. V príklade máme určiť jeho strednú hodnotu, označme ju $\langle\vec{S}\rangle$. Túto hodnotu síce môžeme určovať z definície ako $\langle\vec{S}\rangle=\left[\frac{1}{T}\int_0^T\left(\vec{S}(t).\vec{S}(t)\right)dt\right]^{\frac{1}{2}}$ (aproximacia monochromatickej vlny) ale oveľa užitočnejšie bude využiť zákon zachovania energe, tj. v zmysle zadania príkladu dať do súvisu výkon dopadajúci na slnečné batérie $P_D=\langle\vec{S}\rangle.2ab$ s energetickým príkonom sondy **P**. Ak je účinnosť konverzie svetelnej energie na elektrickú η potom na slnečne baterie musi dopadať výkon P/ η. Zo zadania vyplýva, že kvoli schopnosti vytvárať istú zásobu energie je tento dopadajúci výkon k krát vačší ako skutočný príkon systémov družice. Teda pre množstvo energie, ktoré na slnečné batérie dopadá je $\mathrm{k}\frac{\mathrm{P}}{\eta}$ čo sa dá zo zákona zachovania energie ďalej vyjadriť ako $\langle\vec{S}\rangle.2ab=\mathrm{k}\frac{\mathrm{P}}{\eta}$ alebo požadovanú strednú hodnotu Pointingovho vektora $\langle\vec{S}\rangle=\frac{\mathrm{k}}{2ab}\frac{\mathrm{P}}{\eta}\approx 432\,Wm^{-2}$

V núdzovom režime môže sonda zotrvať pokiaľ nevyčerpá celú energiu uloženú v akumulátoroch. Pri celkovej kapacite akumulátorov Q a nominálnom napätí U je to $E=Q.U$ Ak je v tomto režime príkon prístrojov sondy P_s potom takto môže fungovať čas t_x , pre ktorý zasa pomocou zákona zachovania energie môžeme písať $P_s.t_x=Q.U$ a požadovaný čas je $t_x=\frac{Q.U}{P_s}\approx 10\,000\,s\approx 2.8\;hod$

Príklad číslo 4.



Na každý dĺžkový element prúdovej slučky umiestnenej vo vonkajšom magnetickom poli pôsobí moment sily

$$d\vec{D}=\vec{r}\times d\vec{F}=\vec{r}\times\left(Id\vec{l}\times\vec{B}\right)$$

Na celú prúdovú slučku potom posobí moment síl určený integrovaním

$$\vec{D}=\oint\vec{r}\times\left(Id\vec{l}\times\vec{B}\right)$$

po krivke dannej geometriou vodiča ktorým tečie prúd I. Úpravou dvojitého vektorového súčinu (predpokladajúc konštantnosť B pozdĺž integračnej krivky) a použitím Stokesovej vety pre prechod od krivkového integrálu k plošnému môžeme tento vzťah prepísať do tvaru

$$\vec{D}=I\oint\left(\vec{B}.\vec{r}\right)d\vec{l}-I\oint\vec{B}\left(\vec{r}.d\vec{l}\right)=I\vec{B}.\int_S\left(rot\,\vec{r}\right)d\vec{S}-I.\int_S\vec{B}\times d\vec{S}=0+\left(I.\int_S d\vec{S}\right)\times\vec{B}=\vec{m}\times\vec{B}$$

kde $\vec{m}=\left(I.\int_S d\vec{S}\right)$ sme označili magnetický moment prúdovej slučky, pričom jeho smer je kolmý na plochu S a je danný smerom prúdu (pomocou pravidla pravej ruky). V príklade je $m=I\pi\frac{d^2}{4}$ a má smer podľa obrázka (neviem správne nakresliť perspektívu a preto prípadnu chybu v určení smeru **m** nebudem penalizovať). V každom prípade nad rovníkom aj pólom je smer m kolmý na vektor indukcie a je potrebné kompenzovať moment síl $D = I\pi \frac{d^2}{4} B_V$. resp. $D = I\pi \frac{d^2}{4} B_K$

V príklade je uvedené, že vypočítaný moment síl je kompenzovaný dvojicou trysiek umiestnených na obvode družice. Ak označíme ťah jednej z nich ako f potom celkový moment síl pri ich spustení bude $D = 2\left(\frac{d}{2} f\right) = df$ (tu je použitý predpoklad, že f je kolmá na d, čo je považované za optimálny smer)

a požadovaný ťah trysiek bude . $f = I\pi \frac{d}{4} B_{K,V}$

Ak dôjde k nabitiu družice nábojom **Q** potom sa jedná o pohyb nabitého telesa rýchlosťou **v** v magnetickom poli. Lorentzova sila je danná vzťahom $\vec{F} = Q\left(\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B}\right)$. Orbitálna rýchlosť **v** má stále smer dotyčnice k obežnej dráhe. Nad rovníkom je uhol medzi **v** a **B** nulový a teda aj pôsobiaca sila je nulová. Nad pólom zvierajú **v** a **B** pravý uhol a pre absolútnu hodnotu sily dostávame $F = Q \mathrm{v} B_{\mathrm{v}}$. Smer pôsobenia sily (a následne) aj zrýchlenia je danný vektorovým súčtom a je kolmý na rotačnú os Zeme. Jeho veľkosť je $a = \frac{F}{M} = \frac{Q \mathrm{v} B_{\mathrm{v}}}{\mathrm{M}}$