

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

KATEDRA TELEKOMUNIKÁCIÍ

Ing. Tomáš Páleník

Návrh komunikačného systému na platforme typu SDR

Využitie redundancie OFDM systému

Dizertačná práca

**Evidenčné číslo:** TODO

**Študijný odbor:** 26-27-9 Telekomunikácie

**Doktorandský študijný program:** 5.2.15 Telekomunikácie

**Vedúci dizertačnej práce (školiťel):** Prof. Ing. Peter Farkaš, DrSc.

Bratislava 2010

## Anotácia

Slovenská technická univerzita v Bratislave

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Katedra telekomunikácií

Autor: Ing. Tomáš Páleník

Názov práce: Návrh komunikačného systému na platforme typu SDR:

Využitie redundancie OFDM systému

Školiteľ: prof. Ing. Peter Farkaš, DrSc.

Práca sa zaoberá možnosťou využitia nadbytočnosti prítomnej v moderných OFDM systémoch vo forme cyklického prefixu pre zníženie chybovosti prenosu dát. Práca identifikuje vkladanie takéhoto prefixu ako aplikáciu čiastočného kódu s opakovaním a COFDM vysielateľ ako systém so sériovým radením kódov. Na základe tohto pozorovania je potom pomocou maticového popisu systému navrhnutá nová metóda extrakcie redundantnej informácie v COFDM prijímači ako aj praktická modifikácia prijímača, kompatibilná s existujúcimi komunikačnými štandardmi. Teoretický návrh je verifikovaný pomocou simulácií implementovaných v prostredí Matlab. Vybrané optimalizované algoritmy dekódovania LDPC kódov boli implementované v jazyku C.

Kľúčové slová: OFDM, cyklický prefix, turbo-dekódovanie, maticový model, konvolučná matica

## Annotation

Slovak University of Technology in Bratislava  
Faculty of Electrical Engineering and Information Technology  
Department of Telecommunications

Author: Ing. Tomáš Páleník  
Title: Communication system design based on SDR platform:  
Exploiting the redundancy of an OFDM system  
Supervisor: prof. Ing. Peter Farkaš, DrSc.

This work deals with improving error performance of current OFDM systems by means of exploiting the redundancy present in such systems in the form of a cyclic prefix. This work identifies the cyclic prefix insertion as a partial repetition coding and an COFDM transmitter as a system with serially concatenated error control codes. Utilising matrix modeling of the system, a new method for extraction of the cyclic prefix redundancy is derived. Furthermore a modification of an practical COFDM receiver is presented. This modification is compatible with existing communication standards. The efficiency of the proposed design is then verified using simulations. Optimized versions of algorithms for decoding of LDPC codes are also implemented and utilised in the simulation.

Keywords: OFDM, cyclic prefix, turbo-decoding, matrix modeling,  
convolution matrix

## Pod'akovanie

Ďakujem všetkým, ktorí mi pomáhali počas postgraduálneho štúdia,  
predovšetkým svojmu školiteľovi prof. Ing. Petrovi Farkašovi, DrSc.

