

1. Tabletka s hrúbkou h má vonkajší polomer r_2 a v strede vyvrtanú diery s polomerom r_1 . Ak celý obvod vyvrtanej diery aj celý vonkajší obvod tabletky použijeme ako elektródy nameriame medzi nimi odpor R . Určte vodivosť $\sigma = ?$ materiálu tabletky. (4 body)

Riešenie: Z Ohmovho zákona vyjadríme prúdovú hustotu pomocou vodivosti a intenzity elektrického poľa ako

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.1)$$

Samotnú prúdovú hustotu pri tečení prúdu cez materiál tabletky môžeme vyjadriť ako

$$\vec{j} = \frac{I}{2\pi r h} \quad (1.2)$$

kde r je aktuálny polomer kde prúdovú hustotu počítame. Kombináciou vzťahov (1.1) a (1.2) dostávame

$$\sigma E = \frac{I}{2\pi r h} \quad (1.3)$$

kde E už predstavuje len radiálnu zložku intenzity elektrického poľa. Integrovaním oboch strán dostávame

$$\sigma \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{I}{2\pi h} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr \quad (1.4)$$

kde sme pred integrál vyniesli konštantné (od r nezávislé) členy. integrál na ľavej strane je úmerný napätiu medzi elektródami

$$\sigma U = \frac{I}{2\pi h} (\ln r) \Big|_{r_1}^{r_2} \quad (1.5)$$

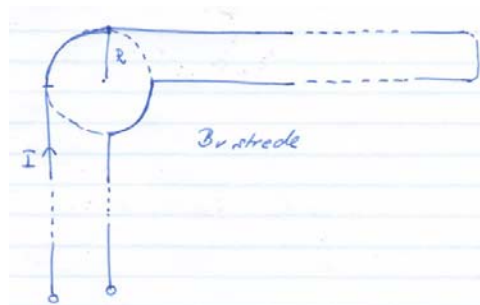
a v zmysle definície odporu a úprave môžeme písať

$$R = \frac{U}{I} = \frac{1}{2\pi h \sigma} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (1.6)$$

alebo pre vodivosť

$$\sigma = \frac{1}{2\pi h R} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (1.7)$$

2. Sústavou dvojice nekonečných vodičov usporiadaných podľa obrázka tečie prúd I . Určte indukciu magnetického poľa v strede kružnice (s polomerom R) po časti ktorej vodiče prechádzajú. (3 body)



Riešenie: Pri riešení budeme vychádzať z rovnice vyjadrujúcej Biot-Savartov zákon v tvare

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (2.1)$$

Riešením vzťahu (2.1) pre nekonečný vodič dostávame vyjadrenie v tvare

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad (2.2)$$

kde d je kolmá vzdialenosť od vodiča a indukcia B je kolmá na vodič aj na najkratšiu spojnicu bodu kde ju počítame a vodiča. Pre indukciu v strede kruhového závitú dostávame riešenie

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (2.3)$$

V zmysle obrázku náš systém vodičov pozostáva z dvoch segmentov spoločne vytvárajúcich jeden nekonečný vodič v kolmej vzdialenosti R od bodu kde indukciu hľadáme tj. jeho príspevok je

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad (2.4)$$

Druhý vodič nijako do indukcie neprispieva, pretože každý jeho segment je rovnobežný s polohovým vektorom vedúcim do stredu kružnice. Dva segmenty kružnice prisievajú každý $\frac{1}{4}$ z hodnoty podľa vzťahu (2.3), tj.

$$B_2 = B_3 = \frac{1}{4} \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (2.5)$$

a celková indukcia v hľadanom bode je potom

$$B_c = B_1 + B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{1}{4} \frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{1}{4} \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \quad (2.6)$$

3. Elektrón (častica s hmotnosťou m_e a nábojom $-e$) koná v magnetickom poli kruhový pohyb s uhlovou rýchlosťou ω_e . S akou uhlovou rýchlosťou ($\omega_p=?$) bude rotovať v tom istom magnetickom poli protón (častica s hmotnosťou m_p a nábojom $+e$) s rovnakou kinetickou energiou?
(3 body)

Riešenie: Kruhový charakter pohybu v magnetickom poli je daný kolmostou Lorentzovej sily, ktorá takto pôsobí ako dostredivá sila, vyjadrené rovnicou

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \quad (3.1)$$

kde počítame len so zložkami relevantných vektorov. Po úprave môžeme vzťah (3.1) prepísať pre elektrón do tvaru

$$m_e \omega_e = (-e) B \quad (3.2)$$

Rovnaký vzťah (až na znamienko pri náboji e) platí pre pohyb protónov, tj.

$$m_p \omega_p = e B \quad (3.3)$$

Pretože vo vzťahoch (3.2) a (3.3) nevystupuje energia (zanedbávajúc špeciálno-relativistické efekty) uhlová rýchlosť od energie nezávisí a pre ω_p dostávame

$$\omega_p = -\frac{m_e}{m_p} \omega_e \quad (3.4)$$

kde znamienko mínus vyjadruje opačný smer uhlovej rýchlosti a pochádza od opačnej polarite náboja elektrónu a protónu.

4. Do štvorcového doskového kondenzátora s celkovou kapacitou C pripojeného na zdroj napätia U vletel elektrón v smere rovnobežnom s platňami aj s okrajom platní. Niečo treba určiť, niečo ešte zadať
5. Nájdite hodnotu intenzity elektrostatického poľa na spojnici nekonečnej roviny nabitaj plošnou hustotou σ a tenkého drôtu nabitého dĺžkovou hustotou γ (rovnakej polarity).