

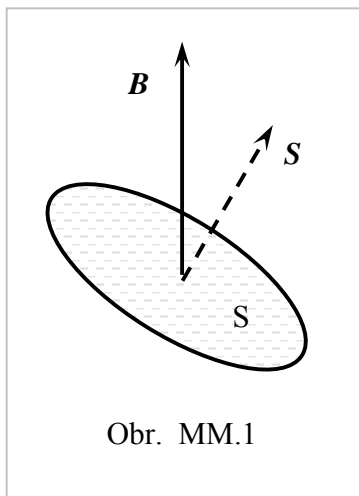
MM Magnetický moment cievky

Autor pôvodného textu: **Jozef Lasz**

Úloha: Určiť magnetický moment cievky ktorou prechádza prúd I , pomocou merania mechanického momentu sily pôsobiaceho na cievku v homogénnom magnetickom poli.

Teoretický úvod

Na uzavretú rovinnú prúdovú slučku, cez ktorú prechádza prúd I a ktorá sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} , pôsobí nulová výsledná sila, ale nenulový moment síl



Obr. MM.1

$$\mathbf{M} = I\mathbf{S} \times \mathbf{B}, \quad (\text{MM.1})$$

kde \mathbf{S} je vektor priradený ploche S ohraničenej prúdovou slučkou, kolmý na rovinu slučky. Súčin $\mathbf{m}_m = I\mathbf{S}$ sa považuje za magnetický moment prúdovej slučky, takže vzťah (MM.1) sa zapisuje aj v tvare (pozri úlohu 15)

$$\mathbf{M} = \mathbf{m}_m \times \mathbf{B}. \quad (\text{MM.2})$$

Treba si uvedomiť, že veľkosť magnetického momentu slučky závisí od veľkosti prúdu ktorý ňou prechádza. Ak prúd zdvojnásobíme, zdvojnásobi sa aj magnetický moment slučky.

Ak má cievka n závitov (prakticky rovnako veľkých), jej magnetický moment sa počíta pomocou vzťahu $\mathbf{m}_m = nI\mathbf{S}$.

Vzťah (MM.2) sa považuje za definičný pre magnetický moment akejkoľvek prúdovej slučky, cievky, ale aj tyčového magnetu. Moment sily má veľkosť $m_m B \sin\beta$, kde β je uhol medzi vektormi \mathbf{m}_m a \mathbf{B} , ale ak je magnetický moment \mathbf{m}_m kolmý na vektor magnetickej indukcie \mathbf{B} , t.j. $\beta = \pi/2$, potom pre veľkosť momentu sily platí vzťah

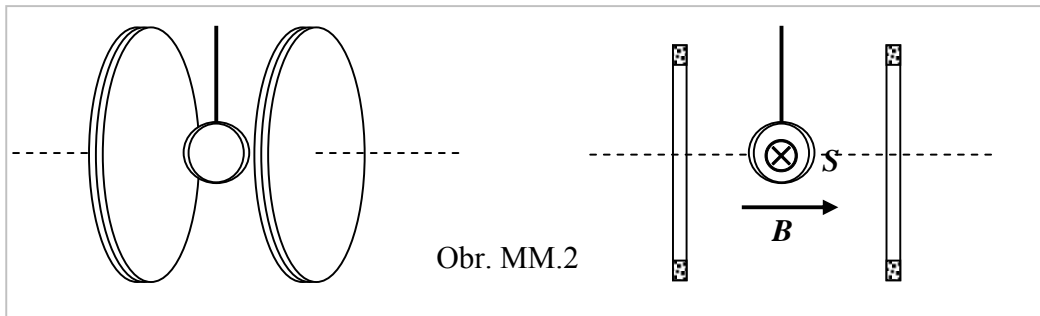
$$M = m_m B. \quad (\text{MM.3})$$

Ak v takomto prípade poznáme veľkosť magnetickej indukcie a zmeriame moment síl pôsobiaci na slučku (cievku), môžeme určiť jej magnetický moment.

