

# Analógové a digitálne spracovanie signálov 2

## **Kľúčové slová:**

LAKI sústavy, komplexná  $p$ -rovina, dvojbrány, analógové filtre

LDKI sústavy, komplexná  $z$ -rovina, modely sústav, digitálne filtre

doc. Ing. Jarmila Pavlovičová, PhD.

február 2009

## ADSS2:

1. Vlastnosti lineárnych **analógových** konečných časovo invariantných (LAKI) sústav, opis činnosti týchto sústav, systémové funkcie v časovej oblasti, v transformovanej oblasti.
2. Prenosová funkcia LAKI systému, vplyv koreňov na frekvenčné charakteristiky.
3. Aproximácia frekvenčných charakteristík, Bodeho aproximačná metóda.
4. Vlastnosti lineárnych **diskrétnych** konečných časovo invariantných sústav (LDKI), opis činnosti týchto sústav v časovej oblasti, impulzová charakteristika.
5. Prenosová funkcia LDKI systému, vplyv koreňov na frekvenčné charakteristiky, konvolúcia.
6. Analýza dvojbrán, maticové charakteristiky.
7. Prenosové charakteristiky dvojbrán.
8. Filtre.
9. Návrh DP filtra.
10. Prenosová funkcia IIR systémov.
11. Modelovanie systémov.
12. Prenosová funkcia FIR systémov, linearita fázovej charakteristiky.

## Literatúra

- *Davídek, V., Laipert, M., Vlček, M.:* Analogové a číslicové filtry, Fakulta elektrotechnická, Praha, 2. vydání, srpen 2004
- *Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., Young, I., T.:* Signals and Systems, Prentice Hall, USA 1983
- *Kotuliaková, J., Židek, F., Pavlovičová, J.:* Teória obvodov, Vyd. STU, Bratislava 2003
- *Kotuliaková, J., Rozinaj, G.:* Číslicové spracovanie signálov I, Bratislava, Vyd. FABER, 1996

## Podmienky absolvovania

- Získanie zápočtu aktívnou účasťou na cvičeniach a úspešným zvládnutím úloh. Úspešné absolvovanie písomnej časti skúšky.
- *práca na cvičeniach 40% – min 20%*
- *písomná časť skúšky 50% – min 25%*  
*ústna časť skúšky 10%*

# Frekvenčné filtre

## – základné stavebné bloky v spracovaní signálov

v telekomunikáciách, pri prenose dát, v rádioelektronike a pod.

- výber prijímaných signálov (PP) – napr. vstupné obvody prijímačov
- DP a HP filtre ako výhybky pre rozdelenie frekvenčných pásiem v anténnych obvodoch a predzosilňovačoch, DP pre rôzne typy demodulátorov
- PZ na potlačenie rušivých signálov

v elektroakustike

- korekčné filtre
- rôzne typy filtrov v systémoch na obmedzenie šumu (Dolby), ako frekvenčné výhybky pre reproduktorové sústavy, v oblasti elektronickej hudby aj rôzne filtre pre „zafarbenie“ zvuku a realizáciu zvláštnych zvukových efektov

v meracej technike

- výber meraného frekvenčného pásma, zvlášť pri selektívnych meraniach (napr. merače harmonického skreslenia, príp. vysokofrekvenčné merania)

„antialiasingový“ filter

- DP filter v systémoch na prevod A/D

a mnohé iné.....

# Spôsob realizácie frekvenčných filtrov

Spôsob realizácie do určitej miery určuje prevádzkové vlastnosti filtra.

Orientačné rozdelenie do 3 hlavných skupín:

- realizácia z diskretných prvkov (odpory, kondenzátory, cievky, OZ a pod.) – môžeme navrhnúť filter podľa svojich požiadaviek
- realizácia v podobe integrovaného obvodu – zvyčajne menší, lacnejší, lepšie prepracovaný (sériová výroba vhodnou technológiou); neumožňuje modifikácie
- realizácia číslicových filtrov – upravujeme číslicovú interpretáciu signálu tak, aby výsledný signál po spätnom prevode mal rovnaké (či dokonca lepšie) vlastnosti než v prípade použitia analógového filtra – pri realizácii nás obmedzuje prostredie číslicového spracovania signálov (prevodníky, počítač, príp. signálový procesor, vhodný program) obmedzením môže byť aj max. rýchlosť výpočtov a vzorkovania a tým aj použiteľné frekvenčné pásmo

Nemáme univerzálny návod na optimálny výber realizácie filtra.

# Prehľad signálov

- Spojité – analógové signály
- Základné analógové signály
- Diskrétne signály v čase
- Základné diskrétne signály
- Kvantované signály
- Digitálne signály
- Kauzálne signály
- Náhodné signály

# Čo je signál?

- **Signál** je fyzikálna kvantita alebo kvalita, ktorá nesie informáciu
- Príklad: hlas známeho človeka je signál, ktorý u mňa vyvolá určitú konkrétnu akciu, resp. reakciu
- Hlas známeho človeka nazveme **excitácia, budenie**
- Moju akciu, resp. reakciu nazveme **odpoveď, odozva – response**

# Čo je spracovanie signálov?

- Prechod od excitácie (budenia) k odozve (response) sa nazýva ***spracovanie signálov***
- Typický príklad spracovania signálov je **odstránenie alebo potlačenie neželaného signálu**
- My **konvertujeme** originálny signál do formy, ktorá je vhodná pre ďalšie spracovanie
- Jedna zo základných reprezentácií signálu je **funkcia**, ktorá má aspoň jednu nezávislú premennú



# ***Funkcia v čase***

- Nezávislá premenná často reprezentuje **čas**
- Zmeny hodnoty signálu ako funkcie nezávislej premennej nazveme ***funkcia v čase (waveform)***
- ***Signál*** definujeme ako funkciu jednej nezávislej premennej, ktorá nesie informáciu o správaní alebo charaktere určitého fenoménu
- Predpokladáme, že nezávislá premenná je **čas**

# Spojité – analógové signály

- ***Spojité signál*** je signál, ktorý existuje pre každú hodnotu času ***t***
- hovoríme, že je ***spojitý*** alebo ***analógový***
- Nezávislá premenná je **spojitá** premenná
- Spojitý signál môže nadobudnúť ľubovoľnú hodnotu

Sínusový signál  
je periodický s periodou  $T_P$ , ak

$$x(t + T_P) = x(t)$$

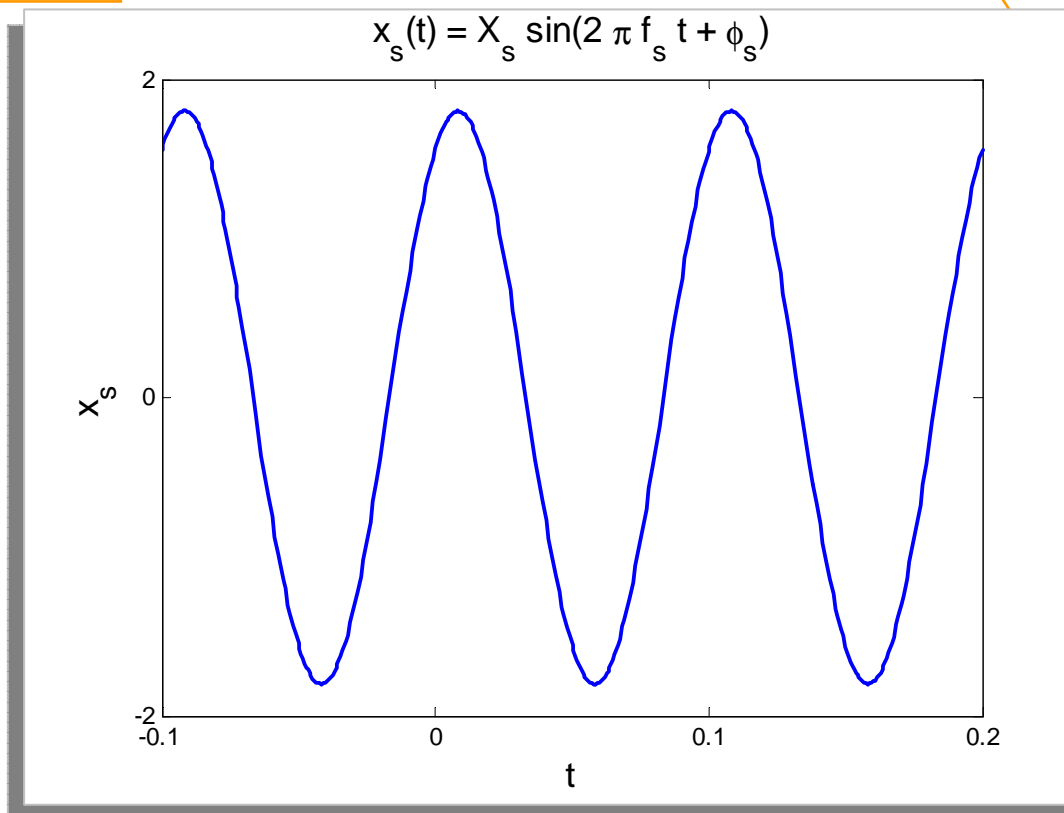
$$x_s(t) = X_s \sin(2\pi f_s t + \phi_s)$$

Amplitúda

Fáza v  
radianoch  
(rad)

čas v  
sekundách (s)

Frekvencia v  
Hertzoch (Hz)



# Sínusový signál

$$x_s(t) = X_s \sin(2 \pi f_s t + \phi_s)$$

`Xs = 1.8;`

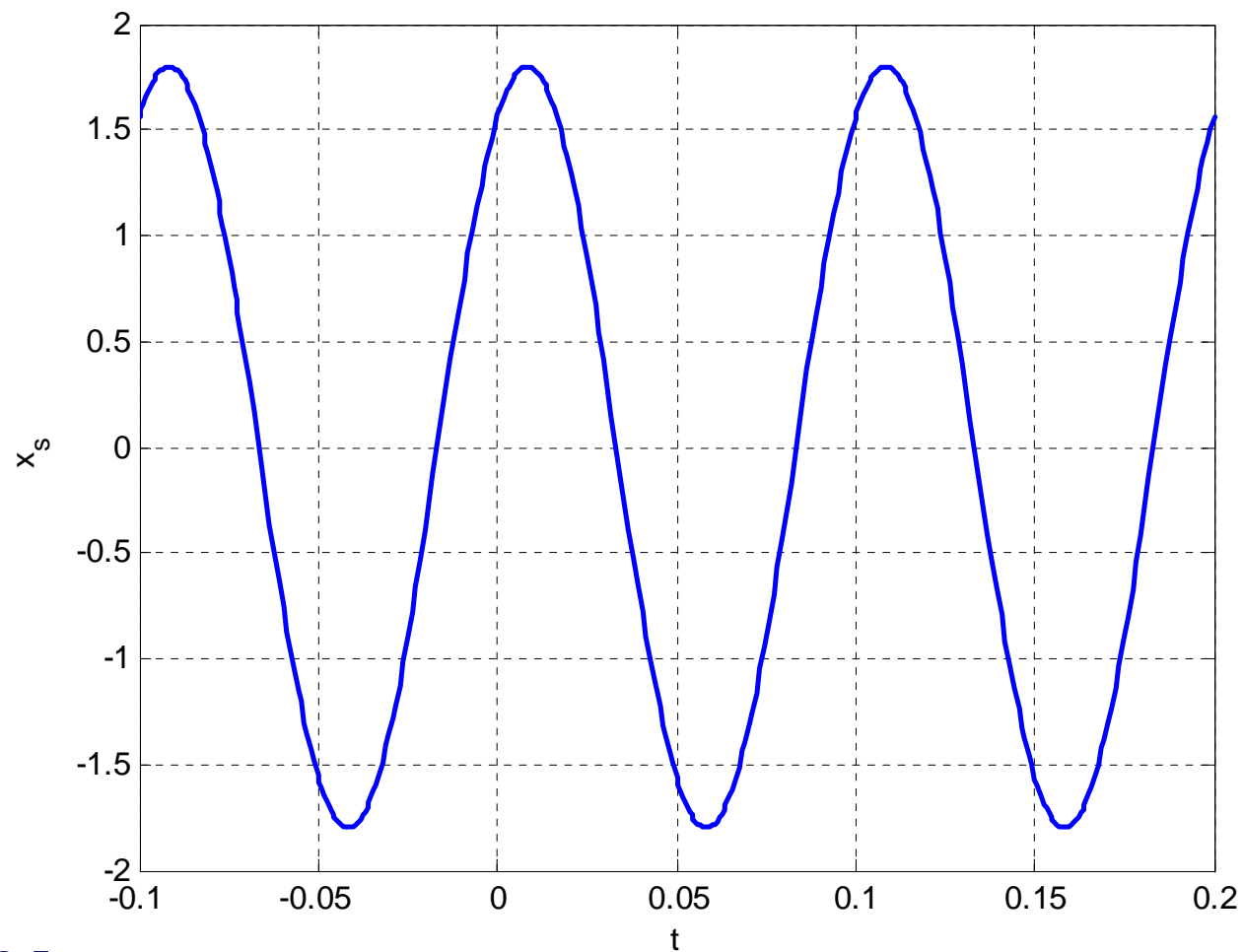
`fs = 10;`

`fi = pi/3;`

`t1 = -0.1;`

`t2 = 0.2;`

`t = [t1, t2];`



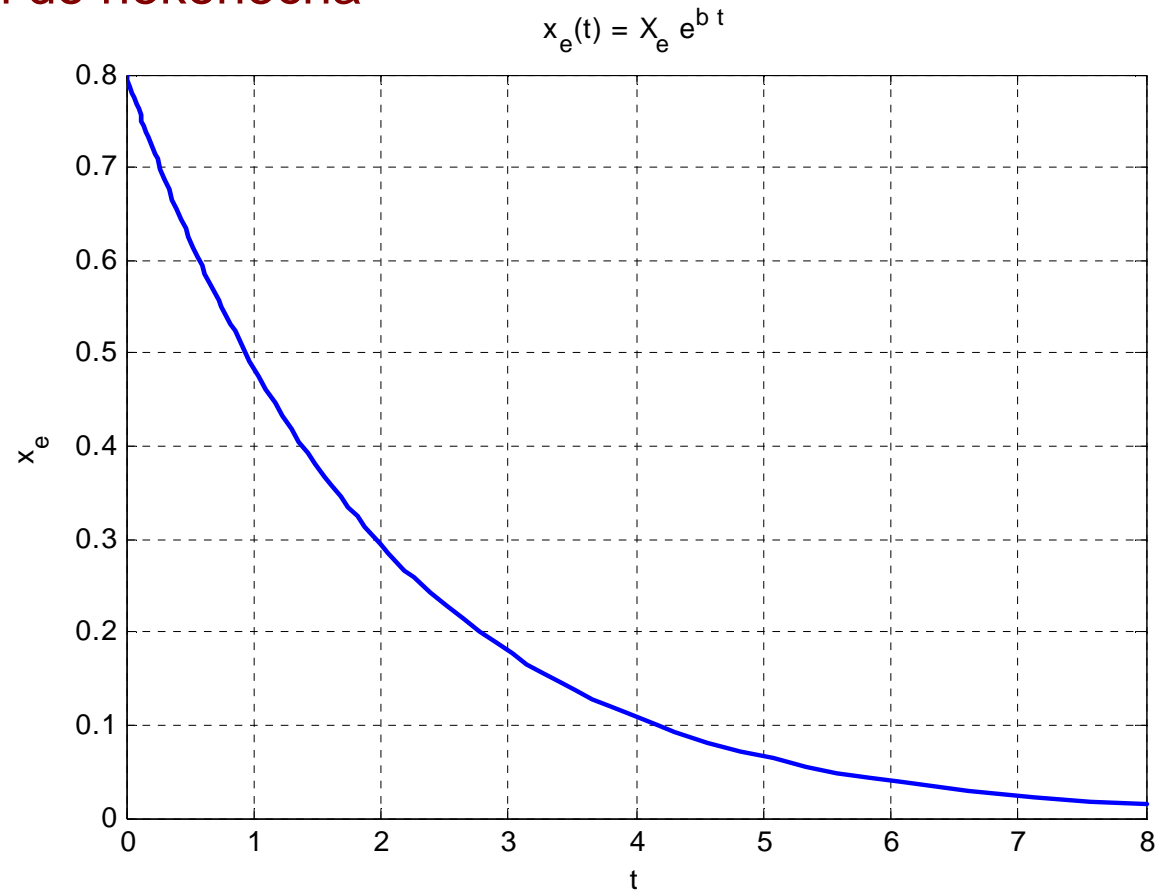
# Exponenciálna funkcia

$$x_e(t) = X_e e^{at}$$

ak  $a$  je reálna konštanta

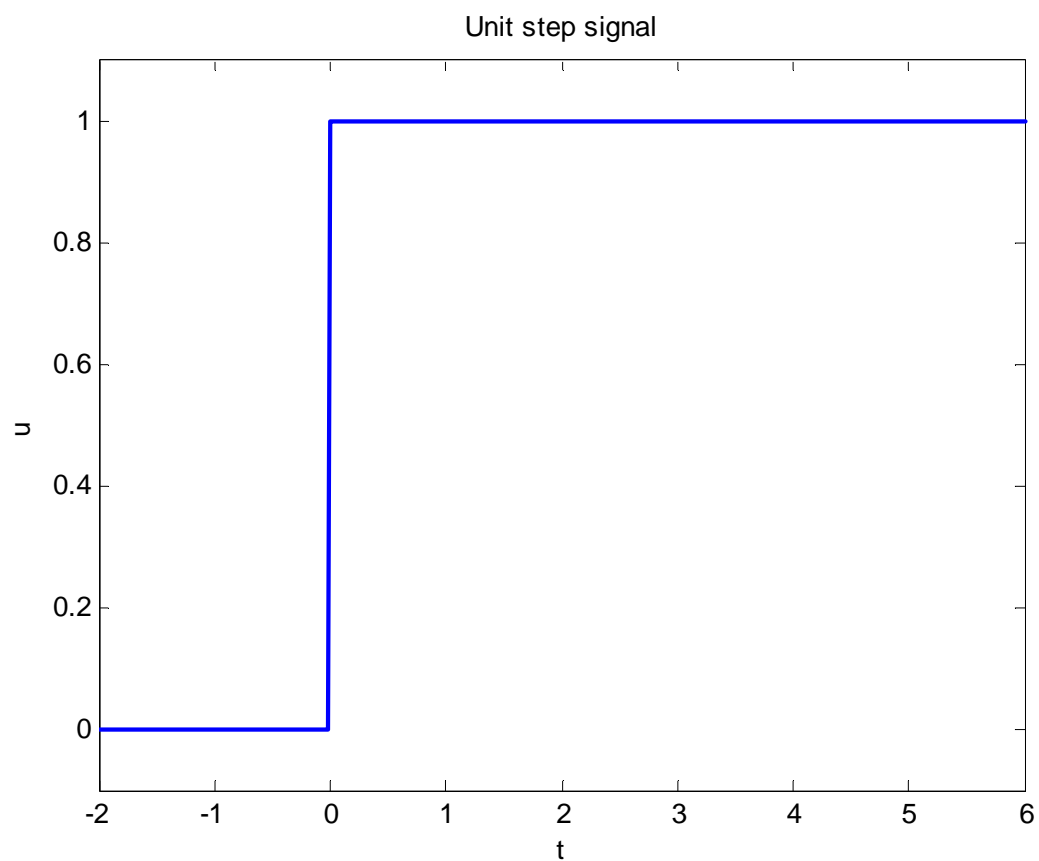
a  $a > 0$ , potom je exponenciála rastúca, ak  $a < 0$ , klesá exponenciála k nule s časom rastúcim do nekonečna

$$\begin{aligned} X_e &= 0.8; \\ b &= -0.5; \end{aligned}$$



Jednotkový skok – používa sa ako vstupný signál na zistenie prechodovej charakteristiky sústavy

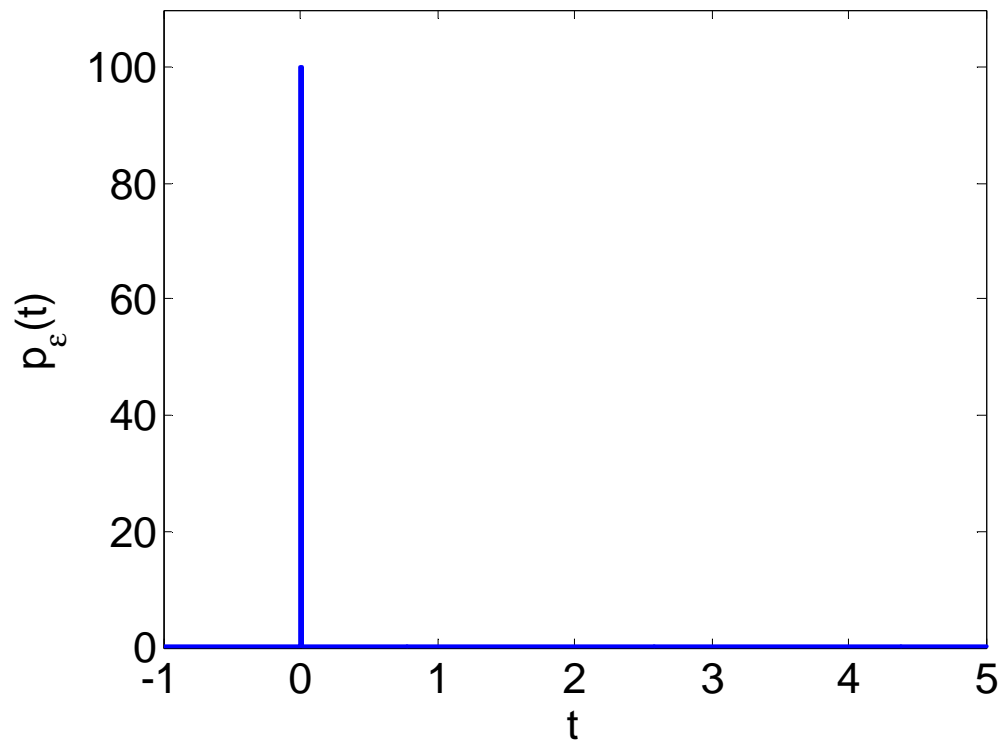
$$u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases}$$



# Impulz

$$\delta_{\varepsilon}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon}, & 0 < t \leq \varepsilon \\ 0, & \text{inak} \end{cases}$$

Pulse function,  $\varepsilon = 1/100$



# Jednotkový impulz (Dirac delta)- dôležitý signál pre popis lineárnych systémov v časovej oblasti

$$\delta(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \delta_{\varepsilon}(t)$$

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0$$

Hodnota funkcie pre  $t=0$  nie je definovaná, preto sa používa vyjadrenie pomocou plochy

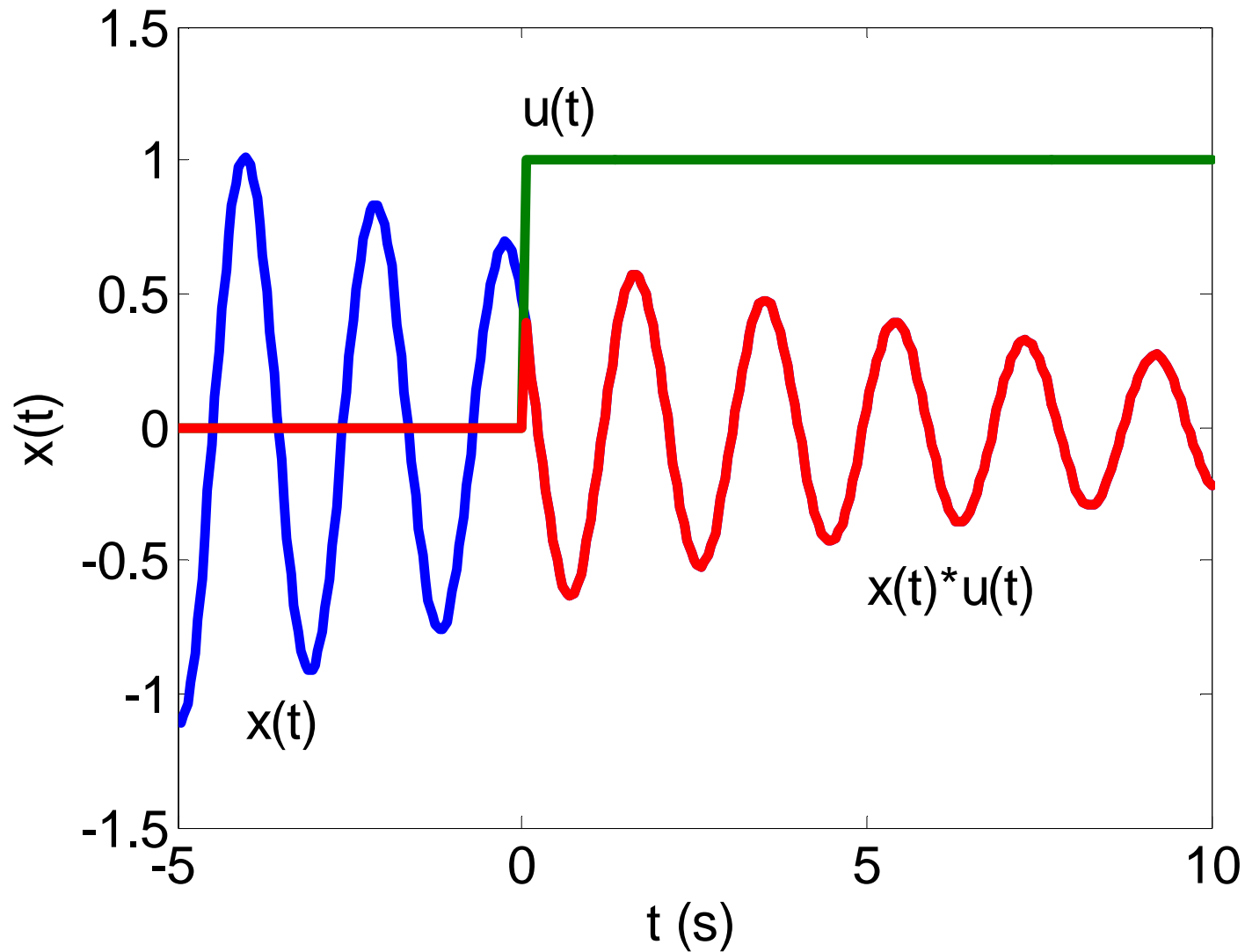
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = \int_{0-}^{0+} \delta(t) dt = 1$$



# Kauzálne (príčinné) signály

- Signál je **kauzálny**, ak je nulový pre  $t < 0$
- Kauzálne signály ľahko vytvoríme tak, že vynásobíme ľubovoľný spojitý signál signálom „jednotkový skok“
- Za počiatočný čas budeme zvyčajne považovať  $t = 0$

# Kauzálny (príčinný) signál



# Signál diskretný v čase – Sekvencia

- **Sekvencia** (signál diskretný v čase, diskretný signál, sekvencia dát alebo množina vzoriek) je množina usporiadaných vzoriek
- V praktických aplikáciách pracujeme so sekvenciami **konečnej dĺžky**
- reálna sekvencia je
  - prirodzene diskretna
  - vytvorená vzorkovaním spojitého signálu

# Diskrétne (digitálne) signály

- Signál definovaný len pre diskkrétne hodnoty času nazveme **signál diskrétny v čase** alebo jednoducho **diskrétny (resp. digitálny) signál**
- Diskrétny signál môžeme získať **vzorkovaním** analógového signálu v diskrétnych časových intervaloch
- **Digitálny signál** je signál diskrétny v čase, pričom jeho hodnoty sú reprezentované číslami (digits)

# Čo je vzorkovanie?

- **Vzorkovanie** – snímanie a zaznamenávanie hodnôt amplitúdy signálu v konkrétnych časových okamihoch
- **Rovnomerné vzorkovanie** – vzorkovanie s konštantným časovým intervalom  $T$

$$x_k = x(kT) = x(t) \Big|_{t=0, \pm T, \pm 2T, \pm 3T, \dots}$$

**vzorkovacia  
frekvencia**

$$f_{vz} = \frac{1}{T}$$

**perióda  
vzorkovania**

# Významné diskrétne signály

- ide o diskrétne signály, ktoré sú obdovou spomenutých spojitých signálov
- z analógového signálu  $f(n)$  získame diskrétny signál  $f(nT)$  výberom vzoriek signálu v celočíselných násobkoch vzorkovacej periódy  $T > 0$

$$f(n) = f(nT), \quad n \in (-\infty, \infty) \text{ je celé číslo}$$

# Sínusová postupnosť

$$x_s(n) = x_s(nT_P) = \sin(\omega_0 nT_P + \phi_s) = X_s \sin\left(2\pi \frac{1}{N_s} n + \phi_s\right),$$

$$x_{s,n} = X_s \sin\left(2\pi \frac{1}{N_s} n + \phi_s\right)$$

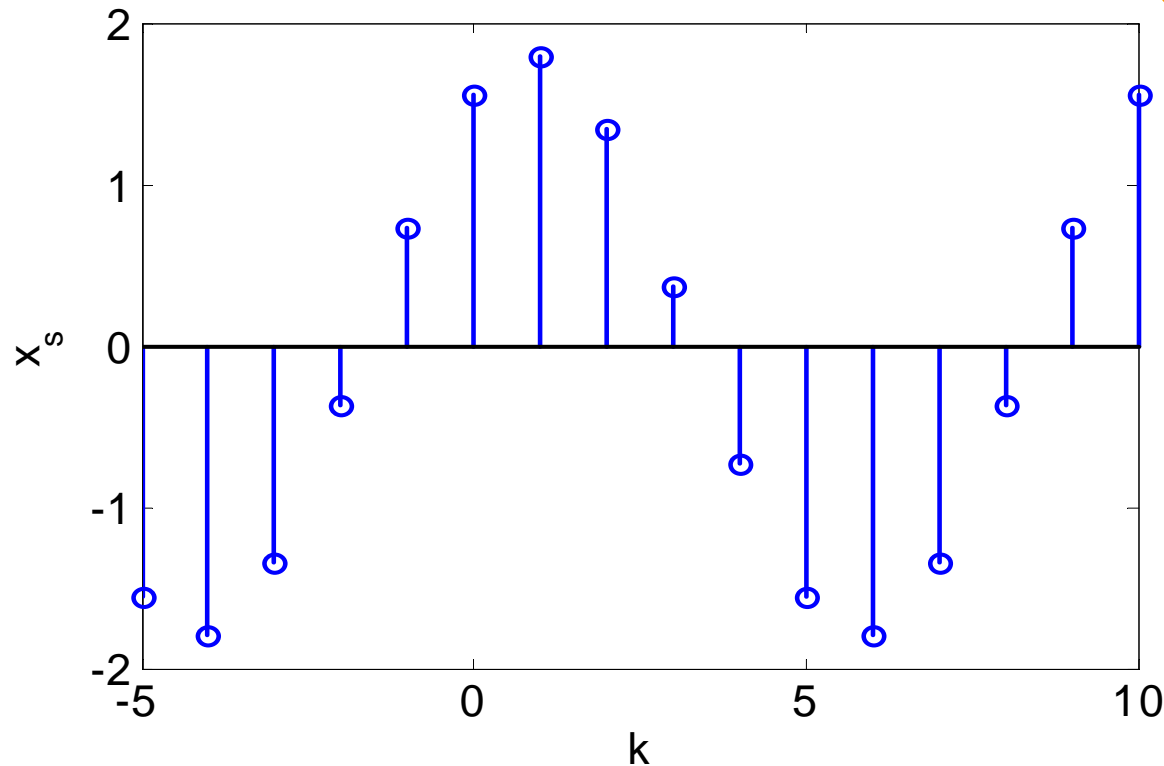
Amplitúda

$$x_{s,k} = X_s \sin(2\pi (1/N_s) k + \phi_s)$$

Fáza v  
radianoch (rad)

Index vzorky

Periód  
diskrétneho  
signálu



## Sínusová postupnosť

- kým spojitá sínusová funkcia s periódou  $\omega_0 n$  je periodická pre ľubovoľné  $\omega_0$ , vzorkovaná postupnosť nemusí byť periodická pre každé  $\omega_0$  a každú periódu vzorkovania  $T_P$

*Ak je  $\sin(\omega_0 n T_P)$  periodický, existuje také kladné celé číslo  $N$ , že platí:*

$$x_s(n) = x_s(n T_P) = \sin(\omega_0 n T_P) = \sin \omega_0 (n + N) T_P = \sin(\omega_0 n T_P + \omega_0 N T_P)$$

*Tento vzťah platí, ak:*

$$\omega_0 n T_P = 2\pi n, \text{ alebo } \frac{\omega_0 T_P}{\pi} = \frac{2n}{N}$$

*pre akékoľvek  $n$ . Funkcia je periodická len vtedy, ak  $\frac{\omega_0 T_P}{\pi}$  je racionálne číslo*



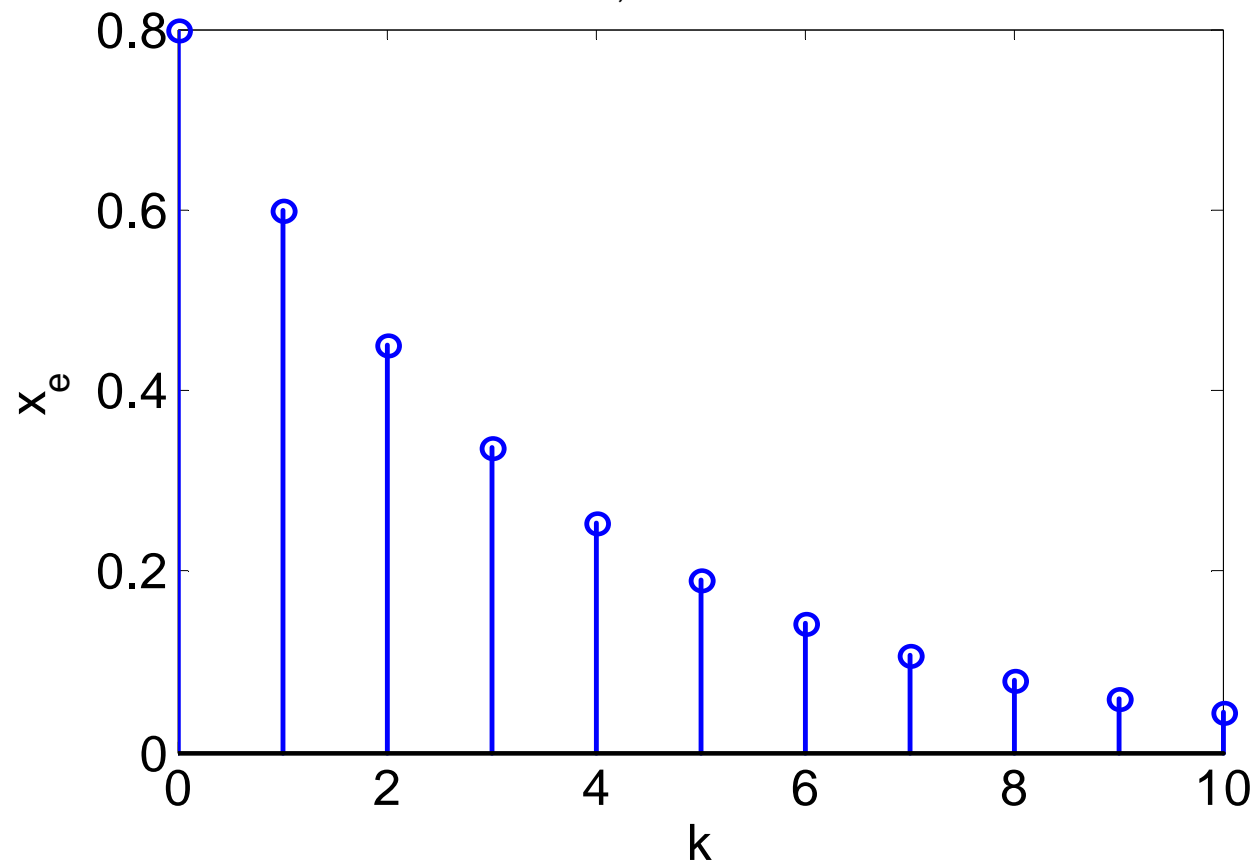
# Exponenciálna postupnosť

$$x_e(n) = X_e a^n$$

$$0 < a < 1$$

$$x_{e,k} = X_e a^k$$

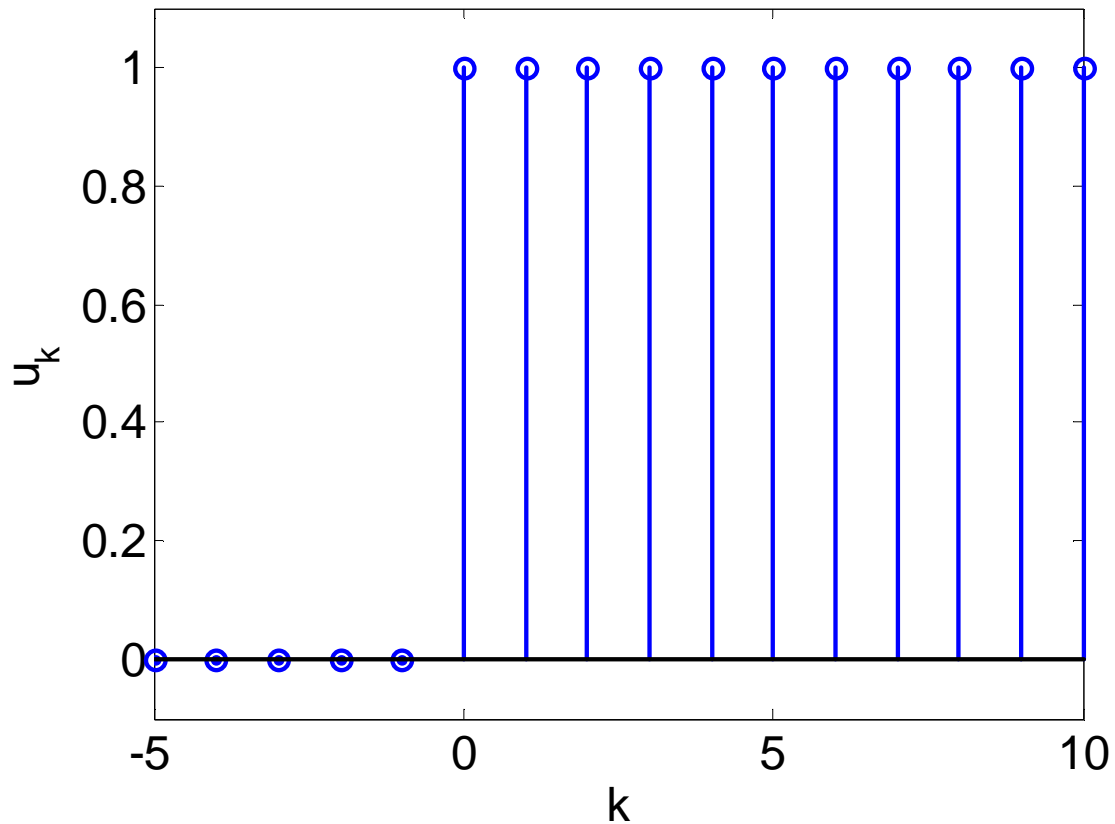
$X_e = 0.8;$   
 $a = 0.75;$



# Jednotkový skok

$$u(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$

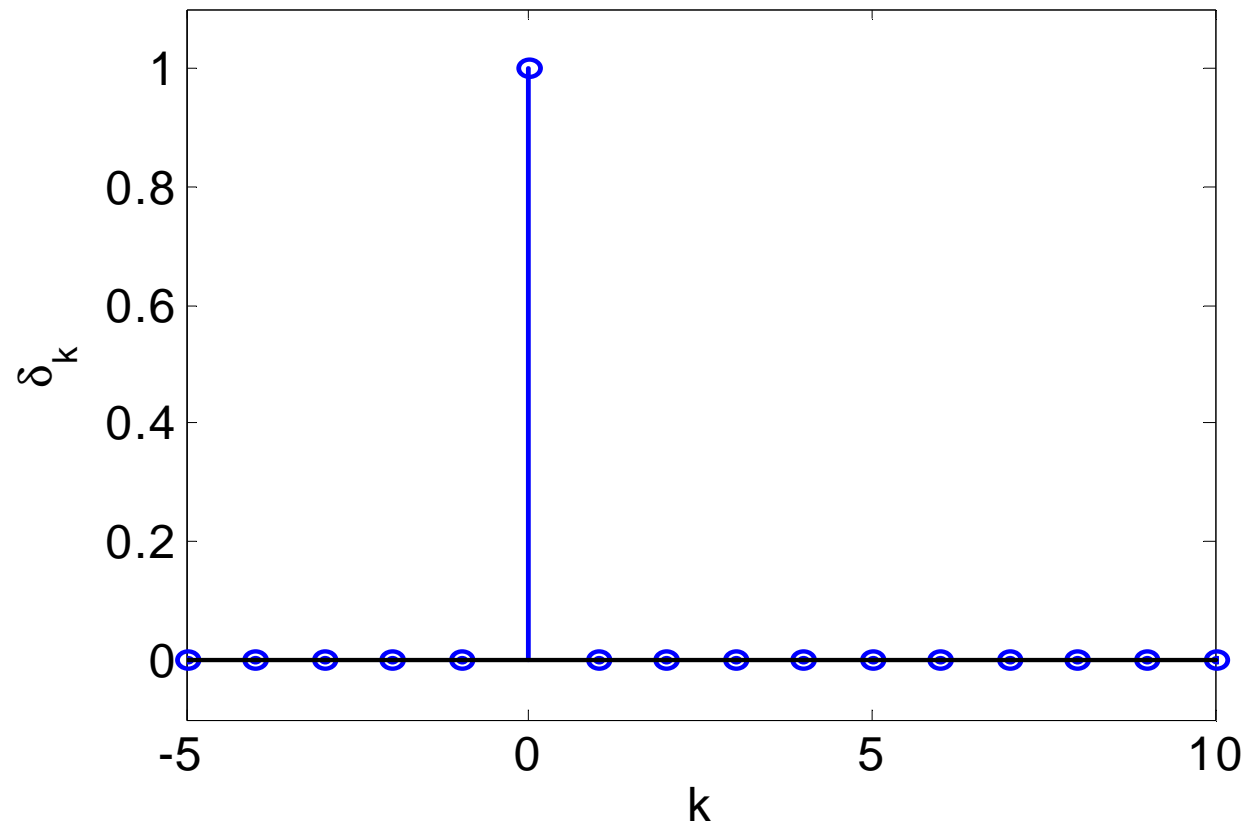
Unit step sequence



# Jednotkový impulz, Kroneckerov impulz

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

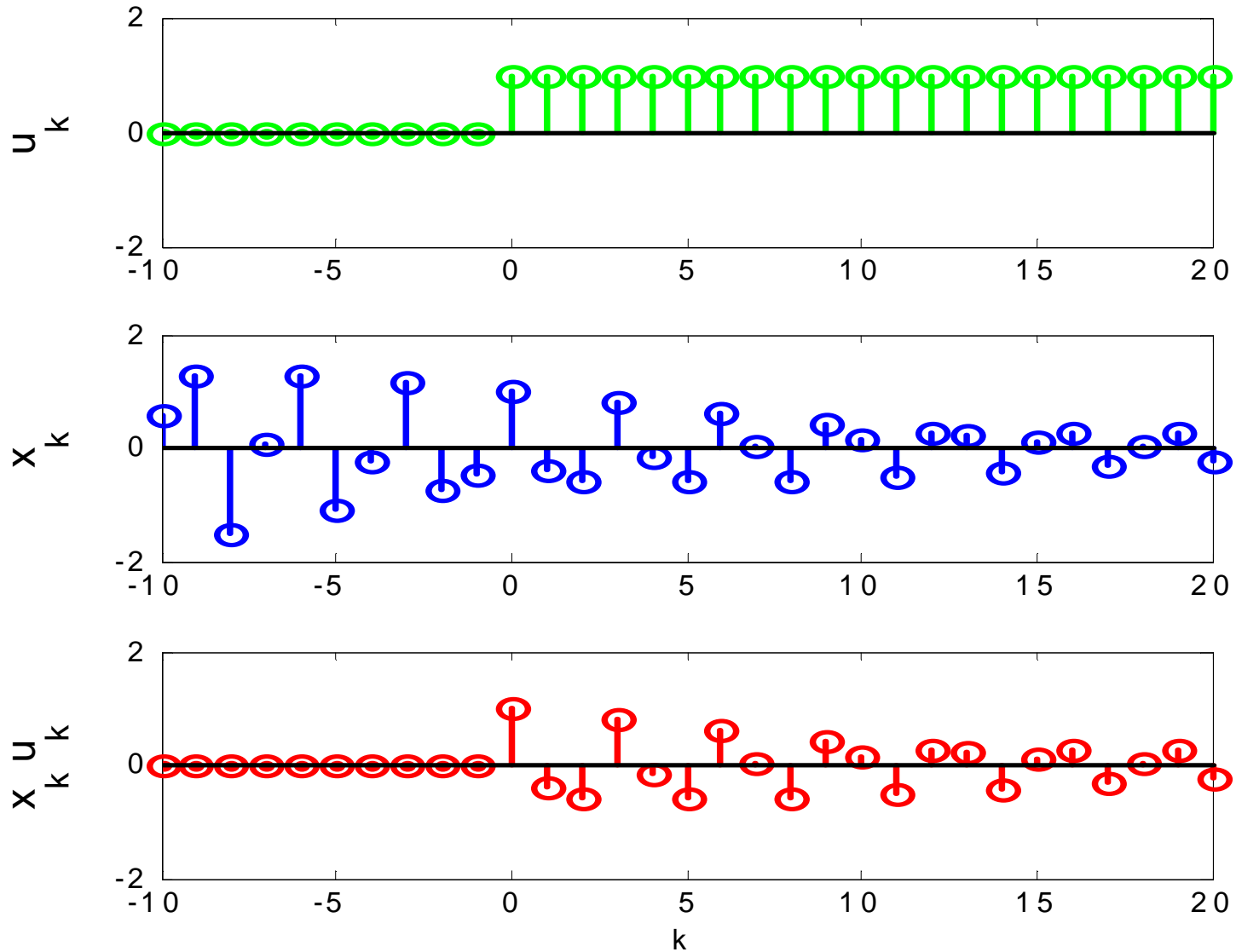
Unit impulse sequence



# Kauzálna postupnosť

- Postupnosť, ktorá je nenulová len na konečnom intervale sa nazýva **konečná postupnosť**, príp. **postupnosť konečnej dĺžky**
- Postupnosť, ktorá má nulové vzorky pre záporné indexy je **kauzálna**
- **Anti-kauzálna postupnosť** – môže mať nenulové vzorky len pre záporné indexy

# Kauzálna postupnosť



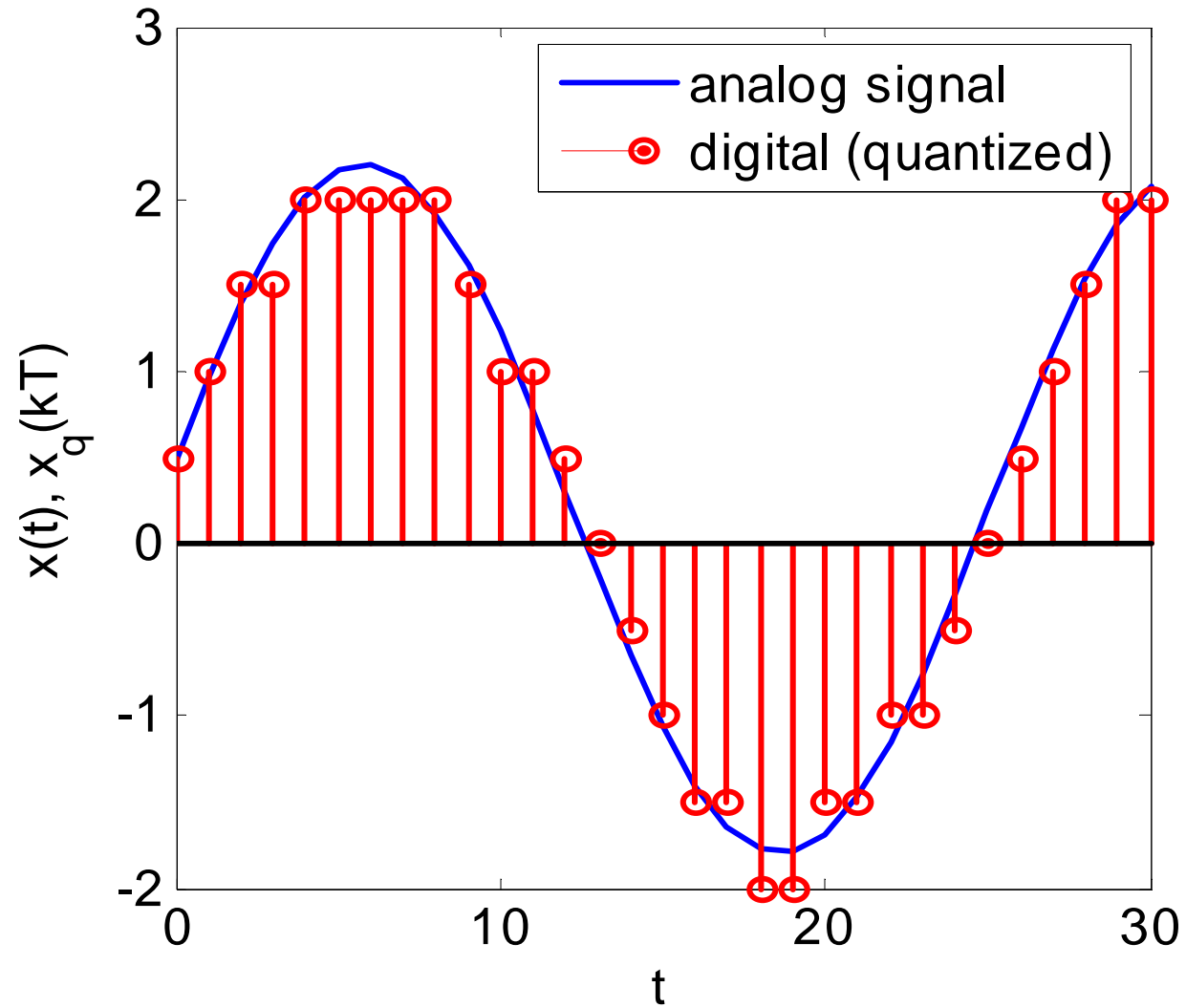
# Kvantovaný signál

- Spojitý signál vzorkujeme z dôvodu prenosu, uloženia alebo spracovania konečného počtu vzoriek, ktoré sú reprezentované konečným počtom čísel (kvantovacích úrovní)
- Ak použijeme menej kvantovacích úrovní, prenos signálu bude rýchlejší, objem dát bude menší
- uprednostňujeme **kvantované** vzorky pred vzorkami s nekonečnou presnosťou!

# Voľba kvantizačných hodnôt

- Voľba kvantizačných hodnôt je veľmi dôležitá a má byť presná: pri prenose, ukladaní a spracovaní uprednostňujeme **menej hodnôt**
- Ak použijeme príliš málo hodnôt, **stratíme časť** informácie originálneho signálu
- Máme 2 protichodné požiadavky:
  - 1) Minimalizácia počtu číslic (určujú počet kvantizačných úrovní) **uľahčuje** prenos a uloženie signálu
  - 2) Zvyšovanie počtu číslic umožňuje **presnejšie** zachovanie informácie, t.j. menšiu chybu kvantizácie

# Digitálny signál



```
t = 0:30;  
x = 0.2+2*sin(0.245*t+0.15);  
d = 0.5;
```



256



16



2úrovne

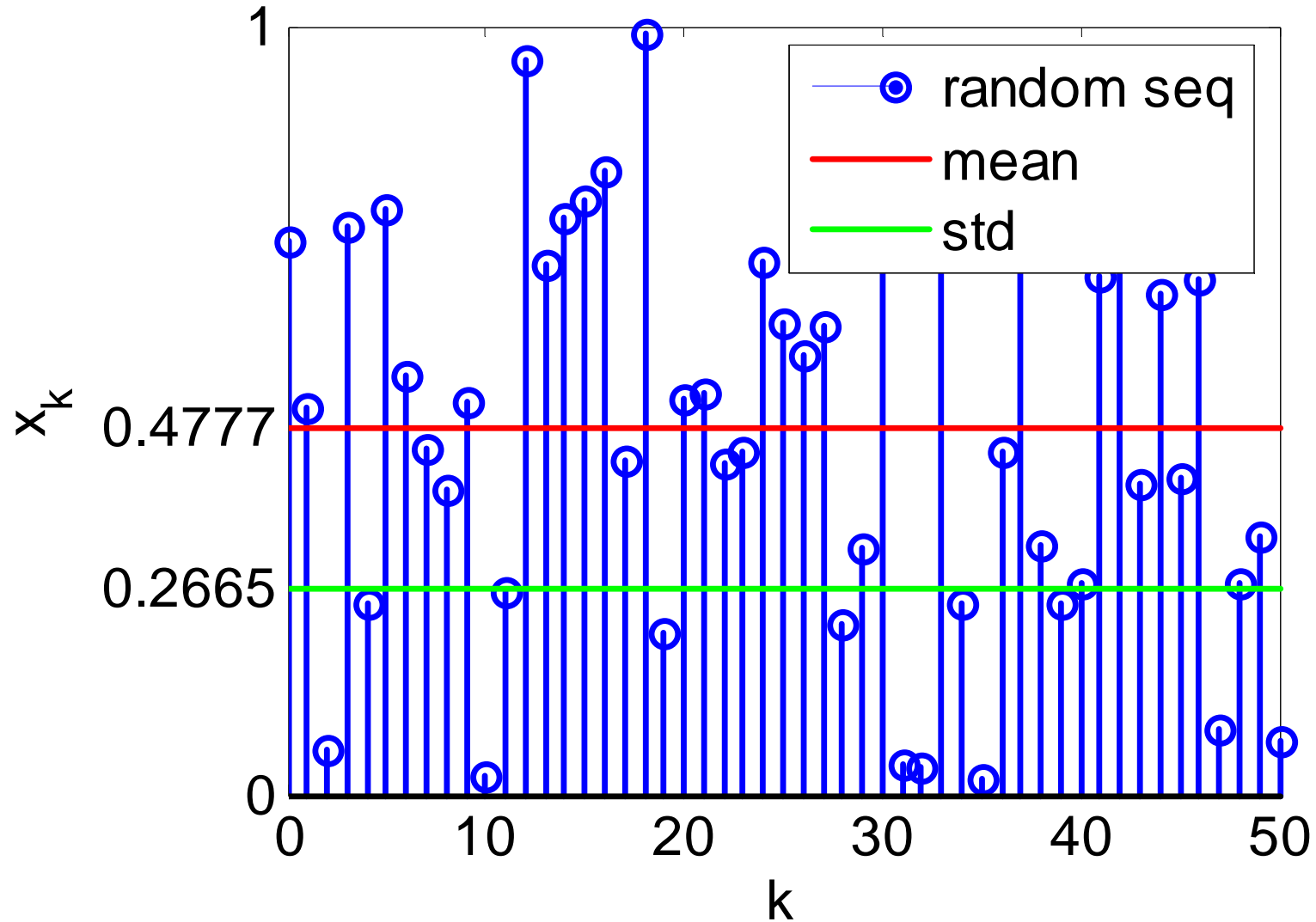


# Deterministický a náhodný signál

- Signál, ktorý môžeme opísať explicitnou matematickou formou je **deterministický**
- Deterministický signál môže byť **periodický** alebo **neperiodický**
- Periodický signál môžeme charakterizovať ako základný signál konečnej dĺžky, s nekonečným opakovaním
- Signál, ktorý nie je možné opísať explicitne matematickou funkciou nazývame **náhodný signál**, tiež známy ako **nedeterministický** alebo **stochastický**

# Náhodný signál

Uniformly distributed samples



# Náhodný signál

Normally distributed samples

