FYZIKA

II

vypracované teoretické otázky

1. Elektrostatika vo vákuu, v dielektrikách a kovoch

• Coulombov zákon

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad ; \varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \left[A^2 s^4 \cdot kg^{-1} m^{-3}\right] \left[\frac{C^2}{Nm^2}\right] \left[\frac{F}{m}\right]$$

$$\bar{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^3} \cdot r_{12}$$

→ sila medzi nábojmi s rovnakými znamienkami je odpudivá, s opačnými priťažlivá.

Ak majú náboje rovnaké znamienka, činiteľ vzťahu je kladný a sila má smer vektora r_{12}.

Ak majú opačné znamienka aj smer majú opačný ako vektor r_{12}.

• Intenzita E

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^3}\bar{r} \qquad \left[\frac{N}{C}\right] ; \left[\frac{V}{m}\right] \rightarrow SI$$

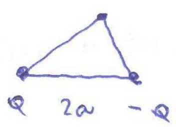
siločiary

Pre $\bar{E}$ platí princíp superpozície : $\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2$

$$\bar{E}(r) = \sum_{i}^{n} k \cdot \frac{Q_1}{|\bar{r} - \bar{r}_i|} \cdot |\bar{r} - \bar{r}_i|$$

Intenzita v okolí nabitej priamky:

$$dE_r(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi \, d\varphi \quad ; \lambda \text{ - dĺžková hustota náboja}$$



Intenzita roviny:

$$2SE = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad ; \sigma \text{ - plošná hustota náboja}$$

Intenzita vo vnútri gule:

$r < R$

$$E = \frac{Q \cdot r}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^3}$$

Intenzita mimo gule:

$r > R$

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

• Gaussova veta

pre E:

$$\oint_S \bar{E}\cdot d\bar{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ → integ. tvar ; Q – celkový náboj v uzavretej ploche

$$\operatorname{div} E = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho(x,y,z)$$; ρ – objemová hustota
→ diferenc. tvar

pre D:

$$\oint_S \bar{D}\cdot d\bar{s} = Q_{voľný}$$ → integ. tvar

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot E$$

$$\operatorname{div} D = \rho$$ → diferenc. tvar ; ρ – priestorová hustota

• Potenciál

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r} \qquad \frac{[J]}{[C]} = [V]$$ potenciál je skalárna veličina

$$E = -\operatorname{grad} V = -\nabla V$$ ⇒ vzťah medzi E a V

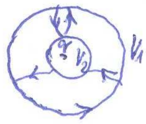
V priestore okolo nábojov vždy existujú plochy, ktoré sa vyznačujú rovnakou hodnotou potenciálu – sú to ekvipotenciálne plochy.
V okolí bodového náboja má tvar sústredených gúľ.

Kovy sú ekvipotenciálnou plochou, lebo kovy sú vodivé, teda na rovnakom potenciály

• Práca v el.stat. poli

$$A = -\int_A^B \bar{F}\cdot d\bar{l} = -q\int_A^B \bar{E}\cdot d\bar{l} = q\cdot(V_B - V_\infty)$$

Práca po uzavretej dráhe = 0



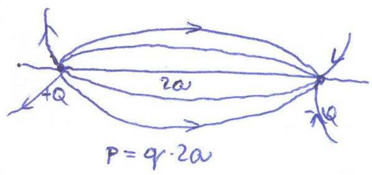
$$W = (V_1 - V_2)\cancel{q} = \oint \bar{F}\cdot d\bar{l} = -\cancel{q}\int_2^1 \vec{E}\cdot d\bar{l}$$

$$\oint \bar{F}\cdot d\bar{l} = 0$$; integrál po uzavretej dráhe = 0

• El. dipól

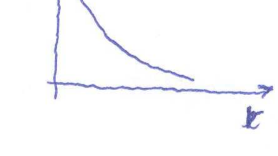
je dvojica bodových el. nábojov opačného znamienka, ale rovnakej absolútnej hodnoty q, ktorých vzájomná vzdialenosť je veľmi malá v porovnaní so vzdialenosťou od bodov, v ktorých hľadáme ich silové účinky.

$$\bar{p} = q\cdot\bar{a}$$; $\bar{p}$ – dipólový moment
$\bar{a}$ – vzdialenosť medzi nábojmi +q a –q

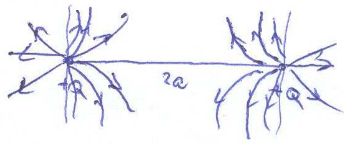


p = q·2a

Intenzita dipólu



klesá ako funkcia $\frac{1}{r^3}$



ak $r \perp p \Rightarrow E = \frac{-p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

ak $r \parallel p \Rightarrow E = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 r^3}$

u bodového náboja $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, klesala ako $\frac{1}{r^2}$