Metóda merania a opis aparatury

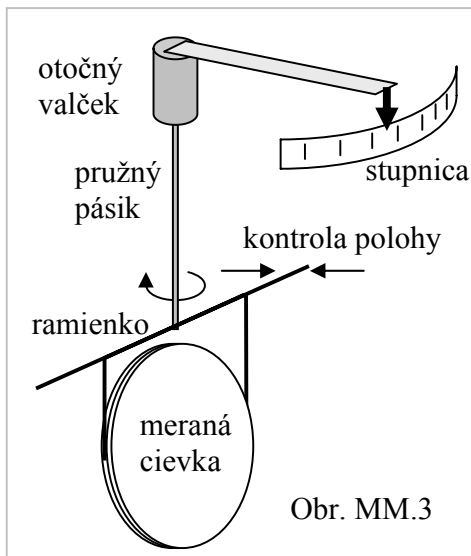
Magnetické pole, dostatočne homogénne, sa dá vytvoriť pomocou Helmholtzových cievok (pozri ďalšiu časť návodu). Merateľ budeme magnetický moment cievky kruhového tvaru s priemerom d , ktorá má n závitov. Cievka, zavesená na tzv. torzných váhach, je vložená do stredu Helmholtzových cievok tak (obr. MM.2), aby jej zodpovedajúci plošný vektor \mathbf{S} bol kolmý na vektor magnetickej indukcie \mathbf{B} poľa vytvoreného Helmholtzovými cievkami. Zo vzťahu (MM.1) potom vyplýva, že keď cievkou necháme prechádzať prúd (označíme ho I_C), začne na ňu pôsobiť moment síl, ktorý má tendenciu otočiť ju do polohy,

v ktorej by vektory B a S boli rovnobežné. Veľkosť momentu síl sa meria torznými váhami (obr. MM.3), ktoré slúžia na meranie veľmi malých síl (řádovo milinewtony – mN). Ich hlavnou súčasťou je úzky pružný kovový pásik, uložený vertikálne. Horný koniec pásika je



Obr. MM.2

uchytený vo zvislom otočnom valčeku. Pootočením valčeka sa cez pružný pásik prenáša na ramienka, na ktorých je zavesená cievka. Ramienka súčasne slúžia na kontrolu východiskovej (nulovej) polohy, ktorá sa dá nastaviť jemným otáčaním valčeka. Po zapnutí prúdu sa cievka spolu s ramienkami vychýli o taký uhol, pri ktorom je moment sily vyvolaný magnetickým poľom kompenzovaný pružnosťou pásika. Pri výchylke o uhol β je moment sily vyvolaný magnetickým poľom $M = m_m B \sin\beta$, takže na určenie magnetického momentu by bolo potrebné merať aj tento uhol. Preto valčekom otáčame, až kým sa cievka nedostane naspäť do východiskovej (nulovej) polohy. Ručička na torzných váhach vtedy ukazuje nenulovú výchylku, predstavujúcu pôsobiacu silu. Vtedy $\sin\beta = 1$, takže platí rovnosť momentov síl



$$m_m B_z = rF . \quad (\text{MM.4})$$

Silu F odčítame zo stupničky prístroja, vynásobíme dĺžkou r ramienka, čím získame moment sily rF na pravej strane rovnice. Pri znalosti veľkosti indukcie magnetického poľa vytvoreného Helmholtzovými cievkami, môžeme z rovnice (MM.4) vypočítať magnetický moment meranej cievky.

Meranie vykonáme pri troch rôznych hodnotách prúdu I_C prechádzajúceho cievkou, čo znamená, že dostaneme tri rôzne hodnoty magnetického momentu cievky. Vyššiu presnosť merania dosiahneme, keď každý z troch magnetických momentov budeme merať pri viacerých hodnotách indukcie magnetického poľa, z ktorých vypočítame

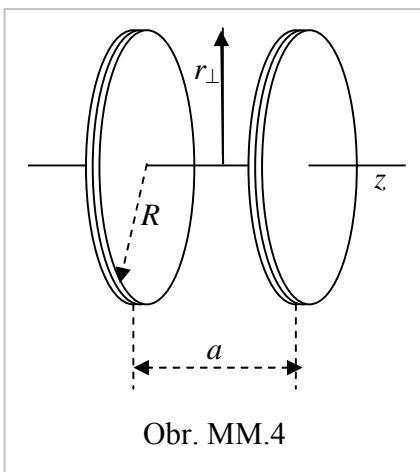
aritmetický priemer. To znamená merať pri viacerých hodnotách prúdu I_H prechádzajúceho Helmholtzovými cievkami (napr. pri piatich hodnotách). Príslušnú hodnotu magnetickej indukcie B_z vypočítame pomocou vzťahu (MM.7).