# Obsah

Zoznam použitých skratiek	7
Zoznam použitých symbolov	9
Zoznam obrázkov	12
Analýza súčasného stavu	14
Ciele a štruktúra práce	18
Metodika práce a členenie práce	18
Kapitola 1 - Základný popis OFDM	20
1.1 Nasadenie OFDM	21
1.2 Viaccestné šírenie	21
1.3 Základné princípy OFDM	22
1.3.1 Demultiplexovanie	22
1.3.2 Ortogonalita	23
1.3.3 OFDM prototyp	25
1.4 Implementácia OFDM	26
1.4.1 Jednoduchý OFDM vysielateľ	26
1.4.2 Jednoduchý prijímač OFDM	27
1.5 Slabiny OFDM systému	28
1.6 Modely OFDM systému	29
Kapitola 2 - Kanál v OFDM	32
2.1 AWGN kanál a AWGN šum	33
2.2 Kanál s viaccestným šírením	35
2.3 Frekvenčný popis kanála s viaccestným šírením	37
2.4 Medzisymbolová a medzibloková interferencia	38
2.5 Cyklický prefix	40
2.6 Ďalšie negatívne efekty kanála	41
2.7 Použitie pilotov v OFDM	42
2.8 Štruktúra rámca linkovej vrstvy nad OFDM	43
2.9 Formy redundancie v OFDM	44
2.10 Zhrnutie	46
Kapitola 3 - Maticové modelovanie OFDM	47
3.1 Maticový model DFT	48
3.2 Maticový model CP	49
3.3 Maticový model premiešavača	50
3.4 Rotačná matica R	51
3.5 Maticový model demultiplexora	52
3.6 Maticový model multiplexora	55
3.7 Maticový model konvolúcie	56
3.8 Segmentácia matice	60
3.9 Segmentácia matice kanála	63
3.10 Zhrnutie	68
Kapitola 4 - Ekvalizácia v OFDM	69
4.1 Ekvalizácia v časovej oblasti	70
4.2 Význam cyklického prefixu	71
4.3 Cyklická submatica v matici kanála	73
4.4 Modely OFDM prenosu	78
4.5 Ekvalizácia vo frekvenčnej oblasti	80
4.6 Detekcia symbolov	81
4.7 Zhrnutie	83

Kapitola 5 - Kódovanie v OFDM	84	
5.1	Mäkké dekodovanie	85
5.2	Log Likelihood Ratio	87
5.3	Extrinzická informácia a Log-Likelihood algebra	89
5.4	Radenie kódov – turbo princíp	91
5.5	Sériové radenie kódov	93
5.6	LDPC kódy	93
5.7	Algoritmus Min-Sum	95
5.8	Zhrnutie	98
Kapitola 6 - Využitie redundancie v OFDM	99	
6.1	Redundancia v cyklickom prefixe	100
6.2	Kód s opakovaním	102
6.3	Dekódovanie CP v časovej oblasti	103
6.4	Nová segmentácia konvolučnej matice kanála	104
6.5	Odstránenie medziblokovej interferencie	107
6.6	Algoritmus štandardného prijímača OFDM	110
6.7	Algoritmus odstránenia medziblokovej interferencie IBI	111
6.8	Presun dekodovania vnútorného kódu do frekvenčnej oblasti	112
6.9	Druhá cirkulantná submatica v matici kanála	113
6.10	Algoritmus zisku druhej kópie dát vo frekvenčnej oblasti	117
6.11	Použitie Fourierovej transformácie ako premiešavača	118
6.12	Nová metóda dekodovania OFDM ako systému so sériovým radením kódov	120
6.13	Alternatíva k metóde dekodovania OFDM ako systému so sériovým radením kódov	123
6.14	Vylepšená nová metóda dekodovania OFDM ako systému so sériovým radením kódov	124
6.15	Zhrnutie	127
Kapitola 7 - Verifikácia nových riešení pomocou simulácií	128	
7.1	Modely použité v simuláciách	129
7.2	Implementácia modelu AWGN kanála	129
7.3	Implementácia viacestného šírenia	130
7.4	Implementácia OFDM vysielača	132
7.5	Implementácia OFDM prijímača	135
7.6	Optimalizácia simulácií	138
7.7	Zhrnutie	140
Kapitola 8 - Výsledky simulácií	141	
8.1	OFDM BPSK v kanály AWGN	142
8.2	OFDM BPSK v kanály s viacestným šírením a AWGN	143
8.3	Zlepšenie chybovosti LDPC kódom v kanály AWGN	144
8.4	Zlepšenie chybovosti LDPC kódom v kanály s viacestným šírením a AWGN	145
8.5	Potenciálne zlepšenie chybovosti LDPC kódu pridaním kódu z opakovaním	146
8.6	Zlepšenie chybovosti OFDM prenosu pomocou modifikovaného prijímača pre turbo-kód	147
8.7	Zlepšenie chybovosti OFDM prenosu pomocou modifikovaného prijímača 8 + 0	148
8.8	Zlepšenie chybovosti modifikovaných prijímačov	149
8.9	Analýza spoľahlivosti výsledkov simulácií	151
8.10	Analýza praktickej využiteľnosti novej metódy	153
Záver	155	
Použitá literatúra	157	
Zoznam publikovaných prác	160	

## Zoznam použitých skratiek

3GPP	Third Generation Partnership Project	Projekt Partnerstva pre systémy tretej generácie
A/D	Analog to Digital Conversion	Analógovo – Digitálny prevod
AC	Additive Correction	Aditívna Korekcia
ACK	Acknowledgement	Potvrdenie
ADSL	Asymmetric Digital Subscriber Line	Asymetrická Digitálna Účastnícka Prípojka
ANSI	American National Standards Institute	Americký Národný Inštitút Štandardov
AWGN	Additive White Gaussian Noise	Aditívny Biely Gausovský Šum
BER	Bit Error Ratio	Bitová Chybovosť
BPSK	Binary Phase Shift Keying	Binárne Fázové Kľúčovanie
BS	Base Station	Bázová Stanica
CE	Channel Estimation	Odhadovanie stavu kanála
CFC	Complex Field Code	Kód nad Komplexným Poľom
CM	Constellation Mapping	Mapovanie na konštelácie
COFDM	Coded OFDM	Kódované OFDM
CP	Cyclic Prefix	Cyklický Prefix
CPI	Cyclic Prefix Insertion	Vkladanie Cyklického Prefixu
CPR	Cyclic Prefix Removal	Odstránenie Cyklického Prefixu
CQICH	Channel Quality Indication Channel	Kanála nesúci informáciu o Kvalite Kanála
CSI	Channel State Information	Informácia o stave kanála
D/A	Digital to Analog Conversion	Digitálne – Analógový prevod
DFT	Discrete Fourier Transform	Diskrétna Fourierova Transformácia
DL	Downlink	Poprúdnny smer
DTFT	Discrete-Time Fourier Transform	
	Fourierova Transformácia signálov Diskrétného Času (FTD)	
DMT	Discrete Multitone Modulation	Diskrétna Mnohotónová Modulácia
DMX	Demultiplexor	Demultiplexor
DVB-S(2)	Digital Video Broadcasting-Satelite	Satelitné Digitálne Vysielanie Videá
ECC	Error Correcting Code	Samoopravný Kód
FDD	Frequency Division Duplex	Duplex Frekvenčným Delením
FDE	Frequency Domain Equalization	Ekvalizácia vo Frekvenčnej Oblasti
FDM	Frequency Division Multiplexing	Multiplexovanie vo Frekvenčnej Oblasti
FIR	Finite Impulse Response	Konečná Impulzná Odpoveď
FPC	Fractional Power Containment	Čiastkový Obsah Výkonu
FTD	Discrete-Time Fourier Transform	Fourierova Transformácia Diskrétnych Signálov
GF	Galois Field	Galoove Pole
GSM	Global System for Mobile communications	
	Globálny Systém pre Mobilnú Komunikáciu	
HD	Hard Decision	Tvrde rozhodnutie
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform	Inverzná diskretná Fourierova Transformácia
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineering	
	Inštitút Elektrického a Elektronického Inžinierstva	
IBM	International Business Machines	Medzinárodné Obchodné Stroje
IBI	Inter Block Interference	Medzibloková Interferencia
ICI	Inter Carrier Interference	Interferencia Medzi Nosnými
IP	Internet Protocol	Internetový Protokol
ISI	Inter Symbol Interference	Medzisymbolová interferencia
ITU	International Telecommunication Union	Medzinárodná Telekomunikačná Únia
KTL	Department of Telecommunications Katedra	Telekomunikácií
LAN	Local Area Network	Lokálna sieť
LBC	Linear Block Code	Lineárny Blokovaný Kód
LDPC	Low-Density Parity-Check	Nízka Hustota Paritných Rovníc
LLR	Log-Likelihood Ratio	Logaritmicke Pomer Pravdepodobnosti
LPF	Low Pass Filter	Dolnopriepustný Filter
LTE	Long Term Evolution	Dlhodobá Evolúcia
MAN	Metropolitan Area Network	Metropolitná sieť
MAP	Maximal A-posteriori Probability	Maximálna A-posteriórna pravdepodobnosť
M	Memory	Pamäť

