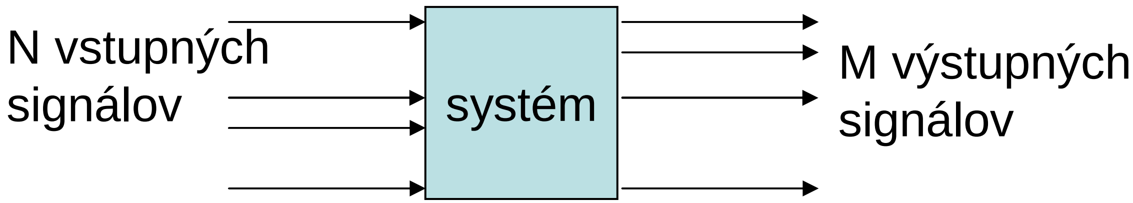
Prehľad systémov

Prehľad

- Definícia systému
- Systémové vlastnosti
- Lineárny časovo-invariantný (LTI) systém
- Odpoveď LTI systému
- Konvolúcia

Čo je to systém?

- ***Signál*** – fyzikálna kvantita alebo kvalita, ktorá nesie informáciu
- Do systému vstupuje jeden alebo viac signálov, systém vykonáva operácie nad vstupnými signálmi a produkuje jeden alebo viac výstupných signálov
- ***Systém*** – celok vytvorený spojením viacerých častí alebo usporiadaná množina myšlienok, metód alebo spôsobov práce



Definícia systému

- **Z pohľadu implementácie**: ***systém*** je usporiadanie a vzájomné prepojenie komponentov, ktoré tvoria jeden celok
- **Spracovanie signálov**: ***systém*** je ľubovoľný proces, ktorého výsledkom je transformácia signálov, pričom systém ovplyvňuje signály predpísaným spôsobom
- **Matematicky**: ***systém*** ako mapovanie N vstupných signálov na M výstupných signálov

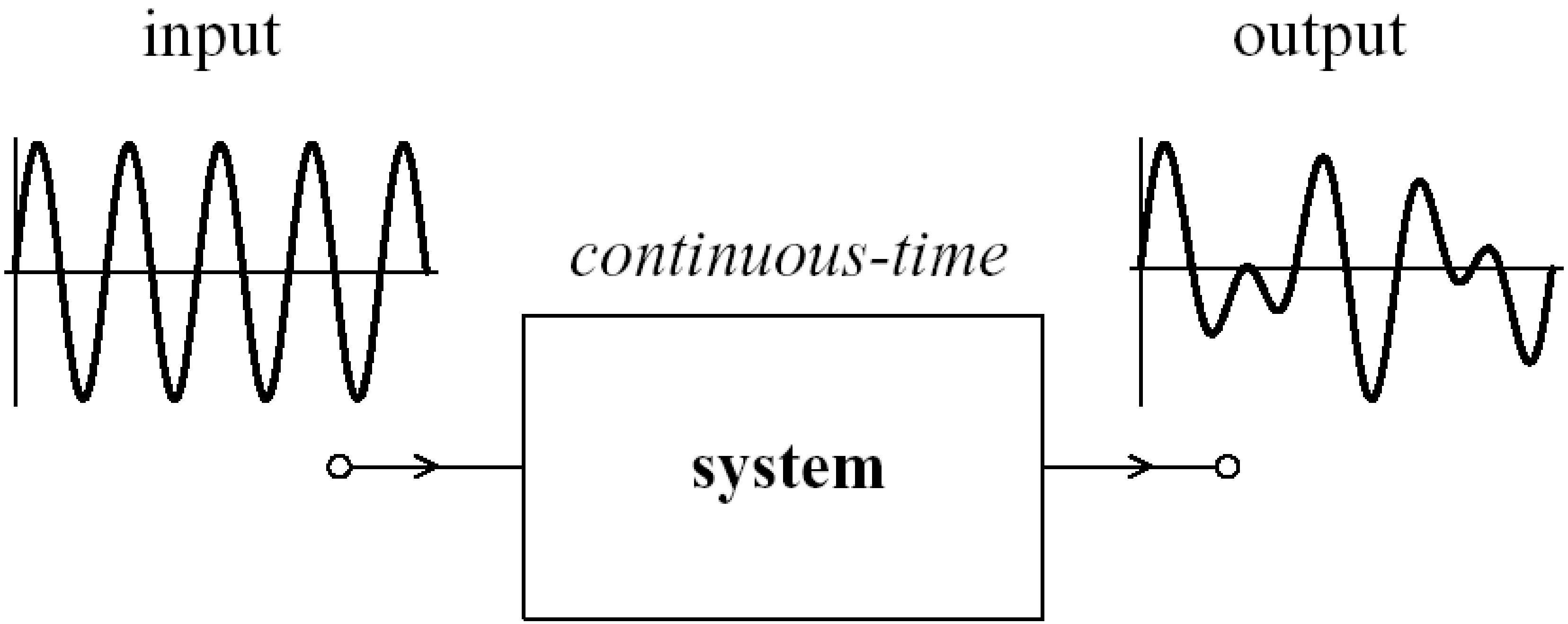
Opis systému

- ***Systém s jednou premennou*** (**SISO** systém) – má jeden vstupný a jeden výstupný signál
- ***Systém s viacerými premennými*** – ***Multivariable system*** (**MIMO** systém) – má viac ako jeden vstupný a viac ako jeden výstupný signál
- ***Vstupno – výstupný vzťah*** (externý opis) – rovnica vyjadrujúca súvislosť medzi vstupom a výstupom systému
- ***Koncept čiernej skrinky – black box*** – nemáme informácie o vnútornej štruktúre systému

Časová odozva

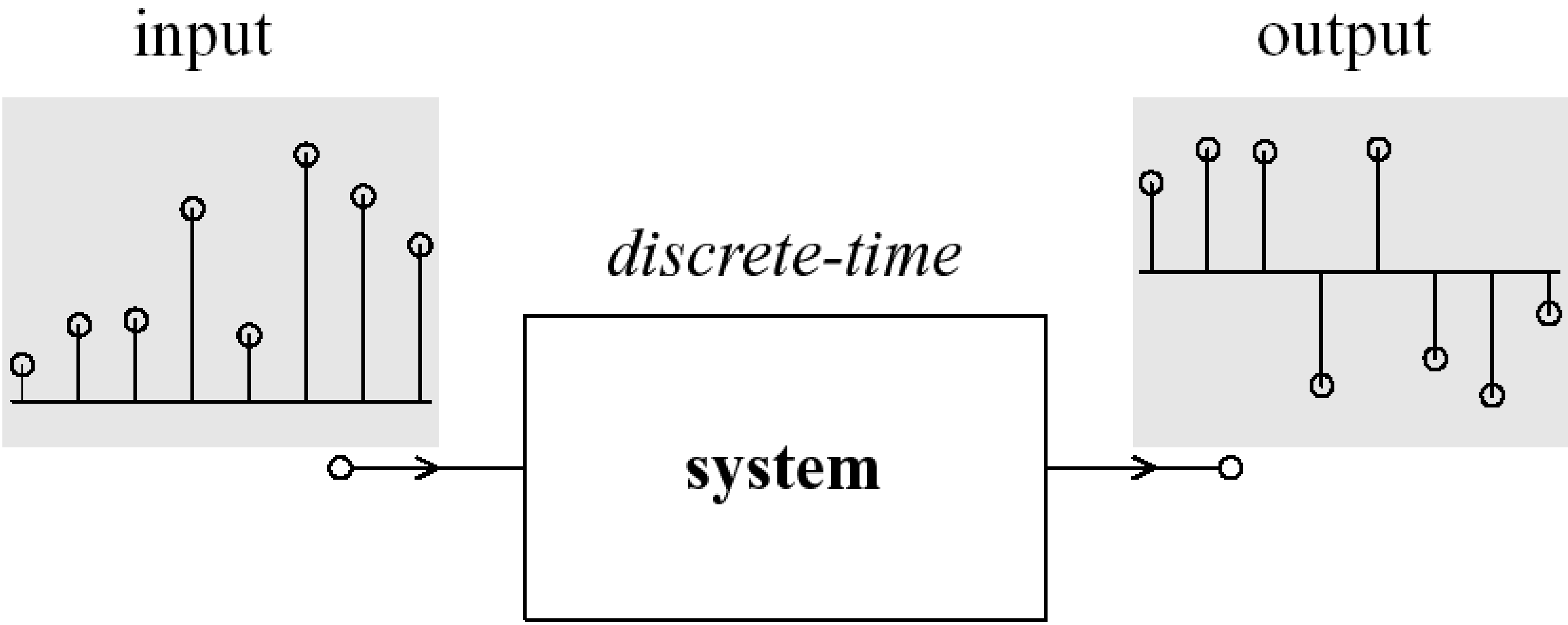
- ***Jednorozmerný systém***: spracováva signály s jednou nezávislou premennou
- Predpokladáme, že nezávislá premenná je **čas**
- ***Časová odozva*** – výstupný signál ako funkcia času, ktorý je dôsledkom privedenia vstupného signálu za definovaných podmienok

Systém spojitý v čase



Systém spojitý v čase: aj vstupný aj výstupný signál sú spojité v čase

Systém diskrétny v čase



Systém diskrétny v čase - aj vstupný aj výstupný signál sú diskrétne v čase

Digitálny systém

- Systém diskrétny v čase je ***digitálny***, ak pracuje so signálmi diskrétnymi v čase, ktoré sú kvantované
- **Kvantizácia** mapuje amplitúdu každej vzorky spojitého signálu na číslo (kvantizačnú úroveň)
- Digitálny systém tvorí digitálny hardware
  1. explicitne vo forme **logických obvodov**
  2. implicitne, keď sa operácie nad signálmi uskutočňujú **počítačovým programom**

Analýza a návrh

- ***Analýza*** systému zahrňuje skúmanie vlastností a správania (odozvy) existujúceho systému
- ***Návrh*** systému je výber a zapojenie vhodných systémových komponentov tak, aby systém spĺňal špecifikované požiadavky
- ***Návrh s využitím analýzy* –** modifikáciou charakteristík existujúceho systému
- ***Návrh s využitím syntézy*** – definujeme a navrhneme systém na základe špecifikácie

Kauzalita a stabilita v časovej oblasti

- Systém je ***kauzálny (príčinný)***, ak jeho výstupný signál závisí len od súčasných a minulých hodnôt vstupného signálu – signál v čase t_0, t.j. $y(t_0)$ nezávisí od hodnôt vstupného signálu v časoch $t > t_0$
- Intuitívne, ***stabilný systém*** je taký, ktorý zostáva v pokoji, až kým nie je budený na vstupe z externého zdroja a vráti sa do pokojového stavu, ak prestaneme privádzať vstupný signál
- Spojitý systém je stabilný, ak vstupný signál x(t) s obmedzenou veľkosťou $|x(t)| \leq A$ vyvolá výstupný signál y(t) s obmedzenou veľkosťou $|y(t)| \leq B$;

  A,B sú kladné konštanty

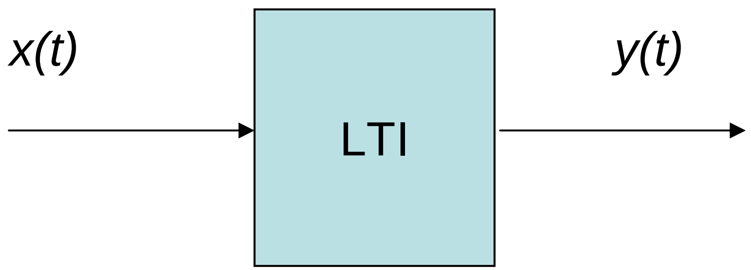
- ***Stabilný*** systém je ohraničený (***BIBO*** bounded-input bounded-output), ak každý ohraničený vstup generuje ohraničený výstup

Časovo – invariantný (TI – time–invariant) systém

- systém je ***časovo-invariantný (time – invariant)***, ak vstupný signál posunutý v čase $x(t-\tau)$ generuje výstupný signál rovnako posunutý v čase $y(t-\tau)$,

  τ – *ľubovoľné časové oneskorenie*

- v prípade diskrétnych systémov často používame pojem ***shift-invariant*** namiesto *časovo-invariantný*
- Charakteristiky a parametre *časovo-invariantného* systému **sa nemenia** v čase



Lineárny systém

!platí princíp superpozície a proporcionality!

Máme systém s jednou nezávislou premennou t

lineárny systém je systém, pre ktorý platí:

ak

- vstupný signál $x_1(t)$ vyvolá výstupný signál $y_1(\mathrm{t})$ and
- vstupný signál $x_2(t)$ vyvolá výstupný signál $y_2(t)$, potom
- vstupný signál $c_1\, x_1(t) + c_2\, x_2(t)$ vyvolá výstupný signál $c_1\, y_1(t) + c_2\, y_2(t)$

pre každé $x_1(t)$, $x_2(t)$ a ľubovoľné konštanty c_1 a c_2

Princíp superpozície

- Odpoveď $y(t)$ lineárneho systému na súčet privedených vstupných signálov $x_1(t)$, $x_2(t)$, … $x_N(t)$ je daný súčtom odpovedí systému na jednotlivé vstupné signály privedené samostatne
- ak $y_i(t)$ je odpoveď systému na vstupný signál $x_i(t)$, potom

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N} y_i(t)$$

Prostriedky popisu lineárnych systémov

- popis spojitých systémov v časovej oblasti
  - diferenciálna rovnica
  - impulzová charakteristika
  - konvolúcia
- popis diskrétnych systémov v časovej oblasti
  - diferenčná rovnica
  - impulzová charakteristika
- popis spojitého systému v „p – rovine“ – LT
- popis diskrétneho systému v „z – rovine“– Z
- prenosová funkcia
  - frekvenčné charakteristiky
  - vzťah medzi „p“ a „z“ rovinou

Lineárny **spojitý (analógový)** časovo-invariantný (LTI) systém

Systém spojitý v čase je ***LTI*** ,ak vzťah medzi jeho vstupom a výstupom môžeme popísať lineárnou diferenciálnou rovnicou s konštantnými koeficientami

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{\mathrm{d}^i y}{\mathrm{d}t^i} = \sum_{k=0}^{m} b_k \frac{\mathrm{d}^k x}{\mathrm{d}t^k} \qquad y(t) = y_0(t) + y_p(t)$$

kde a_i a b_k sú konštanty, ktoré charakterizujú lineárny systém

Riešenie rovnice: súčet všeobecného riešenia homogénnej rovnice (t.j. s nulovou pravou stranou) $y_0(t)$ *–charakteristická rovnica sústavy (určuje **vlastné kmity systému** – sú ohraničené, doznievajú v čase*)

a riešenia s pravou stranou $y_p(t)$ (***vynútené kmity***)

Podmienka: STABILNÝ SYSTÉM – schopný sledovať vynútené kmity

Odpoveď LTI systému

- ***vlastné kmity*** (***zero-input response***) je riešenie diferenciálnej rovnice s nulovou pravou stranou
- ***vynútené kmity*** (***zero-state response***) je riešenie v ustálenom stave sústavy
- ***Výsledná odozva*** je súčet obidvoch zložiek
- Výsledná odozva systému – súčet odozvy v ustálenom stave a prechodovej charakteristiky
- ***odpoveď v ustálenom stave*** je tá časť výslednej odozvy, ktorá sa neblíži k nule s časom t –>∞
- ***prechodová charakteristika*** je tá časť výslednej odozvy, ktorá sa blíži k nule s časom t –>∞

Impulzová charakteristika *h(t)*

odozva systému na jednotkový impulz

- spojitý LSI systém je úplne popísaný impulzovou charakteristikou *h(t)*
- ak poznáme odozvu systému na jednotkový impulz, vieme vypočítať výstupný signál *y(t)* pre ľubovoľné *x(t).*

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\cdot h(t-\tau)\,d\tau \qquad y(t)=x(t)*h(t)$$

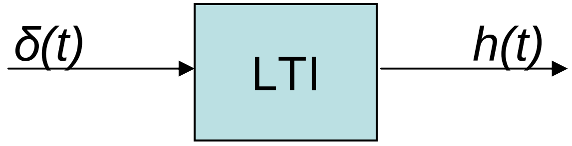
Odpoveď systému na vstupný signál – **konvolučný integrál**

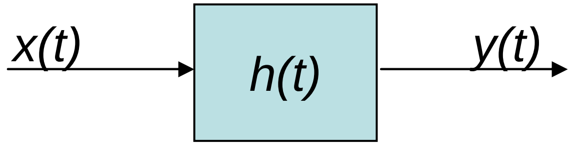
Pre **stabilný systém**:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)\cdot h(t-\tau)\,d\tau<\infty$$

Pre **kauzálny systém**:

$$h(t)=0 \quad \text{pre} \quad t<0$$





$$y(t)=\int_{0}^{\infty} x(\tau)\cdot h(t-\tau)\,d\tau$$

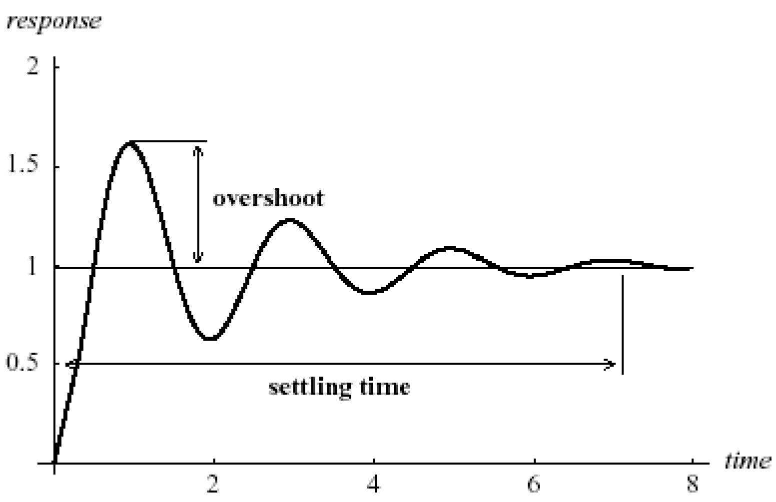
Konvolučný integrál

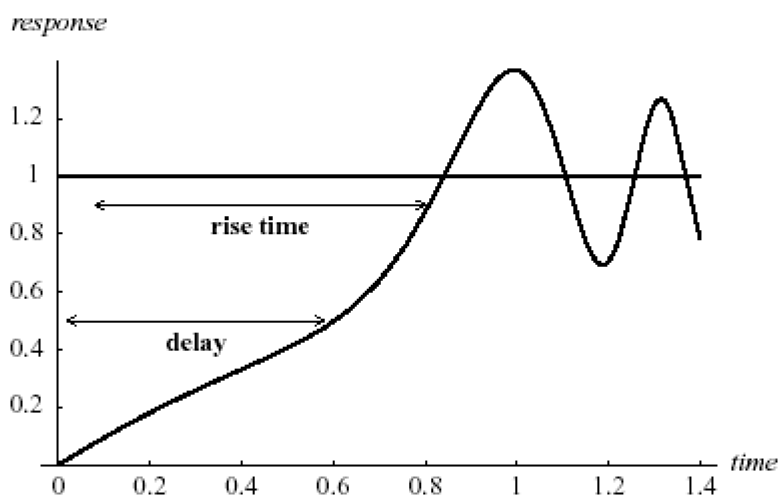
- Odozva na ***jednotkový (Dirackov) impulz*** je výstup spojitého LTI systému pri nulových počiatočných podmienkach
- Ak poznáme vstupný signál a impulzovú chrakteristiku kauzálneho LTI systému, vynútenú odozvu systému určíme ***konvolúciou***

$$y_x(t) = \int_{-\infty}^{t} h_\delta(t-\tau)x(\tau)\,\mathrm{d}\tau$$

Prechodová charakteristika
– odozva na jednotkový skok –

- Odozva na ***jednotkový skok*** je výstup LTI systému pri nulových počiatočných podmienkach
- ***Prekmit*** *(Overshoot)*, **oneskorenie** (*Delay time)*, **Doba nábehu** (*Rise time)*, **doba ustálenia** (*Settling time)*





Lineárny **diskrétny** časovo-invariantný (LTI) systém

Systém diskrétny v čase je ***LTI***, ak vzťah medzi jeho vstupom a výstupom môžeme popísať jednoduchou lineárnou ***diferenčnou* rovnicou s konštantnými koeficientami**

$$y(n)+\sum_{k=1}^{N} b_k \cdot y(n-k)=\sum_{k=0}^{M} a_k \cdot x(n-k), \quad n=0,1,2,.....$$

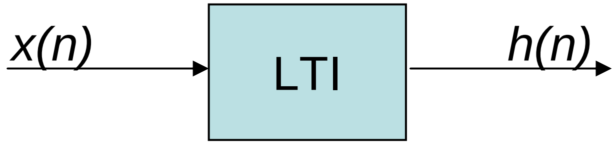
$$y(n)=\sum_{k=0}^{M} a_k \cdot x(n-k)-\sum_{k=1}^{N} b_k \cdot y(n-k), \quad n=0,1,2,.....$$

- ***z diferenčnej rovnice vieme ľahko nájsť opis systému, číslicového filtra vo frekvenčnej oblasti***
- ***diferenčná rovnica poskytuje informáciu o možnej realizačnej štruktúre číslicového filtra***

Impulzová charakteristika diskrétneho systému

- vstupný signál diskrétneho LTI systému je jednotkový (Kroneckerov) impulz:

$$x(n) = \begin{matrix} 1 & \text{pre } n = 0 \\ 0 & \text{pre } n \neq 0 \end{matrix}$$



- Odozva takto vybudeného diskrétneho systému je ***impulzová charakteristika h(n)***

Podľa dĺžky impulzovej charakteristiky delíme diskrétne systémy, resp. číslicové filtre na:

- ***Systémy s konečnou impulzovou odpoveďou*** *– FIR (Finite Impulse Response)*
- ***Systémy s nekonečnou impulzovou odpoveďou*** *– IIR (Infinite Impulse Response)*

Konvolučný súčet

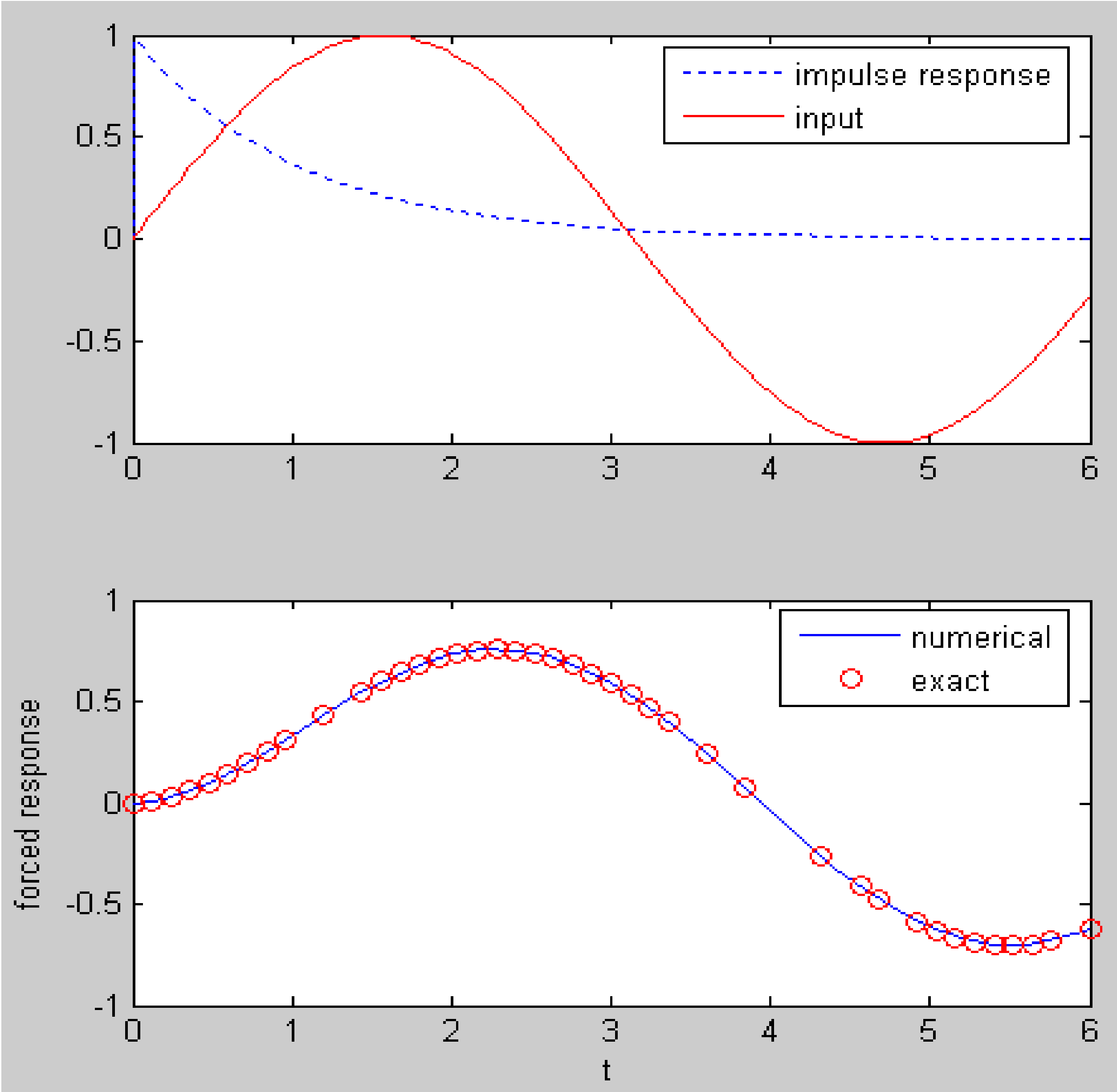
- ***Impulzová chrakteristika*** je odozva diskrétneho LTI systému na jednotkový impulz
- Ak poznáme vstupný signál a impulzovú charakteristiku diskrétneho kauzálneho LTI systému, vynútenú odozvu systému určíme ***diskrétnou konvolúciou***

$$h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(k) \cdot h(n-k)$$

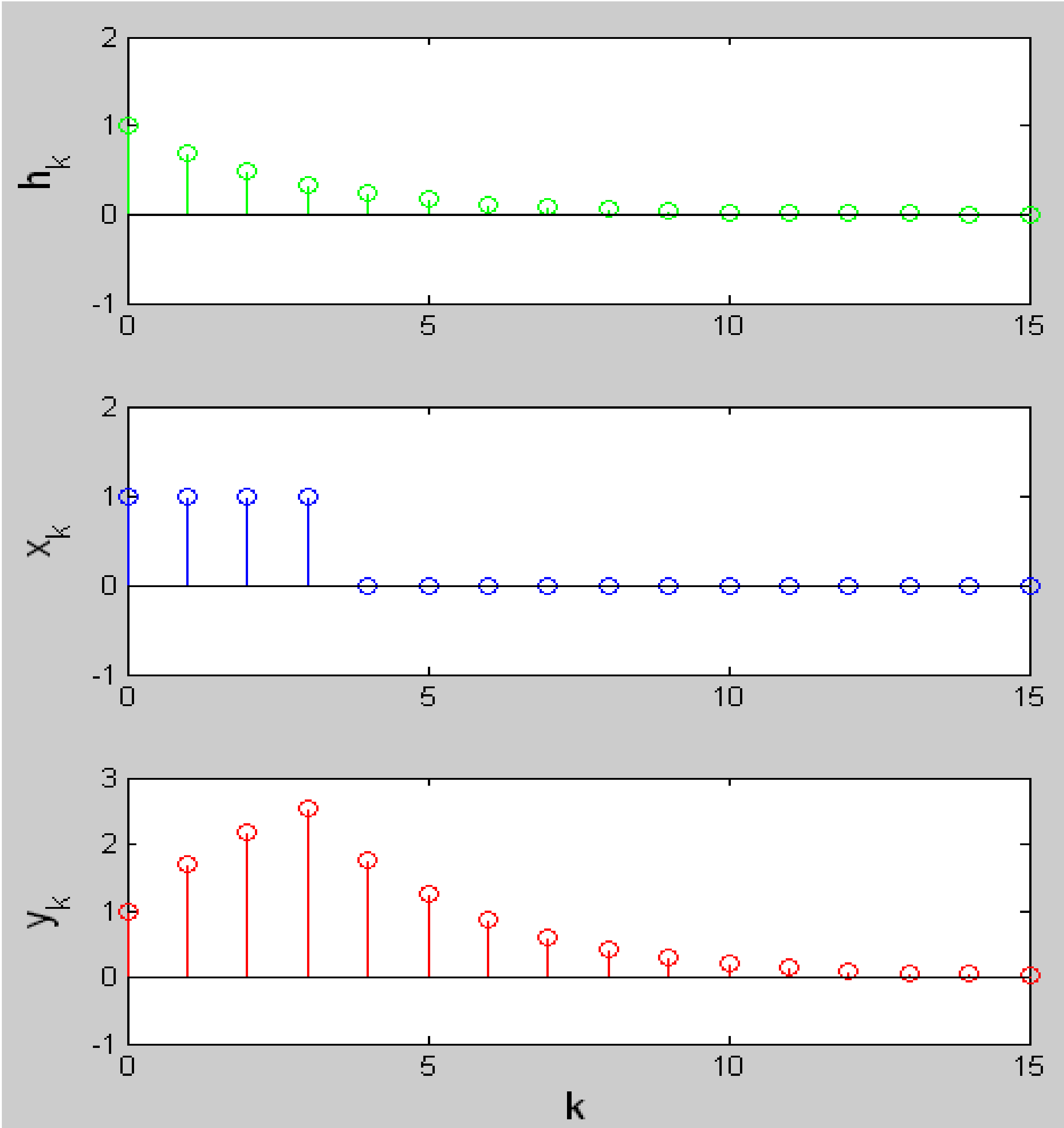
$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$y_x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_\delta(k)\, x(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \cdot h_\delta(n-k)$$

Konvolučný súčet



Konvolučný súčet



konvolucia interaktivne:

http://www.jhu.edu/~signals/lecture1/frames.html