• Sila a moment sily pre dipól

Ak sa dipól nachádza vo vonkajšom el·stat·poli a v mieste jeho pólov sú intenzity $\bar{E}$ účinkuje na dipól celková sila: $\bar{F} = q\cdot(\bar{E}_2 - \bar{E}_1) = q\cdot\bar{a}\cdot \mathrm{grad}\,\bar{E} = \bar{p}\cdot \mathrm{grad}\,\bar{E}$

a celkový moment sily : $\bar{M} = \bar{a} \times q\bar{E}_2 = \bar{p}\times\bar{E}$

• Kondenzátor

je pevné teleso zhotovené z el· vodivého materiálu nachádzajúce sa vo vákuu a v jeho okolí niesú iné telesá ani vodivé ani nevodivé.

konštrukčný vzťah:

$C = \varepsilon\cdot\frac{S}{d}$ S - obsah (plošný) dosiek
d - vzdialenosť medzi doskami

$\varepsilon = \varepsilon_0\cdot\varepsilon_r$ ← permitivita prostredia
↑
permitivita vákua

vzťah kapacita a napätie:

$C = \frac{Q}{U}$ [F] Farad $\frac{[C]}{[V]}$

Kondenzátor s dielektrikom - medzi doskami má dielektrikum (nevodivý materiál) s ε_r. Energia kond. s dielektrikom je väčšia ako u vákua.
Energia kondenzátora:

$W = \frac{1}{2}C\cdot U^2$

• El· Indukcia $\bar{D}$

$\bar{D}$-vektor el· indukcie ; Vektorová veličina char., el· pole, jej veľkosť závisí od rozloženia voľných el·nábojov.

$\bar{D} = \varepsilon_0\cdot\bar{E} + \bar{P}$; $D = \varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot E$; $\mathrm{div}\,\bar{D} = \rho_V$

$[D] = \frac{[C]}{[m^2]}$

• Intenzita $\bar{E}$ v dielektriku

E v dielektriku je menšia ako vo vákuu
Po vložení do dielektrika nastáva jav - polarizácia

$E = E_0 - E_p = \frac{\sigma - \sigma_V}{\varepsilon_0} < E_0$
↑ Počiat. ↑ polarizácia

$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{E_0}{\varepsilon_r}\cdot\frac{\sigma}{\sigma - \sigma_V} > 1$

$\varepsilon = \varepsilon_0\cdot\varepsilon_r$ $[F\cdot m^{-1}]$

Faradayova klietka - celouzatvorená klietka vytvorená z el· vodivého materiálu. Vnút· priestor je chránený voči vonkajším el· poli. Náboj sa sústredí len na povrchu vodiča, nie na jeho objeme.

• Vektor polarizácie $\bar{P}$

Pri elektrónovej polarizácii nastáva posunutie všetkých kladných nábojov v smere poľa za súčasného posunutia záporných nábojov proti smeru poľa.

Vektor polarizácie: $\bar{P} = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\sum_i p_i}{\Delta\tau}$ $[C m^{-2}]$

$\bar{P} = n \cdot \bar{p}$ → dipólové momenty

n ↓ objemová koncentrácia

$P = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot E = \varepsilon_0 \cdot \varkappa \cdot E$

$D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$

$D = \varepsilon_0 \cdot E + P$

$D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$

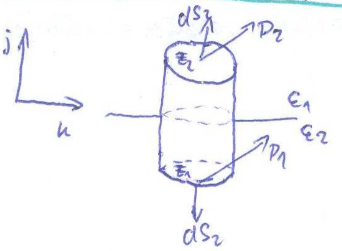
$P = \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon_r - 1) \cdot E$

$D = \frac{[C]}{[m^2]}$

$P = \frac{[C]}{[m^2]}$

• Pôvod viaz. náboja

• Odvoďte hraničné podmienky pre $\bar{E}$ a $\bar{D}$



Časť na zhraniu obklopíme valcovou plochou.

$\oint_S \bar{D} \cdot d\bar{S} = 0$ $\quad \underbrace{\iint_{Z_1} D_1 \cdot dS_1}_{\bar{D}_1 \cdot \bar{S}_1} + \underbrace{\iint_{Z_2} D_2 \, dS_2}_{\bar{D}_2 \cdot \bar{S}_2} = 0$ lebo základne valca sú malé.

$\bar{D}_1 = \bar{D}_{n1} \cdot \bar{j} + \bar{D}_{n1} \cdot \bar{k}$ $\quad \bar{S}_1 = -\bar{S}\bar{j}$

$D_2 = \bar{D}_{n2} \bar{j} + \bar{D}_{n2} \bar{k}$ $\quad \bar{S}_2 = +\bar{S}\bar{j}$ $\quad S_1 = S_2 = S$

$(\bar{D}_{n1} \bar{j} + \bar{D}_{n1} \bar{k}) \cdot (-\bar{S} \cdot \bar{j}) + (\bar{D}_{n2} \cdot \bar{j} + \bar{D}_{n2} \cdot \bar{k}) \cdot (\bar{S} \cdot \bar{j}) = 0$

$-\bar{D}_{n1} \cdot \bar{S} + \bar{D}_{n2} \cdot \bar{S} = 0$

$\bar{D}_{n1} \cdot \bar{S} = \bar{D}_{n2} \cdot \bar{S}$

• Vzťah pre Energiu kondenzátora

$F = \frac{Q \cdot U}{2d}$

$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$; $C = \frac{Q}{U}$; $U = \frac{Q}{C}$

• Energia a hustota:

$W = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2$; $C = \frac{Q}{U}$

$w = \frac{1}{2} \bar{E} \cdot \bar{D}$

2. Elektrický prúd

• Nosiče, def. a jednotka el. prúdu a prúd. hustoty

El. prúd je usporiadaný pohyb nábojov.