Hodnoty magnetického momentu získané pomocou merania torzného momentu porovnáme s hodnotou získanou výpočtom pomocou vzťahu

$$m_m = n I_C S = n I_C \frac{\pi d^2}{4} . \quad (\text{MM.5})$$

Magnetické pole Helmholtzových cievok

Homogénne pole v dostatočne veľkom priestore – postačujúcom na meranie magnetického momentu menšej cievky - sa dá realizovať pomocou Helmholtzových cievok (obr. MM.4),



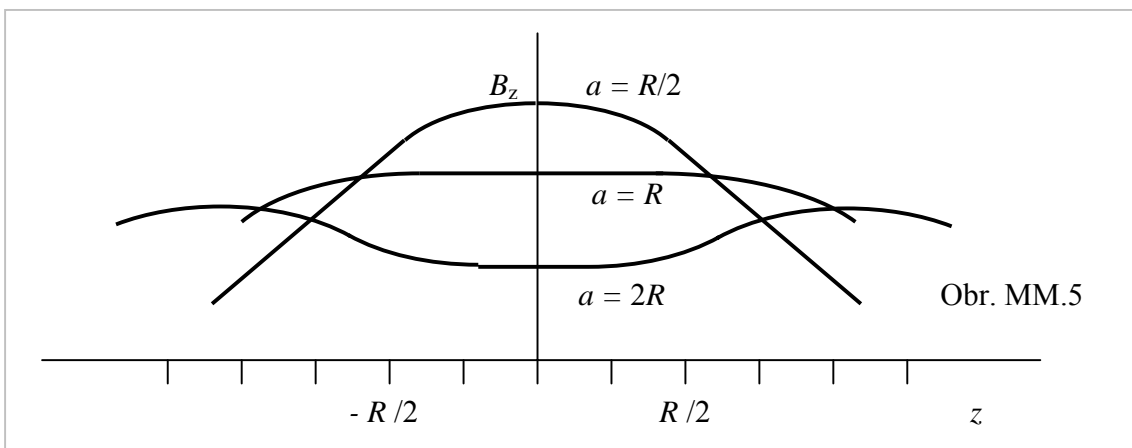
Obr. MM.4

medzi ktoré sa do stredu zavesí cievka, ktorej magnetický moment sa má merať. Helmholtzove cievky pozostávajú z dvoch rovnako veľkých kruhových cievok, so spoločnou osou, ktorých vzájomná vzdialenosť a sa rovná ich polomeru R . Sú zapojené do série, takže nimi prechádza rovnako veľký prúd (označíme ho I_H). Magnetické pole medzi cievkami je osovo súmerné, takže ho môžeme vyjadriť ako funkciu dvoch súradníc – súradnice z meranej pozdĺž osi od stredu medzi cievkami a súradnice r_{\perp} meranej ako vzdialenosť od osi. Preto aj vektor magnetickej indukcie môžeme rozložiť na zložku B_z rovnobežnú s osou a na zložku B_{\perp} na os kolmú. Na osi Helmholtzových cievok je vektor magnetickej indukcie B s osou rovnobežný, má iba

zložku B_z pričom pre veľkosť tejto zložky sa výpočtom dá získať vzťah (N je počet závitov každej z cievok):

$$B_z = \frac{\mu_0 I_H N}{2R} \left[\frac{1}{(1+A_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1+A_2^2)^{3/2}} \right], \quad \text{kde } A_1 = \frac{z - \frac{a}{2}}{R}, \quad A_2 = \frac{z + \frac{a}{2}}{R}. \quad (\text{MM.6})$$

Na nasledujúcom obrázku je schematicky znázornená závislosť veľkosti zložky B_z od



Obr. MM.5

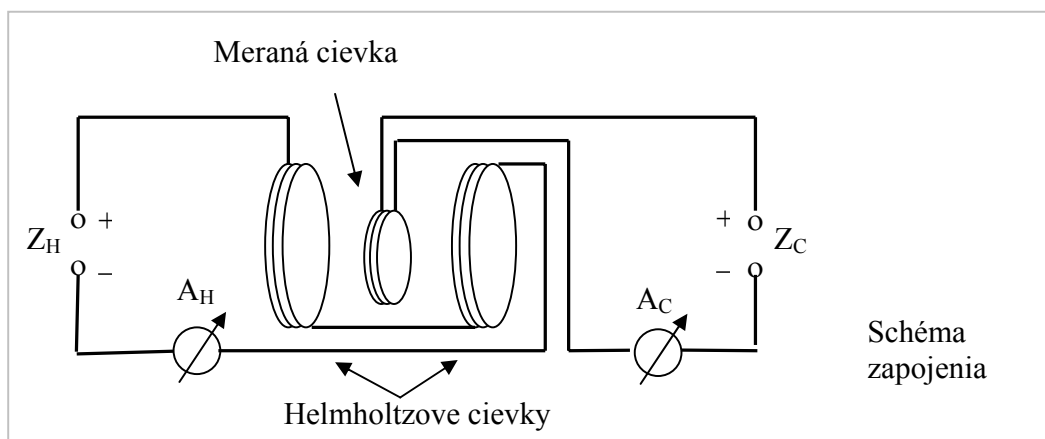
súradnice z pre tri rôzne vzdialenosti cievok. Pri $a = R$ je magnetické pole v intervale $-R/2 < z < +R/2$ skoro homogénne. Veľkosť magnetickej indukcie na osi v strede medzi cievkami pre $a = R$ sa vyjadriť vzťahom

$$B_z = \frac{\mu_0 I_H N}{2R} \frac{2}{\left(\frac{5}{4}\right)^{3/2}} = 0,716 \frac{\mu_0 I_H N}{R}, \quad (\text{MM.7})$$

ktorý budeme pri výpočtoch používať.

