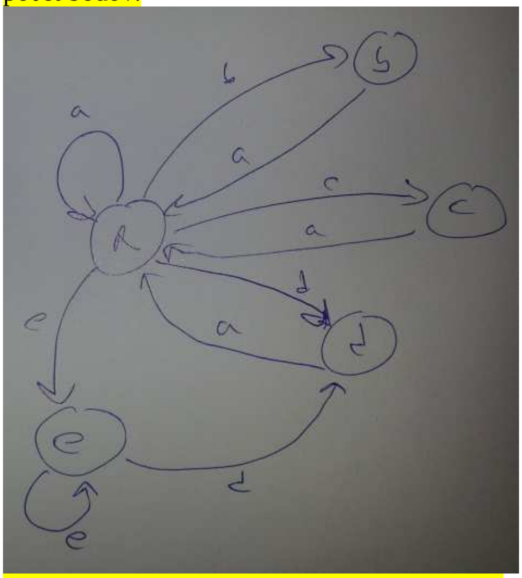
Meno:………………….………………. Os. Číslo:…..…………………… Cvičiaci: ….……………………   DK Z 3.5.2012

Vo všetkých príkladoch v krátkosti naznačte aj postup, resp. napíšte vzorce, ktoré ste pri výpočte použili. Správny výsledok bez postupu je za nula bodov. Číselné výsledky upravujte do čo najjednoduchšieho tvaru, komplikované, nejednoznačné, preškrtnuté a nečitateľné výrazy sa ako výsledok nepočítajú. **Výsledky píšte priamo do písomky**. Správne pochopenie zadania je súčasťou riešenia. **V príkladoch, kde je vyznačené miesto na stručný slovný opis, dodržte jeho stanovený rozsah**.

1. Nech sú obmedzenia kanála umožňujúceho prenos piatich symbolov {*a*,*b*,*c*,*d*,*e*} zadané nasledovne: [10b]
   A) Za každým symbolom *b*,*c*,*d* musí ísť symbol *a* .
   B) Za symbolom *e* môžu ísť len symboly *e* alebo *d* .

   Nakreslite stavový diagram popisujúci dané obmedzenia kanála. Stavy v SD označte symbolmi {*a*,*b*,*c*,*d*,*e*}, nad hranu vždy napíšte symbol, ktorý túto hranu spôsobil.

   Nasledujúci stavový diagram je len možné zakresliť rôznymi spôsobmi, dôležité je ktorý symbol spôsobil ktorý prechod medzi stavmi. Všetky dobré riešenia sa uznávajú. Graf nakreslený bez orientácie šipiek alebo označenia hran je za polovičný počet bodov.



   Bodovanie: za každú správnu hranu jeden bod.

   Jednoduchý príklad   Bodovanie: za A aj B po jednom bode [2b]

   A) Vyčíslite $log_{(2)}(0.25) =$ …-2.

   B) Koľkými spôsobmi môže nastať maximálne τ chýb v binárnom kódovom slove dĺžky *n* ? …$\sum_{i=1}^{\tau}\binom{n}{i}$.

2. Na zabezpečenie prenosu bol použitý systematický cyklický kód s parametrami (7,4,3) s generujúcim polynómom $g(x) = x^3 + x^2 + 1$. A) Dekódujde syndrómovou metódou prijaté slová z nasledújcej tabuľky, kde uveďte aj medzivýsledky. Výsledné informačné slová mapujte na desiatkovú číselnú reprezentáciu jednoduchým prevodom z binárnej do desiatkovej sústavy. Ďalej tieto čísla mapujte na písmená abecedy, kde písmenu A bude priradená hodnota 0. Všetky hodnoty zapisujte do nasledújcej tabuľky ako binárne vektory. [4b]

r	***s***	***c***	***i***	*i* (dek.)	*i* (alfa.)
1 1 1 0 0 1 0	0 0 0	1 1 1 0 0 1 0	1 1 1 0	14	O
1 0 1 1 0 0 0	1 0 0	1 0 1 1 1 0 0	1 0 1 1	11	L
1 1 0 1 0 0 1	0 0 1	1 1 0 1 0 0 0	1 1 0 1	13	N
1 1 1 1 0 0 1	1 1 0	0 1 1 1 0 0 1	0 1 1 1	7	H

Bodovanie: za každý celý správny riadok po jednom bode, za čiastočne vyplnený riadok (aspoň dva stĺpce správne) pol boda G a H matica sú potom v nasledujúcom príklade, celý príklad je možné riešiť aj zapisovať ako polynómy, je treba aj naznačiť syndrómovú tabuľku (obdoba H^T z nasledujúceho príkladu) Ináč postup cez polynómy podľa teórie z cvičení (treba aspoň naznačiť).

3. K uvedenej ***G*** matici lineárneho blokového kódu nájdite zodpovedajúcu ortogonálnu kontrolnú maticu ***H***. [4b]

Riešenie: Upraviť maticu na systematický tvar a k nej nájsť H maticu jednoduchý transponovaním paritnej časti a doplnením na jednotkovú maticu $\boldsymbol{G} = (\boldsymbol{I_k} \vdots \boldsymbol{P})$ $\quad \boldsymbol{H} = (\boldsymbol{P^T} \vdots \boldsymbol{I_{n-k}})$
:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bodovanie: spravna uprava na systematický tvar matice G 2b, nájdenie H matice 2b

4. Pre dekódovanie binárneho dátového toku komprimovaného metódou LZ78 je slovník a jeho počiatočná výplň daný nasledujúcou tabuľkou: [4b]

Index (dekadicky)	Binárn	hodnota
0	00	1010
1	01	11110
2	10	10101
3	11	101011

Dekódovaný reťazec: ....10101 101011......

Dekódujte nasledujúci reťazec: S_c = 001101.

Riešenie: Na vyjadrenie indexu do slovníka potrebujeme 2 binárne symboly, preto je treba vstupný reťazec rozdeliť na trojice:001, 101. Dekadicky potom budú dvojice (index, inovačný symbol) nasledujúce: (0,1), (2,1)

Bodovanie: 2b spravne hodnoty v slovniku, 2b spravne hodnoty v dekodovanom retazci

5. Nad poľom GF(8) definovaným primitívnym polynómom p(x) = $x^3 + x^2 + 1$ sú dané nasledujúce vektory: [6b]
$v_1 = (\alpha^4, \alpha^2, \alpha^3)$, $v_2 = (\alpha^3, \alpha^5, \alpha^4)$, $v_3 = (\alpha^1, \alpha^1, \alpha^2)$

Určte, či sú tieto vektory Lineárne závislé alebo lineárne nezávislé (V tomto príklade je uvedenie výsledku bez postupu hodnotené záporným počtom bodov).
Pole:

Bodovanie: 1b spravne najdene pole, 4b postup – riešenie rovnic nad GF(8), 1b za spravny vysledok

mocnina primit. prvku	Vektorový tvar
0	000
1	001
α^1	010
α^2	100
α^3	101
α^4	111

α^5	011
α^6	110

Vektory sú LZ ak jeden je Lineárnou kombináciou ostatných. $a_1.\boldsymbol{v}_1 + a_1.\boldsymbol{v}_1 + a_1.\boldsymbol{v}_1 \neq 0$

Najjednoduchšie riešenie je pomocou maticového zápisu, **ktorý ale nie je nutný**, sústavu rovníc je rovnako dobré riešiť aj bez matíc – obidve riešenia sa uznávajú. Rovnice možno zapísať aj v inom poradí ako je uvedené dole, preto rôzne riešenia (aj iné ako práve tu uvedené) sú správne a uznávajú sa .

$$\begin{bmatrix} \alpha^4 & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \alpha^3 & \alpha^5 & \alpha^4 \\ \alpha^1 & \alpha^1 & \alpha^2 \end{bmatrix} \sim R1 := R1 + \alpha^1 \cdot R2 \sim \begin{bmatrix} 0 & \alpha^1 & \alpha^6 \\ \alpha^3 & \alpha^5 & \alpha^4 \\ \alpha^1 & \alpha^1 & \alpha^2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim R2 := R2 + \alpha^2 \cdot R3 \sim \begin{bmatrix} 0 & \alpha^1 & \alpha^6 \\ 0 & \alpha^6 & 0 \\ \alpha^1 & \alpha^1 & \alpha^2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim R2 := R2 \cdot \alpha^2 \sim \begin{bmatrix} 0 & \alpha^1 & \alpha^6 \\ 0 & \alpha^1 & 0 \\ \alpha^1 & \alpha^1 & \alpha^2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{matrix} R1 := R1 + R2 \\ R3 := R3 + R2 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha^6 \\ 0 & \alpha^1 & 0 \\ \alpha^1 & 0 & \alpha^2 \end{bmatrix} \sim$$

$$\sim R3 := R3 + \alpha^3 \cdot R1 \sim \begin{bmatrix} 0 & 0 & \alpha^6 \\ 0 & \alpha^1 & 0 \\ \alpha^1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow Vektory\ su\ LN.$$

Poznamka: Nie som si uplne isty, ci som sa tu nepomylil, skusim radsej este druhy sposob:

Riešiť úlohu cez determinant matice, ak nie je nulový, potom vektory sú LN:

$$det \begin{bmatrix} \alpha^4 & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \alpha^3 & \alpha^5 & \alpha^4 \\ \alpha^1 & \alpha^1 & \alpha^2 \end{bmatrix} =$$

$$= (\alpha^4 \cdot \alpha^5 \cdot \alpha^2 + \alpha^3 \cdot \alpha^1 \cdot \alpha^3 + \alpha^2 \cdot \alpha^4 \cdot \alpha^1) + (\alpha^1 \cdot \alpha^5 \cdot \alpha^3 + \alpha^3 \cdot \alpha^2 \cdot \alpha^2 + \alpha^4 \cdot \alpha^4 \cdot \alpha^1) =$$

$$= \alpha^{11} + \alpha^7 + \alpha^7 + \alpha^9 + \alpha^7 + \alpha^9 = \alpha^{11} + \alpha^7 = \alpha^4 + \alpha^0 = \alpha^6 \neq 0 \Rightarrow Vektory\ su\ LN.$$

Výsledok: Vektory sú LN- lineárne nezávislé.

6. Na obrázku je znázornený pokus o nájdenie tabuľky operácií $\oplus$ a $\odot$ pre pole GF(4), ktorý sa nepodaril: extra body[3b]

$\odot$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

$\oplus$	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

Stručne vysvetlite, v čom urobil riešiteľ chybu:

Pole GF(4) je vektorové pole v tvare GF(2^2) preto má zmysel hovoriť jedine o binárnych vektoroch dĺžky 2 a nie o skalároch. Ak by sme chceli pole so skalárnymi číslami, muselo by to byť pole v tvare GF(p) kde p je prvočíslo. Je to vidno aj pri operácii násobenia, kde pri násobení dvojkou nedostávame permutáciu prvkov poľa.