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n \cdot \vec{v} \cdot q \cdot \vec{S}$$

$[I] = \frac{C}{s} = A$; Ampér

Prúdová hustota – prúd pripadajúci na jednotku plochy kolmej na vektor $\vec{j}$.

$$\vec{j} = \frac{I}{S} = n e \vec{v}$$

$[J] = \frac{A}{m^2}$

• Rovnica kontinuity pre prúd a pre náboj

pre prúd

$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ vyjadruje zákon o zachovaní el. množstva

• Ohmov zákon

Definuje vzájomný vzťah medzi el. prúdom, el. napätím a el. odporom.
El. prúd pretekajúci v uzavretom el. obvode je priamo úmerný napätiu zdroja a nepriamo úmerný el. odporu obvodu.

$$I = \frac{U}{R}$$

el. odpor – schopnosť materiálu zabraňovať prechodu el. nabitých častíc.

$R = \frac{U}{I}$; $[R] = \Omega$; Ohm

konštrukčný vzťah:

$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S}$; ρ – merná ~~vodivosť~~ odpor $[\rho] = \Omega m$
σ – merná vodivosť — $\sigma > 0 \Rightarrow$ kov ; $\sigma < 0 \Rightarrow$ izolant
l – dĺžka drôtu
S – prierez drôtu

Jouleove straty – prechodom prúdu cez odpor sa odpor zohrieva → Jouleove straty

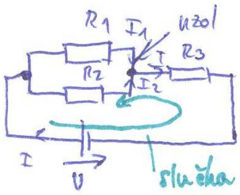
$$W = \int_0^t P\,dt = \int_0^t R I^2\,dt$$

• Kirchhoffove zákony

1. Kirchhoffov zákon – pre prúd – súčet prúdov v uzle = 0 ; je dôsledkom zákona zach. náboja.

$$\sum_{\alpha} I_{\alpha} = 0$$

2. pre napätie – Algebraický súčet napätí zdrojov a úbytkov napätí na odporoch sa v uzavretej slučke = 0.



$\sum_{\alpha} U_{\alpha} = 0$; vyplýva z Maxwellovej rovnice $rot\,\bar{E} = 0$

$\oint E\,dl = 0$

3. Magnetické pole

• Zdroje

Magnetizmus je istá forma interakcie: – medzi el. prúdmi
– medzi el. prúdom a magnetom
– medzi magnetmi

Mag. pole sa prejavuje silovým pôsobením na pohybujúce sa el. nabité častice a na fyzikálne telesá s mag. vlastnosťami.

Prechodom prúdu cez vodič sa vytvára aj mag. pole v jeho okolí.

Mag. indukcia $\bar{B}$ je vektorová veličina, ktorá v konkrétnom prostredí charakterizuje mag. pole jeho silovými účinkami na pohybujúci sa el. náboj.

Ak v $\bar{B}$ je pohybujúci sa náboj Q rýchlosťou v:

$$\bar{F} = Q\bar{v} \times \bar{B}$$

V kovovom vodiči

$\bar{F} = e\cdot\bar{v} \times \bar{B}$; e – elementárny náboj

$F = B\cdot I\cdot l\cdot \sin\alpha \Rightarrow B = \dfrac{F}{I\cdot l \sin\alpha}$; $[B] = \dfrac{N}{A\cdot m} = 1T$; Tesla

permeabilita vákua: μ_0

$$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ H\cdot m^{-1}$$

$$\bar{B} = \mu_0\cdot\bar{H}$$

• Lorentzova sila

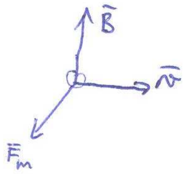
Na časticu s nábojom Q v el. poli pôsobí sila
$\bar{F}_e = Q \cdot \bar{E}$

Na časticu s nábojom Q v mag. poli pôsobí sila
$\bar{F}_m = Q\bar{v} \times \bar{B}$

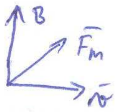
$F_L = F_e + F_m$

$\bar{F}_L = Q \cdot \bar{E} + Q\bar{v} \times \bar{B}$

Smer sily: ak je náboj kladný ($Q>0$) Flemingové pravidlo ľavej ruky:
Prsty ukazujú smer rýchlosti častice a indukčné čiary vstupujú do dlane, potom ukazuje smer sily $\bar{F}_m$. (~~ukazovák~~ palec v smere $\bar{B}$)

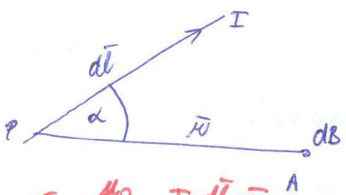


zap. Q ($Q<0$) smer sily je opačný



• Biot-Savartov zákon

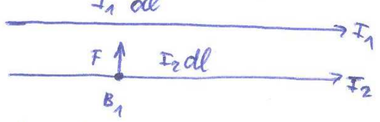
Prechodom prúdu cez vodič v jeho okolí vzniká mag. pole, prejaví sa to pôsobením na magnetku, alebo pohybujúce sa el. nabité častice.



$$d\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\bar{l} \times \bar{r}}{\bar{r}^3}$$

$\bar{B}$ - mag. indukcia mag. poľa
l - dĺžka vodiča
$d\bar{l}$ - element dĺžky drôtu vodiča
$\bar{r}$ - polohový vektor
α - uhol medzi dĺžkovým elementom a spojnicou elementu s týmto bodom.

• Sila medzi dvoma priamymi vodičmi



$d\bar{F} = \bar{I} \cdot d\bar{l} \times \bar{B}$ Ampérov zákon - sila na vodič s prúdom v mag. poli.

Dva veľmi dlhé rovnobežné priame vodiče na seba navzájom pôsobia silou. Prúd z vodičov vytvára mag. pole v mieste druhého vodiča.

$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi R}$; R - vzdialenosť medzi vodičmi

Sila pre I_2 je $d\bar{F} = \bar{I}_2 \cdot dl \times \bar{B}_1$

$B_1 \perp I_2 \Rightarrow dF = I_2 \cdot dl \cdot B_1 = I_2 \cdot dl \cdot \frac{I_1 \mu_0}{2\pi R} \Rightarrow \frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi R}$

1 Ampér - el. prúd, ktorý keby tiekol 2ma priamymi rovnobežnými nekonečne dlhými vodičmi vzdialených od seba 1 meter umiestnených vo vákuu, vyvolal by na 1 meter dĺžky vodiča silu $F = 2 \cdot 10^{-7} N$

Ak prúdy tečú súhlasne → priťahujú sa a naopak.

• Mag. moment (dipól)

Každá prúdová slučka predstavuje magnetický dipól.
Magnetický moment je definovaný vzťahom

$m_m = I \cdot S$; S je vektor plochy ohraničenej prúdom I.

Siločiary majú podobný tvar ako siločiary pri el. dipóle, preto aj vzťahy sú analogické.

$$\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\bar{m}_m \cdot \bar{r}) \cdot \bar{r}}{r^5} - \frac{\bar{m}_m}{r^3}\right]$$

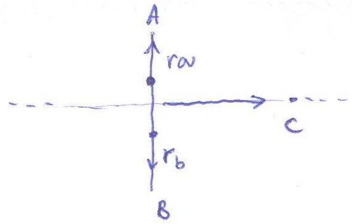
↑ vzorec pre 1 a 2 Gaussovu polohu

1. GP.

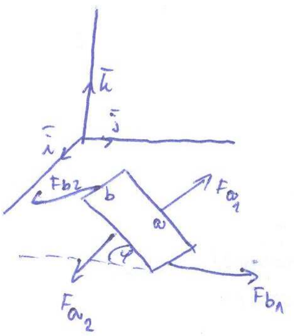
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{m_m}{r^3}$$

2. GP.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\bar{m}_m}{r^3}$$



• Sila a moment sily



Predpokladáme, že slučkou prechádza prúd I_0. Sily F_{a1}, F_{a2} sa navzájom rušia. Sily F_{b1} a F_{b2} tvoria dvojicu síl.

$\bar{M}_I = I_{b1} \cdot a \cdot \sin\varphi = I \cdot B\, b \cdot a \cdot \sin\varphi = ISB \cdot \sin\varphi = IS \times \bar{B}$; $m_m = \bar{I} \cdot S$

$\bar{M}_I = m_m \times \bar{B}$

Princíp kompasu

Magnetka je trvalý magnet otáčajúci sa okolo osi.
Zem sa chová ako veľký magnet.
Na vychýlenie dipólu z rovnovážnej polohy je potrebný moment vonkajších síl, ktoré nemajú pôvod v mag. poli. Práca vonk. momentu síl sa rovná prírastku potenciálnej energie mag. poľa.

$E_p = -\bar{m}_m \cdot \bar{B}$

ak m_m a B sú rovnobežné $\Rightarrow$ E_p je minimálna
m_m a B ~~zvierajú~~ zvierajú 180^0 $\Rightarrow$ E_p je maximálna

- **Magnetická odozva**

$\mu_0 = 1 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi$ - permeabilita vákua
μ_r - relatívna permeabilita prostredia

Atómy delíme podľa mag. vlastností na:
1) diamagnetické ($\mu_r < 1$) → ich výsledný magnetizmus je nulový
2) paramagnetické ($\mu_r > 1$) → správajú sa ako magnety.