Údaje potrebné pri výpočte

Počet závitov v Helmholtzových cievkach	$N = 154$
Polomer Helmholtzových cievok	$R = 0,2 \text{ m}$
Maximálny dovolený prúd Helmholtzovými cievkami	$I_{H\max} = 5 \text{ A}$
Magnetická konštanta	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
Priemer meranej cievky	$d = 0,12 \text{ m}$
Počet závitov meranej cievky	$n = 3$
Dĺžka ramienka	$r = 0,12 \text{ m}$



Výpočet relatívnej smerodajnej odchýlky merania

Po dosadení vzťahu (MM.7) do (MM.4) získame vyjadrenie magnetického momentu cievky pomocou všetkých veličín, ktoré treba pri meraní poznať:

$$m_m = \frac{rRF}{0,716\mu_0 N I_H}.$$

Meraním môžeme ovplyvňovať iba hodnoty F a I_H , ostatné sú udané výrobcom aparatury, resp. μ_0 je univerzálna konštanta. Ovplyvniteľné veličiny vystupujú vo vzájomnom podiele, takže relatívnu smerodajnú odchýlku magnetického momentu určíme zo vzťahu

$$\frac{s_m}{m} = \sqrt{\left(\frac{s_F}{F}\right)^2 + \left(\frac{s_I}{I}\right)^2}.$$

Údaj (s_I/I) získame z údajov o triede presnosti prístroja použitého na meranie prúdu I_H . Údaj (s_F/F) získame viacnásobným odmeraním sily F pri rovnakých hodnotách prúdov I_H a I_C . Z desiatich meraní vypočítame aritmetický priemer sily a smerodajnú odchýlku s_I aritmetického priemeru, pomocou vzťahu (4) z návodu na spracovanie výsledkov. Využijeme tabuľky MM2. a MM3. uvedené v časti Protokol merania. Treba však upozorniť, že chybu spôsobenú nesprávnym odčítaním prúdu I_C , sme do výpočtu nezahrnuli.

Meno:

Krúžok:

Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy MM

Meranie magnetického momentu cievky

Stručný opis metódy merania:

Vzťahy ktoré sa používajú pri meraní:

Schéma zapojenia:

Prístroje a pomôcky:

Tabuľky nameraných a vypočítaných hodnôt

Tab. MM.1

$I_C =$					
i	1	2	3	4	5
I_H (A)					
B_z (mT)					
F (mN)					
M (mN·m)					
m_m (A·m ²)					
aritm. priemer $m_m =$			podľa (MM.5) $m_m =$		

Tu vpíšte jeden konkrétny výpočet s uvedením hodnôt a rozmerov veličín:

$B_z =$

$M =$

$m_m =$

$I_C =$					
i	1	2	3	4	5
I_H (A)					
B_z (mT)					
F (mN)					
M (mN·m)					
m_m (A·m ²)					
arit. priemer $m_m =$			podľa (MM.5) $m_m =$		

$I_C =$					
i	1	2	3	4	5
I_H (A)					
B_z (mT)					
F (mN)					
M (mN·m)					
m_m (A·m ²)					
arit. priemer $m_m =$			podľa (MM.5) $m_m =$		

Relatívna smerodajná odchýlka merania magnetického momentu cievky

Použite údaje z merania najväčšieho magnetického momentu cievky (pri najväčšom prúde I_C)

Tab. MM.2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	priemer	s_F
F_i												

Tab. MM.3

Relatívna smerodajná odchýlka veľkosti sily	$s_F/F =$	$(s_F/F)^2 =$
Relatívna smerodajná odchýlka veľkosti prúdu	$s_I/I =$	$(s_I/I)^2 =$
Relatívna smerodajná odchýlka magnetického momentu	$s_m/m =$	

K protokolu treba pripojiť graf závislosti momentu sily od prúdu I_H prechádzajúceho Helmholtzovými cievkami – pri jednom z prúdov I_C prechádzajúcom meranou cievkou.

Slovné zhrnutie výsledkov merania:

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta:

Podpis učiteľa: