

Frekvenčná charakteristika lineárnej sústavy

Všeobecne

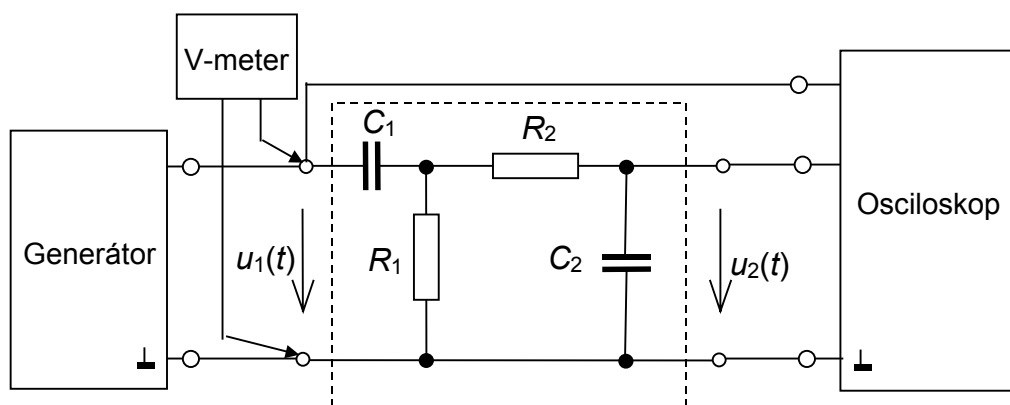
V lineárnych elektrických obvodoch, ktoré sú v harmonickom ustálenom stave, vieme vyjadriť vzťah medzi dvoma ľubovoľne zvolenými obvodovými veličinami ako závislosti medzi ich amplitúdami medzi ich fázami. Pri riešení používame symbolicko-komplexný počet. Ak potom zisťujeme vzťah medzi obvodovými veličinami v závislosti od nejakého parametra napr. frekvencie, impedancie a pod., získame závislosť vo forme komplexnej funkcie reálnej (resp. komplexnej) premennej. Pre praktické účely takéto komplexné funkcie znázorňujeme graficky v komplexnej rovine fázorovými čiarami s funkcionálnou stupnicou, nazývanými hodografy.

Najčastejšie sú potrebné závislosti medzi veličinami od frekvencie, hovoríme im frekvenčné charakteristiky. Frekvenčné charakteristiky majú pri kreslení v komplexnom tvare nevýhodu, že určitým rozsahom frekvencie odpovedajú len krátke úseky charakteristiky a to s nerovnomernou stupnicou pre frekvenciu. Preto zvykneme kresliť do kartézskych súradníc samostatne amplitúdovú a fázovú charakteristiku a používame pri tom logaritmickú stupnicu pre frekvenciu (viac prednášky z EO2).

V tejto úlohe ide o výpočet, grafické zobrazenie a potom praktické overenie meraním, frekvenčnej charakteristiky podielu dvoch napätí, ktorý sa nazýva napäťový prenos.

Úlohy

1. Vyjadrite komplexnú frekvenčnú charakteristiku napäťového prenosu $H(\omega) = U_2(\omega) / U_1(\omega)$ pre obvod (dvojbran), ktorý sa nachádza v čiarkovane vyznačenom obdĺžniku v zapojení na obr.1.
2. Upravte výraz pre komplexnú frekvenčnú charakteristiku prenosu $H(\omega)$ na podiel súčinnov koreňových činiteľov čitateľa a menovateľa. Využitím tejto úpravy vyjadrite logaritmickú amplitúdovú frekvenčnú charakteristiku $H_{dB}(\omega)$ a fázovú frekvenčnú charakteristiku $\varphi(\omega)$.
3. Dosadte číselné hodnoty prvkov a vypočítajte nuly a póly komplexnej frekvenčnej charakteristiky $H(\omega)$.
4. Zakreslite asymptoty logaritmickéj amplitúdovej frekvenčnej charakteristiky vyšetřovaného obvodu do grafu s logaritmickou mierkou pre kruhovú frekvenciu ω .
5. Pre zvolené hodnoty frekvencie odmerajte veľkosť prenosu $H(\omega)$ vypočítajte príslušnú hodnotu $H_{dB}(\omega)$ a zakreslite do charakteristiky z bodu 4.
6. Vypočítajte a meraním overte veľkosť amplitúdy prenosu H_0 , v optimе prenosovej krivky.
7. Odmerajte amplitúdovú frekvenčnú charakteristiku vyšetřovaného obvodu pomocou rozmietaného generátora a osciloskopu a namerané hodnoty porovnajte s predchádzajúcimi.



Obr. 1 Zapojenie pre meranie na vyšetřovanom elektrickom obvode.

Postup pri riešení

1. Prenosová funkcia obvodu podľa obr. 1 bude

$$H(\omega) = \frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{j\omega}{(j\omega)^2 + j\omega \cdot \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} = H(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

2. Po úprave na podiel súčinov koreňových činiteľov čitateľa a menovateľa bude

$$H(\omega) = \frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{j\omega}{(j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2)}$$

2. Pre zadané (odporúčané) hodnoty parametrov $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $R_2 = 22 \text{ k}\Omega$, $C_2 = 1 \text{ nF}$ vyčíslime nuly a póly prenosovej funkcie.

Ak zavedieme $p_1 = -\omega_{p1}$, a $p_2 = -\omega_{p2}$ potom bude

$$H(\omega) = \frac{1}{R_2 C_2} \cdot \frac{j\omega}{(j\omega + \omega_{p1}) \cdot (j\omega + \omega_{p2})} = \frac{1}{R_2 C_2 \cdot \omega_{p2}} \cdot \frac{j \cdot \frac{\omega}{\omega_{p1}}}{(1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_{p1}}) \cdot (1 + j \cdot \frac{\omega}{\omega_{p2}})}$$

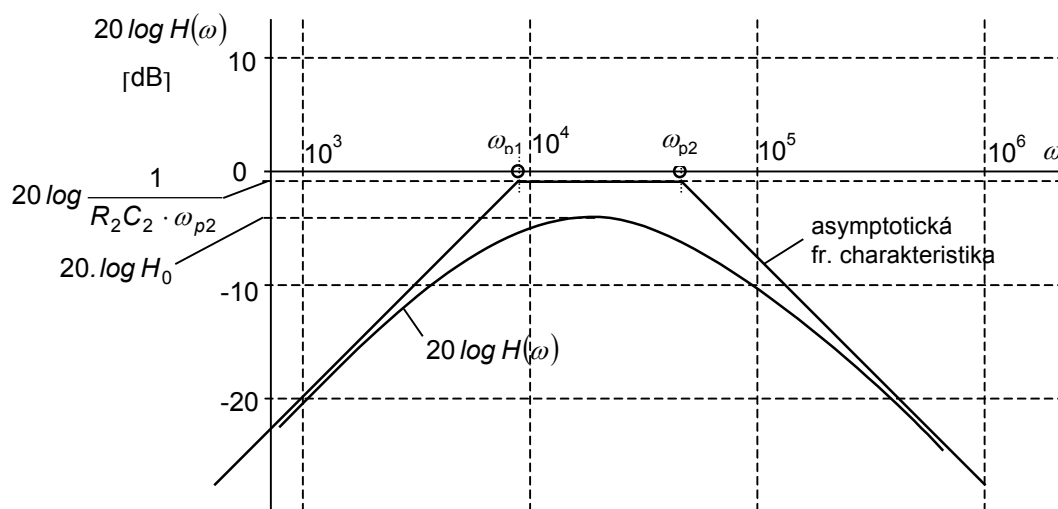
amplitúdová frekvenčná charakteristika je

$$H_{dB}(\omega) = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{R_2 C_2 \cdot \omega_{p2}}\right) + 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right) - 20 \cdot \log\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2} - 20 \cdot \log\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)^2}$$

fázová frekvenčná charakteristika

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right) - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)$$

4. Na základe vypočítaných číselných hodnôt vynesieme do logaritmickej stupnice v závislosti od frekvencie póly amplitúdovej frekvenčnej charakteristiky a zakreslíme jej asymptoty. Príklad zobrazenia amplitúdovej frekvenčnej charakteristiky a jej asymptot je znázornený na obr.2.