Látky delíme na:

1) diamagnetické ($\mu_r < 1$) - nepatrne zoslabujú vonk. mag. pole, skladajú sa z diamag. atómov
2) paramagnetické - skladajú sa z paramag. atómov, nepatrne zosilňujú vonk. mag. pole, μ_r je o niečo viac ako 1. Nedajú sa magneticky nasýtiť.
3) Feromagnetické - sklad. sa z paramag. atómov, značne zosilňujú vonk. mag. pole $\mu_r \gg 1$. Dajú sa pomerne ľahko zmagnetizovať až do úplného nasýtenia.
4) Ferimagnetické - ferity, zosilňujú vonk. mag. pole. μ_r rádovo $10^2 - 10^3$

Intenzita H

je vektorová veličina, charakterizujúca tú časť poľa, ktorá súvisí s makroskop. prúdmi.

$$H = \frac{B - J_m}{\mu_0} \quad ; J_m \text{ - vektor mag. polarizácie}$$

$\Downarrow$

$B = \mu_0 H + J_m$ → charakterizuje materiálový vzťah.

- **Odvoďte hraničné podmienky pre $\vec{H}$ a $\vec{B}$**

4. Elektromagnetická indukcia

• Mag. tok Φ

je definovaný ako plošný integrál vektora mag. indukcie

$$\Phi = \oiint_S \bar{B} \cdot d\bar{S} \; ; [\Phi] = Wb \; ; \text{weber}$$

Experimentálne bolo overené, že mag. tok cez uzavretú ~~stačku~~ plochu sa vždy rovná 0. Je to preto, lebo indukčné čiary nemajú začiatok ani koniec, koľko ich vojde, toľko ich musí aj vyjsť. Takéto pole nazývame bezžriedlové. $\oiint \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0$

Faradayov zákon

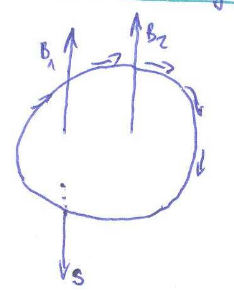
$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Indukované elektromotorické napätie v uzavretom vodiči vzniká vtedy, keď sa mení mag. tok cez plochu ohraničenú vodičom.

Zmena Φ: - približovaním permanentného magnetu k cievke, alebo vzďaľovaním od nej
- zmenou veľkosti el. prúdu v susednej cievke
- zmenou mag. väzby medzi cievkami, posúvaním feromag. jadra

Prúd má taký smer, že mag. pole ním vytvorené sa snaží zachovať pôvodné mag. pole teda Indukovaný prúd svojimi mag. účinkami, pôsobí proti zmene, ktorá ho vyvolala
Lenzovo pravidlo ↗

• Indukčné účinky premenného mag. poľa



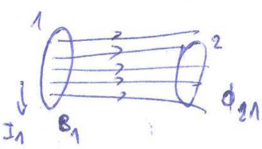
Mag. indukcia sa s časom zväčšuje $B_2 > B_1$; $t_2 > t_1$.
Podľa Lenzovho pravidla pre U_i platí:

$$U_i = \oint E_i \, dr = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\lim \frac{(B_2 - B_1) \cdot S}{t_2 - t_1}$$

Vektor S musí mať opačný smer ako $(\bar{B}_2 - \bar{B}_1) \Rightarrow$ čitateľ je záporný
ďalej viď:

• Vzájomná indukčnosť M_{12}

Je to el.-mag. indukcia vyvolaná zmenou prúdu prechádzajúceho iným obvodom. Jednotka Henry ; H.



Ak v obvode 1 tečie I_1 vzniká B_1, ktoré čiastočne, alebo úplne preniká aj druhým obvodom a vytvára na ňom $\phi_{21} = N_2 \int_{S_2} B \cdot dS_2$

platí: $\phi_{21} = M_{21} \cdot I_1$ a $\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$

$M_{21} = \frac{\phi_{21}}{I_1}$; M_{21} je vzájomná indukčnosť

analogicky platí: $\phi_{12} = N_1 \int_{S_1} \bar{B}_2 \, dS_2$ a $\phi_{12} = M_{12} \cdot I_2$, $\mathcal{E}_1 = -M_{12} \cdot \frac{dI_2}{dt}$

pričom

$M_{12} = M_{21} \Rightarrow$ symetria

Vzájomná indukčnosť nie je podmienená geometr. symetriou obvodov, je zákl. princíp pom činnosti transformátora.

• Vlastná indukčnosť L

Vyjadruje mieru množstva mag. toku vyvolaného daným el. prúdom

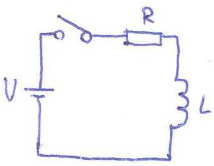
$\phi = L \cdot I \Rightarrow L = \frac{\phi}{I}$ $\quad \frac{Wb}{A} = H$; Henry

Pre indukčnosť (vlastnú) solenoidu platí:

$$\phi = N \cdot B \cdot S = N \cdot \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I \cdot S = \frac{N^2 S}{l} I \mu_0 = L I$$

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot S}{l} \quad ; B = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} I$$

• Energetické zmeny v obvodoch s L a R



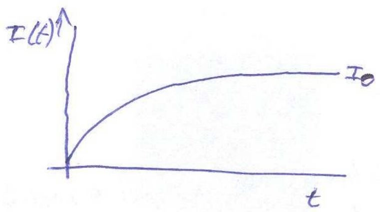
2.K.Z:

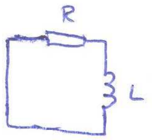
$$U = R \cdot I + L \frac{dI}{dt}$$

$t=0, I=0$

$$I(t) = I_0 \cdot \left[1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right]$$

$$I_0 = \frac{U}{R}$$



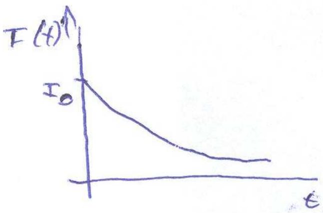


$$U = RI + L\frac{dI}{dt}$$

$$0 = RI + L\frac{dI}{dt}$$

$t=0, I_0$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$



$$E = \int_0^\infty R I^2 dt \rightarrow \text{Joulovo teplo}$$

$$E = R I_0^2 \int_0^\infty e^{-\frac{2R}{L}t} dt$$

$$E = \cancel{R} \cdot I_0^2 \cdot \frac{L}{2\cancel{R}}$$

$$E = \frac{1}{2} L \cdot I_0^2$$; energia závisí iba od L.

5. Maxwellove rovnice a rovnica vlnenia

• Maxwellove rovnice

1. M.R. $\operatorname{div} \bar{D} = \rho$; D - vektor el. indukcie

2. M.R. $\operatorname{div} \bar{B} = 0$; B - vektor mag. indukcie

3. M.R. $\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$; v časovo premenlivom mag. poli sa indukuje el. pole

4. M.R. $\operatorname{rot} \bar{H} = J + \frac{\partial D}{\partial t}$; J - hustota el. prúdu

; mag. pole nevzniká len v okolí vodičov el. prúdu, ale aj v časovo premennom el. poli.

• Rovnica vlnenia

Rovnica opisujúca postupnú vlnu má tvar:

$$u(x,t) = A \cdot \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right]$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \omega A \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right]$$

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\omega^2 A \cdot \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right]$$

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{v^2} A \cdot \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right]$$

porovnáme $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$ a $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$$

V 3 rozmernom priestore výchylka okrem času závisí aj od 3-súradníc $u(x,y,z)$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

rýchlosť svetla vo vákuu pre elmag. vlny:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

pre dané prostredia:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$$

• Poyntingov vektor

Vektor, ktorý svojou veľkosťou predstavuje hustotu toku energie, ktorú prenáša el.mag. vlna.
Koľko energie prenesie elmag. vlna cez plochu s jednotkovým obsahom za jednotku času.

$\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}$ H-vektor intenzity mag. poľa
E – —"— elektrického poľa

$$[S] = [E]\cdot[H] = \frac{V}{m} \cdot \frac{A}{m} = \frac{W}{m^2}$$

Objemová hustota elmag. poľa platí

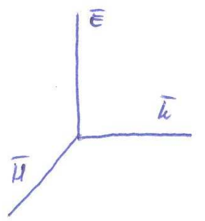
$$w = \frac{1}{2}\bar{E}\cdot\bar{D} + \frac{1}{2}\bar{B}\cdot\bar{H}$$

Vtok elektromag. energie do úseku drôtu sa rovná súčasne v drôte vznikajúcemu Jouleovmu teplu, úbytok elektromag. ~~[illegible]~~ energie v drôte = 0 ⇒ zákon zach. energie

- **Vzájomná orientácia $\bar{E}, \bar{H}, \bar{k}$ a $\bar{S}$**

El. Polarizácia (P) - vektorová veličina definovaná ako podiel vektorového súčtu momentov el. dipólov nachádzajúcich sa v istom objeme a tohto objemu.
jednotka C/m^2

Mag. polarizácia J_m - vektorová veličina charakterizujúca látku v namagnetovanom stave látky. Vektorový súčet mag. momentov atómov látky pripadajúci na jednotku objemu.
jednotka A/m



$\bar{E} \perp \bar{H} \perp \bar{k}$

vektor k sa nazýva vlnový vektor

$\bar{E}(x,t) = \bar{E}_0 \cdot \cos(kx - \omega t)$

Vo vákuu platí: $\bar{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \cdot \bar{E}$

v prostredí $\bar{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E$

Poyntingov vektor: $\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}$

v skalárnom tvare $S = E \cdot H = E\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\, E = E^2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$

6. Šírenie elektromagnetických vĺn

- **Zákl. char. rovinnej vlny**

Vlnová rovnica $\left(\frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial z^2}\right) = \varepsilon_0 \mu_0 \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$

zhoduje sa s $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$, v ktorej $u(x,y,z,t)$ sú funkcie priestorových súradníc a v je fázová rýchlosť vlnenia.

grupová rýchlosť je rýchlosť neharmonickej elmag. vlny.
veľkosť fázovej rýchlosti závisí od vlnovej dĺžky λ a frekvencie
$c = \lambda \cdot f$

- **Frekvenčný rozsah viditeľného svetla**

Teleso, ktoré vysiela svetlo je svetelný zdroj, musí mať teplotu najmenej 525°C. Môže byť priamy, alebo nepriamy.
Svetlo, ako elektromag. vlnenie sa ~~pohy~~ zo zdroja šíri všetkými smermi.
Spektrum elmag. vlnenia sa pohybuje od vlnových dĺžok niekoľko km (dlhé vlny) až po 10^{-13} m (gama žiarenie). Ľudské oko nedokáže zachytiť celé spektrum λ.
viditeľný interval λ

780 nm infračervené žiar.
červené svetlo — $3{,}85 \cdot 10^{14}$ Hz
oranžové
žlté
zelené
modré
370 nm fialové — $8{,}11 \cdot 10^{14}$ Hz
ultrafialové

Ani v tomto intervale nevníma všetky λ oko rovnako citlivo. Najcitlivejšie je na λ približne v strede intervalu - ide o λ monochromatického zeleného svetla.

• Index lomu

Svetlo sa optickým prostredím šíri pomalšie ako vo vákuu, túto skutočnosť vyjadruje index lomu.

$n = \frac{c_0}{c}$ - rýchlosť svetla vo vákuu
– –//– v prostredí

Absolútny index lomu
Relatívny –//– na rozhraní dvoch prostredí (napr. vzduch a voda)

$n_r = \frac{n_2}{n_1}$ pričom v menovateli je index lomu odkiaľ svetlo prichádza.

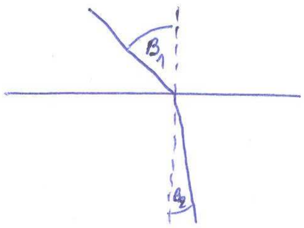
rýchlosť elmag. vĺn vo vákuu:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

v prostredí:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r}}$$

Snellov zákon

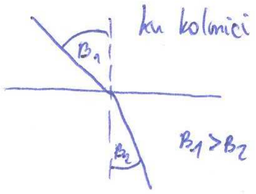


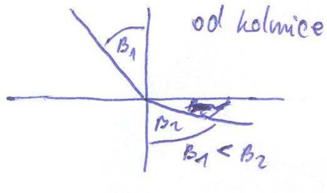
$$n_1 \cdot \sin B_1 = n_2 \cdot \sin B_2 \Rightarrow \frac{\sin B_1}{\sin B_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

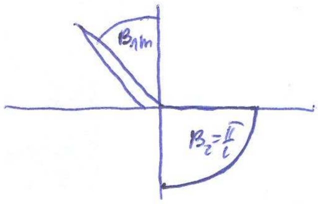
Úplný odraz elmag. vlny od rozhrania

Ak prechádza svetlo z redšieho prostredia do hustejšieho lámme sa len ku kolmici, ak z hustejšieho do redšieho tak sa láme od kolmice.

Ak pri lome od kolmice uhol lomu $B_2 = \frac{\pi}{2}$, tak uhol dopadu B_{1m} je medzný uhol. Ak $B_A > B_{1m}$ nastáva úplný odraz a svetlo sa len odráža.







kritický uhol dopadu

$$\frac{\sin B_{1m}}{\sin \frac{\pi}{2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin B_{1m} = \frac{n_2}{n_1} \cdot 1 \Rightarrow B_{1m} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

• Interferencia

Interferencia vĺn vzniká, ak do jedného miesta v priestore prichádza 2, alebo viaceré vlny s rovnakými frekvenciami.

Tenká vrstva o hrúbke L má index lomu n, vrstva pod ňou má ind. lomu n', vrstva nad má ind. lomu 1. Na ~~zväzok~~ vrstvu necháme dopadať zväzok lúčov rovnobežných s λ.

Pre interferenčné minimum platí: $2nL\cos\beta = k\lambda$ - intenzita výslednej vlny je maximálna.

maximum : $2nL\cos\beta = 2(k+1)\frac{\lambda}{2}$ - ——"—— minimálna.

7. Kvantový charakter elektromagnetického žiarenia

• Absolútne čierne teleso

Každé teleso, ktoré má určitú teplotu je žiaričom tepla. Každá látka môže dopadajúce žiarenie čiastočne odrážať, prepúšťať a pohlcovať.

Absolútne čierne teleso je také, ktoré je schopné pohlcovať a vyžarovať žiarenia všetkých frekvencií.

Telesá, ktoré pohlcujú len časť dopadajúceho žiarenia sa volajú sivé.

pohltivosť: $\alpha = \frac{\phi_{pohl}}{\phi_{dop}}$; pre čierne teleso $\alpha = 1$

Kvantová predstava.

Podľa Planca kmitajúca častica môže vyžarovať energiu len po celistvých násobkoch minimálnej hodnoty energie elektromagnet. kmitov.

krantum energie $\varepsilon_0(f) = f \cdot h$; h - planck. konšt $= 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

Z Planckovho zákona vyplývajú 3 dôležité zákony pre absolútne čierne teleso:

1) Intenzita vyžarovania je priamo úmerná 4. mocnine teploty
2) Vlnová dĺžka, pri ktorej teleso vyžaruje maximum energie je nepriamo úmerná teplote.
3) Pre malé hodnoty frekvencie elmag. vlnenia f je spektrálna hustota intenzity vyžarovania priamo úmerná teplote.

Klasická vs. kvantová teória:

Pred Planckom sa predpokladalo, že pri elmag. žiarení v priestore je energia rozložená spojito. Neskôr sa spojitosť energie nahradila kvantami.

• Fotón

Je považovaný za jednu z elementárnych častíc.
Pre energiu fotónu platí: $E=h\cdot f$, h je Planckova konšt.
Fotónu sa súčasne pripisuje aj energia podľa teórie relativity $E=m_f\cdot c^2$, kde c je rýchlost svetla
a m_f predpokladaná rýchlosť fotónu.
Nemá pokojovú hmotnosť, lebo sa nemôže zastaviť $m_f=\frac{hf}{c^2}$
Experimentálne sa dokázalo, že fotón pri svojom pohybe v priestore prenáša nielen energiu ale aj hybnosť

$$p=m_f\cdot c=\frac{h\cdot f}{c^{\cancel{2}}}\cancel{c}=\frac{h\cdot f}{c}=\frac{h}{\lambda} \quad ; c=f\cdot\lambda$$

Energia: $E=m_f\cdot c\cdot c=p\cdot c$

Moment hybnosti fotónu $L_f=\frac{h}{2\pi}$

• Fotoelektrický a Comptonov jav

Fotoelektrický jav nastáva pri vzájomnom pôsobení elmag. žiarenia na kov, pri ktorom je energia odovzdaná elektrónom v kove po kvantách
2 Typy fotoefektu

a) Vonkajší fotoefekt, pri ktorom dochádza k výstupu elektrónov z látky pri dopade žiarenia na ňu.
b) Vnútorný fotoelektrický jav, pri ňom dochádza k uvoľňovaniu ē viazaných v látke po dopade fotónov, ale ē ostávajú v látke.

Pre každý kov je tzv. hraničná frekvencia f_0, ak frekvencia dopadajúceho žiarenia $f<f_0$ fotoefekt nenastáva.
Na uvoľnenie ē z kovu treba prácu W_v, ak $E\geq W_v$, platí Einsteinova rovnica $E=W_v+\frac{1}{2}mv^2$
, kde m - hmotnosť ē
v - rýchlosť ~~fotónu~~ ē po zrážke s fotónom

Comptonov jav - je to vlastne rozptyl röntgenovho žiarenia na elektrónoch vzniká pri dopade Röntg. lúčov na látku s veľkým počtom voľných alebo slabo viazaných ē.
Ak pred interakciou s ē je frekv. Rönt. žiarenia f, po interakcii f' (f'<f), potom
$hf-hf'=\frac{1}{2}m_e\cdot v^2$
λ' rozptyleného žiarenia je väčšia než λ dopadajúceho žiarenia

8. Vlnový charakter kvantových častíc

• Difrakcia

Difrakcia je ohyb žiarenia. Elmag. žiarenie sa raz prejavuje vlnovými vlastnosťami, a raz vlastnosťami, ktoré sú typické pre častice.
de Broglie vytvoril hypotézu, podľa ktorej pohybujúcej častici môžme priradiť vlnovú dĺžku a frekvenciu. Otočil v podstate Planckovu hypotézu. Časticiam pripísal vlnový charakter.

$$f = \frac{E}{h} = \frac{1}{2}\frac{mv^2}{h} \quad a \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Použitím grupovej rýchlosti $v_g = \frac{d\omega}{dk}$, kde $\omega = 2\pi f$ a k je vlnové číslo $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ dokázal de Brouglie, že grupová rýchlosť sa zhoduje s rýchlosťou častice.

• Jednoduché kvantovomechanické problémy

Kvantová častica v pravouhlej potenciálovej jame
- najjednoduhší príklad použitia Schrödingerovej rovnice, keď častica má menšiu energiu ako je potrebná na kmit z jamy – zjednodušený model e v atóme. Keď je jama nekonečne hlboká, častica ju nemôže opustiť ani po dodaní energie akejkoľvej energie, ale e po dodaní energie môže atóm opustiť.

Tunelový jav

Cez nekonečne vysoké steny sa častica nemohla dostať do priestoru mimo jamy. Ak by jama mala konečnú hĺbku, potom by častica mala malú pravdepodobnosť preniknúť z jamy aj keby jej energia bola menšia ako hĺbka jamy.
Ak častica s $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ príde k potenciálovej bariére, ktorej výška je väčšia ako energia častice. Z klasického pohľadu častica nemôže preniknúť za pot. bariéru, kde je pot. energia vyššia, avšak existuje pravdepodobnosť, že častica tam prenikne, táto pravdepodobnosť rastie, keď sa veľkosť energie častice približuje výške schody pot. bariéry.
Tunelový jav – na základe hrúbky bariéry získame pravdepodobnosť prechodu častice cez bariéru. Tunelový preto, lebo častica nemá dostatok energie na preskočenie. Prechádza potenciálovou bariérou, ktorá je vyššia ako energia častice.