ML	Max Likelihood	Maximálna Pravdepodobnosť
M-PSK	M-ary Phase Shift Keying	M-árne Fázové Kľúčovanie
MS	Mobile Station	Mobilná Stanica
MRC	Max Ratio Combining	Kombinovanie Maximálnym Pomerom
MUX	Multiplexor	Multiplexor
NLOS	Non Line-of-Sight	Priama Viditeľnosť
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing	
	Ortogonalne Multiplexovanie vo Frekvenčnej Oblasti	
OFDMA	Orthogonal Frequency Division Multiple Access	
	Prístupová Metóda Ortogonálneho Multiplexovania vo Frekvenčnej Oblasti	
PAPR	Peak to Average Power Ratio	Pomer Špičkového a Priemerného Výkonu
PBS	Prefix Block Selection	Výber Prefixného Bloku
PCI	Protocol Control Information	Protokolová Kontrolná Informácia
PDU	Protocol Data Unit	Protokolová Dátová Jednotka
QAM	Quadrature Amplitude Modulation	Kvadrátúrna Amplitúdová Modulácia
RISIC	Residual Inter-Symbol Interference Canceller	
	Potlačovač Reziduálnej Medzisymbolovej Interferencie	
RFC	Request For Comments	Požiadovka na Komentár
RLS	Recursive Least Squares	Rekuzívna metóda Najmenších Štvorcov
RSC	Recursive Systematic Convolutional	Rekuzívny Systematický Konvolučný
RX	Receiver	Prijímač
SC-FDMA	Single-Carrier FDMA	FDMA Jednej Nosnej
SDR	Software Defined Radio	Softvérové Rádio
SIMD	Single-Instruction Multiple-Data	Jedna Inštrukcia Viacnásobné Dáta
SISO	Soft-In Soft-Out	Mäkký Dnu Mäkký Von
SOVA	Soft-Output Viterbi Algortihm	Viterbito Algoritmus s Mäkkým Výstupom
SPA	Sum-Product Algorithm	Algoritmus Sumy a Násobenia
SS	Spectral Shift	Spektrálny Posun
STBC	Space-Time Block Code	Priestorovo-Časový Blokový Kód
TCP	Transmission Control Protocol	Protokol Kontroly Vysielania
TX	Transmitter	Vysielač
TDD	Time Division Duplex	Duplex Časového Delenia
UL	Uplink	Protiprúdny smer
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System	
	Univerzálny Mobilný Telekomunikačný Systém	
WAN	Wide Area Network	Diaľková Sieť
xDSL	Digital Subscriber Line	Digitálna Účastnícka Prípojka
XOR	Exclusive Or	Exkluzívne Alebo



## Zoznam použitých symbolov

$\Phi(f)$	výkonová hustota spektra
$\Psi$	matica vyberania cyklického prefixu
$\lambda, \lambda(x), \lambda, \lambda(x)$	LLR metrika, apriórna LLR
$\lambda_c, \lambda_e, \lambda_c(x)$	kanálová LLR
$\lambda_e, \lambda_e, \lambda_e(x)$	extrinzická LLR
$\lambda_{e_{mn}}^{(k)}$	správa posielaná od uzla premennej kontrolnému uzlu (LDPC)
$\Lambda, \Lambda, \Lambda, \Lambda(x)$	aposteriórna LLR
$\mu$	stredná hodnota šumu
$\nu$	dĺžka diskretnej impulznej odozvy kanála $h$ vyjadrená počtom vzoriek
$\pi(i)$	permutačná funkcia
$\Pi$	permutačná matica
$\sigma_n^2$	variancia šumu
$\omega$	kruhovú frekvenciu alebo $N$ -tú komplexnú odmocninu z jednotky
$\Omega$	matica vkladania cyklického prefixu
$A$	presnosť štatistického odhadu
$c$	kódové slovo
$\hat{c}$	odhad kódového slova
$C$	množina bodov konštelácie digitálnej modulácie
$c_{(k)}$	$k$ -ty bit kódového slova
$d_{min}$	minimálna Hammingova váha
$D$	počet OFDM symbolov v DL rámci v poprúdnom smere
dB	decibel
$D_h$	diagonálna matica kanála
$e, e_i$	bázový vektor Euklidovského priestoru
$E_b$	energia na bit
$f$	frekvencia
$\Delta f$	frekvenčný rozstup nosných pri OFDM
$f_c$	nosná frekvencia
$f_s$	vzorkovacia frekvencia
$G$	generujúca matica kódu
$h$	diskrétna impulzná odpoveď kanála - vektorový tvar
$h_n$	$n$ -tá vzorka diskretnej impulznej odpovede kanála
$h(n)$	diskrétna impulzná odpoveď kanála - funkcia $n$
$h(t)$	spojitá impulzná odpoveď kanála - funkcia $t$
$H(e^{j2\pi f T_s})$	spojitá periodická frekvenčná charakteristika diskretneho kanála
$H(f)$	spojitá frekvenčná charakteristika kanála
$H(k), H_{(k)}, H_k, H_{(k\Delta f)}$	diskrétna frekvenčná charakteristika kanála – indexovaný tvar
$H$	diskrétna frekvenčná charakteristika kanála – vektorový tvar
$H$	kontrolná matica kódu
$H_C$	cirkulantná konvolučná matica kanála
$H_L$	lineárna konvolučná matica kanála
$H_{LC}(N, \nu)$	matica lineárnej konvolúcie pre vstupný blok dĺžky $N$ a impulznú odozvu dĺžky $\nu$
$H_{11}$	ľavá horná submatice matice $H_L$
$H_{43}$	pravá dolná submatice matice $H_L$
$i$	informačné slovo