Obr.2 Logaritmická amplitúdová frekvenčná charakteristika

5. Meranie frekvenčnej charakteristiky robíme tak, že vyšetrovaný obvod pripojíme na harmonický zdroj napätia premenlivej frekvencie a pre zvolenú hodnotu frekvencie f (Hz) odmeriame pomer výstupného napätia U_2 ku vstupnému U_1 meraním voltmetrom, alebo osciloskopom. Hodnotu prenosu (v dB) potom vypočítame z výrazu $H_{dB}(\omega) = 20 \cdot \log(U_2 / U_1)$ a vynesieme do grafu s asymptotami.

6. Hodnotu prenosu H_0 môžeme vypočítať $H_0 = |H(\omega_{\max})|$

pričom hodnotu ω_{\max} určíme z podmienky $\left. \frac{d|H(\omega)|}{d\omega} \right|_{\omega_{\max}} = 0$

Riešením dostaneme $\omega_{\max} = \sqrt{\omega_{p1} \omega_{p2}} = 1 / \sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}$ a po dosadení bude $H_0 = \frac{R_1 C_1}{R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2}$

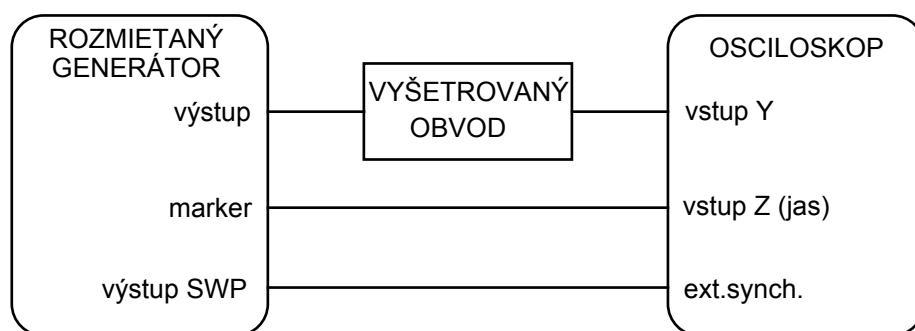
a optimum prenosu v dB bude $20 \cdot \log H_0$.

Doplnok

7. Postup pri meraní amplitúdovej frekvenčnej charakteristiky pomocou rozmiataného generátora.

Pri meraní použijeme rozmiataný generátor a osciloskop v zapojení podľa obr.3. Na rozmiatanom generátore zvolíme harmonické výstupné napätie a spojený režim (stlačené tlačidlo "CONT"). Rozmietanie, t.j. periodickú zmenu frekvencie dosiahneme voľbou "SWEEP ON", stlačením tlačidla "LOG" zvolíme logaritmický priebeh rozmiatania. Pri stlačení tlačidla "STR" nastavíme začiatočnú frekvenciu (gombíkom "STR") a pri stlačení tlačidla "STP" nastavíme koncovú frekvenciu rozmiatania (gombíkom "STP"). Nastavované frekvencie sa pritom zobrazujú na displeji. Po stlačení tlačidla "RUN" sa bude generátor periodicky prelaďovať vo zvolenom frekvenčnom pásme. Vhodná opakovacia frekvencia rozmiatania sa nastaví gombíkom "RATE" jemne a tlačidlom "FAST – SLOW" hrubo. Pomocou gombíka "MARKER" je možné nastaviť na obrazovke osciloskopu jasový skok, po zatlačení tlačidla "MKR" generátor na displeji zobrazí príslušnú frekvenciu.

Začiatočná frekvencia rozmiatania 100 Hz, koncová frekvencia rozmiatania 30 kHz, na generátore je zvolený frekvenčný rozsah x 10 K, rozmiatanie "LOG" a "FAST". Časová základňa osciloskopu je 2 ms/dielik.



obr. 3 Zapojenie pre meranie frekvenčnej charakteristiky rozmiataným generátorom

Súpis zariadení:

Jednokanálový osciloskop s externou synchronizáciou

Generátor harmonického napätia s možnosťou rozmiatania frekvencie v rozsahu 100 Hz až 100 kHz (typ 200LTPC)

Prípravok na zapojenie vyšetřovaného obvodu, prepájovacie vodiče: 2x BNC/BNC (synchronizácia, marker), 2x BNC/banánik (vstup, výstup)