1. Príklad

V strede dvoch navzájom kolmých (krátkych) cievok s polomermi **R** a **2R** a počtom závitov **N** a **2N** umiestnime magnetku kompasu podopretú v ťažisku tak, že sa môže otáčať okolo osí oboch cievok. Os menšej cievky smeruje horizontálne v smere východ-západ, os väčšej kolmo na Zemský povrch. Obe cievky sú navinuté z rovnakého drôtu s priemerom ϕ a mernou vodivosťou σ. Ak zapojíme na zdroj elektromotorického napätie U menšiu cievku magnetka vychíli o uhol α vľavo. Ak zapojíme na ten istý zdroj napätia väčšiu cievku magnetka vychíli o uhol β dole. Určte celkovú intenzitu magnetického poľa Zeme v mieste merania. Magnetické pole Zeme má približne dipólový charakter a na zemskom povrchu je charakterizované horizontálnou a kolmou zložku (z výnimkou pólov a na rovníku kde má len jednu zložku, určte kde akú).(**8 bodov**)

Riešenie

Obe cievky produkujú v strede magnetické pole s intenzitou $H = \frac{nI}{2r}$, kde n je počet závitov cievky, I prúd tečúci cievkou a r jej polomer. V zmysle zadania príkladu menšou cievkou potečie prúd $\mathrm{I}_{menšia} = \frac{U}{\frac{1}{\sigma}\frac{2\pi RN}{\pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2}} = \frac{\sigma\phi^2 U}{8RN}$ a väčšou $\mathrm{I}_{väčšia} = \frac{U}{\frac{1}{\sigma}\frac{2\pi 2R2N}{\pi\left(\frac{\phi}{2}\right)^2}} = \frac{\sigma\phi^2 U}{32RN}$ Menšia cievka teda vytvorí dodatočnú zložku magnetickej intenzity v smere východ-západ o intenzite $H_{menšia} = \frac{\frac{\sigma\phi^2 U}{8RN}N}{2R} = \frac{\sigma\phi^2 U}{16R^2}$ a väčšia v smere hore-dole $H_{väčšia} = \frac{\frac{\sigma\phi^2 U}{32RN}2N}{2.2R} = \frac{\sigma\phi^2 U}{64R^2}$

Horizontálna zložka Zemského magnetického poľa H_h je kolmá na dodatočnú intenzitu od malej cievky a môžeme napísať $\mathrm{tg}\alpha = \frac{H_h}{H_{menšia}}$ a úplne analogicky $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{H_k}{H_{väčšia}}$, kde H_k je označená kolmá zložka poľa. celková intenzita je $H_c = \sqrt{H_h + H_k}$ čo po dosadení a úprave dáva vysledok

$$H_c = \sqrt{\left(\mathrm{H}_{menšia}.\mathrm{tg}\alpha\right)^2 + \left(\mathrm{H}_{väčšia}.\mathrm{tg}\beta\right)^2} = \frac{\sigma\phi^2 U}{16R^2}.\sqrt{\mathrm{tg}^2\alpha + \frac{1}{16}\mathrm{tg}^2\beta}$$

Na rovníku má magnetické pole Zeme len vodorovnú zložku a na póloch len kolmú zložku.

2. Príklad

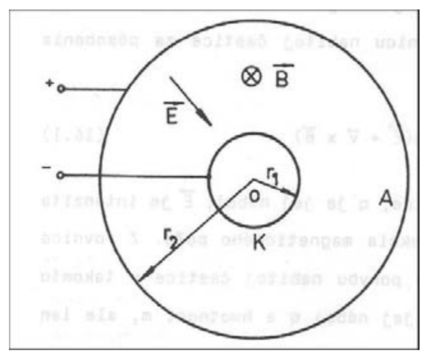
Tyčový magnet s magnetickým momentom **m**, hmotnosťou **M** a dĺžkou **L** je zavesený na tenkom silonovom lanku tak, že sa môže otáčať okolo vertikálnej osi prechádzajúcej jeho stredom (ťažiskom), pričom os magnetu zostáva stále vodorovná. Po ustálení v rovnovážnej orientácii (v smere sever juh) ho vyhýlime o malý uhol a pozorujeme jeho periodické kmity s periódou $\mathbf{T_0}$. Určte intenzitu horizontálnej zložky Zemského magnetického poľa. Torzný moment tenkého silonu zanedbajte. (**8 bodov**)

Riešenie

Magnet s magnetickým momentom $\vec{m}$ je vystavený v magnetickom poli Zeme pôsobeniu momentu síl $\vec{m}\times\vec{B}$. V zmysle zadania príkladu moment sily môže v yvolávať len pohyb okolo vertikálnej osi. Preto stačí uvažovať vertikálnu zložku momentu síl do ktorej prispieva len horizontálna zložka magnetického poľa Zeme a horizontálna zložka momentu magnetu (čo je celý moment magnetu ak je zavesený vodorovne). Pri výchylke o uhol α je absolútna hodnota momentu síl rovná $\mu_0 mH_h \sin\alpha$, kde H_h je horizontálna zložka intenzity magnetického poľa Zeme a m absolútna hodnota magnetického momentu magnetu. Ak uvažujeme len malé výchylky môžeme použiť priblíženie $\sin\alpha \to \alpha$ a pohybovú rovnicu systému zapíšeme v tvare $I\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + \mu_0 mH_h\alpha = 0$, kde I je moment zotrvačnosti pri rotácii okolo osi prechádzajúcej stredom (ťažiskom) magnetu. Mpment hybnosti magnetu je rovný $I = \dfrac{1}{12}ML^2$ (Viď. Fyzika 1). Upravenú pohybovú rovnicu preto píšeme ako $\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + \dfrac{12\mu_0 mH_h}{ML^2}\alpha = 0$ čo je známa pohybová rovnica periodických kmitov s kruhovou frekvenciou $\omega^2 = \dfrac{12\mu_0 mH_h}{ML^2}$, odkiaľ ďalšou úpravou dostávame vyjadrenie $\dfrac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\dfrac{12\mu_0 mH_h}{ML^2}}$, resp. $H_h = \dfrac{ML^2}{12\,\mu_0\, m}\left(\dfrac{2\pi}{T_0}\right)^2$.

3. Príklad

Uvažujme diódu s dvoma válcovými elektródami (použitú pri laboratórnej úlohe č. 16) s polomermi $\mathbf{r_1}$ a $\mathbf{r_2}$ umiestnenú v dutine solenoidu, ktorý vytvára magnetické pole s konštantnou indukciou **B** so smerom pozdĺž elektrónky. Na vnútornú a vonkajšiu elektródu je pripojené napätie **U** (viď. obrázok).



a) Nájdite vzťah pre intenzitu a potenciál elektrického poľa v dutine medzi elektródami.

b) Určte absolútnu hodnotu okamžitej rýchlosti elektrónu (elektrón má náboj **e** a hmotnosť **m**), ktorý sa nachádza vo vzdialenosti **r** ($r_2>r>r_1$) a pri uvoľnení z menšej elektródy bola jeho rýchlosť nulová**.**

c) Napíšte pohybovú rovnicu opisujúcu pohyb elektrónu v tejto elektrónke. Vzťažnú sústavu si zvoľte podľa vlastného uváženia ale zreteľne ju vyznačte na náčrte, resp. slovne popíšte.

(**9 bodov**)

Riešenie

Intenzitu poľa určíme pomocou Gaussovej vety o toku elektrickej indukcie $\oint \vec{E}.d\vec{S} = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\, dV$.

Vzhľadom na osovú symetriu elektrónky (znázornené an ja priloženom obrázku) má intenzita len radiálny smer, tj. tok sa dá zapísať ako $E.2\pi rL = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$, kde r je polomer zvolenej válcovej plochy cez ktorú počítame tok (a miesto kde počíteme intenzitu), L a Q sú dočasné premenné označujúce dĺžku elektrónky a náboj na menšej elektróde. Intenzitu vo vzdialenosti r môžeme teraz vyjadriť ako $E(r) = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}.\dfrac{1}{r}$. V príklade je zadanné napätie pripojené na elektródy, tj. rozdiel potenciálov ktorý vieme určiť zo vzťahu $U = \Delta\varphi = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\, d\vec{r} = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_{r_2}^{r_1}\dfrac{dr}{r} = \dfrac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\dfrac{r_1}{r_2}$ Z;poslednej časti vieme určiť dočasnú premennú Q/L a pre intenzitu dostávame $E(r) = \frac{U}{\ln \frac{r_1}{r_2}}.\frac{1}{r}$ Analogicky pre potenciál zasa $\varphi(r) - \varphi(r_1) = \frac{U}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \int_r^{r_1} \frac{dr}{r} = \frac{U}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r_1}{r}$

Absolútnu hodnotu okamžitej rýchlosti elektrónu určíme zo zákona zachovania energie, keď $e.\Delta\varphi = \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2$, tj. po dosadení z predchádzajúcej časti $\frac{eU}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln \frac{r_1}{r} = \frac{1}{2} m\mathrm{v}^2$ a po úprave

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{2eU}{m} . \frac{(\ln r_1 - \ln r)}{(\ln r_1 - \ln r_2)}}$$

Pri zápise pohybovej rovnice zvoľme vzťažnú sústavu napr. tak, že os x smeruje od stredu elektrónky hore, os y od stredu doprava a os z pozdĺž osi elektrónky dozadu. V tejto pravouhlej, pravotočivej vzťažnej sústave je najjednoduchším vyjadrením pohybovej rovnice vektorová rovnica $m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = e \left[\vec{E} + \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) \times \vec{B} \right]$. V zvolenej ssútave má magnetické pole nenulovú len z zložku indukcie a elektrické pole zasa nenulové zložky E_x, E_y . Preto môžeme po zložkách zapísať predchádzajúcu rovnicu v tvare

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = e \left[E_x + B_z \frac{dy}{dt} \right]$$
$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = e \left[E_y - B_z \frac{dx}{dt} \right]$$
$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0$$

4. Príklad

Rodinný dom je vykurovaný zemným plynom s ročnou spotrebou plynu **2650** m^3. Výhrevnosť plynu (množstvo energie získanej spálením 1 m^3) je **39** MJ (megajoulov). Cena 1 m^3 plynu je **14** Sk. Majiteľ uvažuje o prechode na vykurovanie elektrinou. Cena za 1 kWh elektrickej energie je **2,3** Sk (tzv. nočný prúd). Ktorý spôsob vykurovania je ekonomickejší a o koľko? Počítajte bez pomoci kalkulačiek, numerická presnosť na celé Sk je postačujúca (ceny sú z roku 2007 zaukrúhlené pre jednoduchšie počítanie). (**5 bodov**)

Riešenie

Pri spotrebe 2650 m^3 plynu je energetická spotreba Q=2650.39=103 350 MJ energie. Cena zaplatená za uvedené množstvo zemného plynu je 37 100 Sk. Energeticky je 1 kWh = 1000 [J/s]*3600 [s] = 3.6 MJ, tj ročná spotrebe energie vyjadrená v kWh je 28 708,33 kWh. Táto energia by pri uvedenej cene elektriny stála 66 029 Sk, tj. kúrenie plynom je ekonomickejšie o 28 929 Sk.