$\hat{\mathbf{i}}$	odhad informačného slova
$i^{(k)}$	k-ty bit informačného slova
$\text{Im}$	imaginárna zložka
$\mathbf{I}_n$	matica identity - jednotková matica rozmerov $n \times n$
$k$	index diskretnej frekvencie (používaný ako dolný index), alebo index bitu v $\mathbf{i}$ alebo $\mathbf{c}$
$k$	dĺžka informačného slova
$L$	rozmer cyklického prefixu vyjadrený počtom vzoriek
$L_{mn}^{(k)}$	správa posielaná od kontrolného uzla uzlu premennej (LDPC)
$m$	počet paritných rovníc LBK
$M$	pamäť
$M$	počet stavov modulácie
$M(n)$	množina susedných uzlov ku uzlu premennej $n$ (LDPC)
$M_b$	vertikálna segmentácia matice
$n$	index v diskretneho času (používaný ako dolný index)
$n$	dĺžka kódového slova
$n_{(n)}$	kanálový šum v diskretnej časovej oblasti - indexovaný tvar - vzorka v rámci bloku
$n(t)$	kanálový šum v spojitaj časovej oblasti
$\mathbf{n}$	kanálový šum v diskretnej časovej oblasti - vektorový tvar
$\mathbf{n}_n$	kanálový šum v diskretnej časovej oblasti - vektorový index. tvar - blok v rámci toku
$N$	rozmer Fourierovej transformácie
$N_b$	horizontálna segmentácia matice
$N_c$	dĺžka vysielaného vektora ošetreného CP vyjadrená počtom vzoriek
$N_0$	jednostranná spektrálna výkonová hustota šumu
$N(k), N_{(k)}, N_k$	kanálový šum v diskretnej frekvenčnej oblasti – indexovaný tvar
$N(m)$	množina susedných uzlov ku kontrolnému uzlu $m$ (LDPC)
$N$	kanálový šum v diskretnej frekvenčnej oblasti – vektorový tvar
$p$	označenie chybovosti BER pri výpočte štatistickej odchýlky v kapitole 8.9
$\hat{p}$	označenie odhadu chybovosti BER pri výpočte štatistickej odchýlky v kapitole 8.9
$p()$	pravdepodobnosť
$p^{(k)}$	k-ty paritný bit v kódovom slove
$O$	dĺžka cyklického prefixu
$Q$	komplementárna chybová funkcia
$p$	označenie chybovosti BER pri výpočte štatistickej odchýlky v kapitole 8.9
$r$	označenie veľkosti simulačnej množiny pri výpočte štatistickej odchýlky v kap. 8.9
$r(t)$	prijatý analógový symbol v časovej oblasti – OFDM prototyp
$\mathbf{r}$	blok diskretných vzoriek na vstupe prijímača obsahujúci CP – vektorový tvar
$\mathbf{r}_{cor1}$	aditívna korekcia aplikovaná v prijímači pre odstránenie IBI
$\mathbf{r}_{cor2}$	aditívna korekcia aplikovaná v prijímači pre nájdenie cirkulantnej submatice
$\mathbf{r}_{CP}$	subblok vektora $\mathbf{r}$ obsahujúci vzorky pochádzajúce z CP
$\mathbf{r}_D$	subblok vektora $\mathbf{r}$ spracovávaný štandardne v OFDM
$\mathbf{r}_D, \mathbf{r}_D', \mathbf{r}_D''$	pomocné subbloky vektora $\mathbf{r}$ v kapitole 6
$\mathbf{r}_{D2}$	subblok vektora $\mathbf{r}$ spracovávaný v modifikovanom prijímači
$\mathbf{r}_T$	subblok vektora $\mathbf{r}$ presahujúci do nasledujúceho kanálového intervalu
$R$	rýchlosť kódu
$\text{Re}$	reálna zložka
$\mathbf{R}_i$	rotačná matica
$R_m$	modulačná rýchlosť
$R_p$	prenosová rýchlosť
$s$	vysielaný diskretný symbol v časovej oblasti – skalár, nezáleží na indexe

$s_{(n)}, s_n$	vysielaný diskretný symbol v časovej oblasti – indexovaný tvar – index vzorky v rámci bloku
$\mathbf{s}$	vysielaný diskretný symbol v časovej oblasti – vektorový tvar
$s_n$	vysielaný diskretný symbol v časovej oblasti – vektorový indexovaný tvar – index bloku v rámci toku
$s(t)$	vysielaný analógový symbol v časovej oblasti – OFDM prototyp
$s_n(t)$	vysielaný analógový symbol v časovej oblasti – OFDM prototyp indexovaný v rámci toku
$S$	vysielaný diskretný symbol vo frekvenčnej oblasti – skalár, nezáleží na indexe a j označenie spoľahlivosti pri výpočte štatistickej odchýlky v kap. 8.9
$S(k), S_{(k)}, S_k$	vysielaný diskretný symbol vo frekvenčnej oblasti – indexovaný tvar
$\mathbf{S}$	vysielaný diskretný symbol vo frekvenčnej oblasti – vektorový tvar
$\mathbf{S}'$	prijatý zašumený diskretný symbol vo frekvenčnej oblasti – vektorový tvar
$\hat{\mathbf{S}}$	prijatý zaokrúhlený diskretný symbol vo frekvenčnej oblasti – odhad $\mathbf{S}$
$\mathbf{S}_2'$	druhý extrahovaný prijatý zašumený diskretný symbol vo frekvenčnej oblasti
$\mathbf{S}_2''$	vektor $\mathbf{S}_2'$ po fázovej korekcii
$t$	čas
$\mathbf{t}$	blok diskretných vzoriek na výstupe vysieláča obsahujúci CP – vektorový tvar
$\mathbf{t}_{CP}$	subblok vektora $\mathbf{t}$ obsahujúci originálne vzorky CP
$\mathbf{t}_{CP2}$	subblok vektora $\mathbf{t}$ obsahujúci redundandné vzorky CP
$\mathbf{t}_{NP}$	subblok vektora $\mathbf{t}$ obsahujúci originálne vzorky neduplikované pri vkladaní CP
$T$	charakteristický interval
$T_d$	dĺžka trvania spojitaj impulznej odpovede kanála $h(t)$
$T_s$	vzorkovacia perióda
$U$	počet OFDM symbolov v UL rámci v protiprúdnom smere
$W_g$	ochranné pásmo
$\mathbf{W}$	matica Fourierovej transformácie
$x_n$	všeobecný diskretný signál v časovej oblasti
$X_k$	všeobecný diskretný signál vo frekvenčnej oblasti
$z$	prijatá diskretná kanálová vzorka v prijímači v časovej oblasti – skalár, nezáleží na indexe
$z_{(n)}, z_n$	prijatá diskretná kanálová vzorka v prijímači v časovej oblasti – indexovaný tvar
$\mathbf{z}$	prijatá diskretná kanálová vzorka v prijímači v časovej oblasti – vektorový tvar
$Z$	prijatá diskretná kanálová vzorka v prijímači vo frekvenčnej oblasti – skalár, nezáleží na indexe
$Z(k), Z_k$	prijatá kanálová vzorka vo frekvenčnej oblasti pred ekvalizáciou – indexovaný tvar
$\mathbf{Z}$	prijatý vektor kanálových vzoriek vo frekvenčnej oblasti pred ekvalizáciou

## Zoznam obrázkov

- Obr. 1.1 Fourierova transformácia zväzuje pravouhlý impulz  $rect(t)$  s jeho obrazom  $sinc(f)$  vo frekv. oblasti.
- Obr. 1.2 Pri FDM sa spektrá  $X_{s1(f)}$  a  $X_{s2(f)}$  paralelne prenášaných signálov nemôžu prekryvať. Signály vo vysieláči prechádzajú filtrom zabezpečujúcim orezanie spektra na požadovanú šírku pásma.  $Wg$  je ochranný interval.
- Obr. 1.3 Ortogonálne rozmiestnenie spektier subtokov vo frekvenčnej oblasti. Spektrá sa prekryvajú. Nulová interferencia nastáva len v diskretných bodoch nosných frekvencií subtokov.
- Obr. 1.4: Časový priebeh OFDM prototypu je súčtom mnohých harmonických priebehov (v tomto prípade 16).
- Obr. 1.5: Amplitúdové spektrum OFDM pre 16 harmonických tvorené súčtom spektrálnych funkcií subtokov.
- Obr. 1.6: Základná bloková schéma OFDM vysieláča pre systém vysielajúci v preloženom pásme (60).
- Obr. 1.7: Schéma prijímača OFDM pre systém v preloženom pásme (60).
- Obr. 1.8: Zmiešaný a diskretný model OFDM vysieláča.
- Obr. 1.9: Spojitý a diskretný model kanála v OFDM.
- Obr. 1.10: Zmiešaný a diskretný model OFDM prijímača.
- Obr. 2.1: Jednoduchý model kanála s viaccestným šírením.
- Obr. 2.2: Dvojrozmerný komplexný AWGN šum v prijímači.
- Obr. 2.3: Viaccestné šírenie pri bezdrôtovom prenose
- Obr. 2.4: Priebeh impulznej odpovede kanála v spojitom aj diskretnom čase.
- Obr. 2.5: Frekvenčná charakteristika kanála pre  $N = 256$  (spojitý priebeh) a  $N = 16$  (vzorky) bodovú DFT.
- Obr. 2.6: Frekvenčná charakteristika frekvenčne selektívneho kanála v OFDM.
- Obr. 2.7: Medzisymbolová a medzibloková interferencia v OFDM
- Obr. 2.8: Zabránenie IBI pomocou nulového prefixu.
- Obr. 2.9: Vkládanie Cyklického Prefixu a rozdelenie takto ošetreného OFDM bloku na podbloky.
- Obr. 2.10: Medzibloková interferencia pri použití cyklického prefixu.
- Obr. 2.11: Pilotné symboly a redundandné symboly vo frekvenčnom tvare OFDM symbolu vkladané v štandarde WiMAX.
- Obr. 2.12: Štruktúra TDD rámca IEEE 802.16e.
- Obr. 3.1: Sústava rovníc popisujúca činnosť kanála pre jednotlivé vzorky vyslaného prototypu.
- Obr. 3.2: Konvolučná matica lineárnej konvolúcie v kanály.
- Obr. 3.3: Cirkulantná konvolučná matica pre periodický signál.
- Obr. 3.4: Grafické zobrazenie násobenia vysielaného vektora  $\mathbf{t}$  konvolučnou maticou kanála. Šedá plocha naznačuje nenulové prvky matice. Naznačená je aj segmentácia matice presne definovaná v ďalšom texte.
- Obr. 3.5: Rozdelenie matice  $\mathbf{H}_L$  na submatice pre  $N = 10$ ,  $O = 4$  a  $v = 3 < O$ .
- Obr. 3.6: Rozdelenie matice  $\mathbf{H}_L$  na submatice pre  $N = 10$ ,  $O = 4$  a  $v = O + 1 = 5$ .
- Obr. 4.1: Kanál s viaccestným šírením v OFDM .
- Obr. 4.2: Grafické zobrazenie násobenia vysielaného vektora  $\mathbf{t}$  konvolučnou maticou kanála  $\mathbf{H}_L$ .
- Obr. 4.3: Segmentácia matice  $\mathbf{H}_L(10,3)$  pre dĺžku cyklického prefixu rovnú  $O = 4$ .
- Obr. 4.4: Ekvivalencia cyklickej a lineárnej konvolúcie v OFDM.
- Obr. 4.5: Modelovanie OFDM prenosu na rôznych rozhraniach pomocou matíc  $\mathbf{H}_L, \mathbf{H}_C, \mathbf{D}_h$  .
- Obr. 5.1: Zjednodušený model kódovaný OFDM prenosu.
- Obr. 5.2: Princiálne zapojenie iteratívneho zložkového dekodéra.
- Obr. 5.3: Priebeh LLR metriky  $\lambda(x)$  v závislosti od pravdepodobnosti  $p(x = 1)$ .
- Obr. 5.4: Štruktúra kódera pre turbo kód s rýchlosťou  $R=1/3$ . Pre každý informačný bit  $i_{(k)}$  generuje kóder na výstupe tri binity kódového slova  $c_{(3k)}$ .
- Obr. 5.5: Štruktúra turbo dekodéra pre kóder z obr. 5.5.
- Obr. 5.6: SISO dekodér.
- Obr. 5.7: Sériové radenie kódov
- Obr. 5.8: Tannerov graf pre Hammingov kód (7, 4, 3). z označuje paritné uzly, c uzly premenných.
- Obr. 5.9: Posielanie správ od uzlov premenných.
- Obr. 5.10: Posielanie správ od kontrolného uzla.
- Obr. 5.11: Posielanie správ od kontrolných uzlov.
- Obr. 5.12: Posielanie správ od uzla premenej.
- Obr. 6.1: Rekapitulácia zjednodušenej štruktúry vysieláča z obr. 1.8.
- Obr. 6.2: Sériové radenie kódov v OFDM vysieláči.

- Obr. 6.3: Iteratívny dekóder sériovo radených kódov.
- Obr. 6.4: Modelovanie OFDM prenosu na rôznych rozhraniach pomocou matíc  $\mathbf{H}_L, \mathbf{H}_C, \mathbf{D}_h$ .
- Obr. 6.5: Druhé rozdelenie matice  $\mathbf{H}_L$  na submatice pre  $N = 10, O = 4$  a  $v = 3 < O$ .
- Obr. 6.6: Rozdelenie matice  $\mathbf{H}_L$  na submatice pre  $N = 10, O = 4$  a  $v = O + 1 = 5$
- Obr. 6.7: Nové rozdelenie matice kanála na submatice.
- Obr. 6.8: Medzibloková interferencia pri použití cyklického prefixu.
- Obr. 6.9: Druhá kópia prijatých dát  $r_{D2}$  závislá od vyslaného subvektora  $s_2$  podľa segmentácie (6.7).
- Obr. 6.10: Vybranie subbloku dĺžky  $N$  z prijatej postupnosti, obsahujúceho dosiaľ zahadzované vzorky. Vľavo – skutočný stav, vpravo – želaný stav.
- Obr. 6.11: Iteratívny dekóder sériovo radených kódov.
- Obr. 6.12: Dekóder OFDM ako systému so spoluprácou dekóderov.
- Obr. 6.13: Modifikovaný OFDM prijímač extrahujúci dáta z cyklického prefixu.
- Obr. 6.14: Finálny modifikovaný OFDM prijímač.
- Obr. 7.1: Základný model OFDM systému a kanála použitý v simuláciách.
- Obr. 7.2: Teoretická schéma OFDM vysielача.
- Obr. 7.3: Usporiadanie kódových slov a OFDM symbolov do matice.
- Obr. 7.4: Schéma implementovaného modifikovaného OFDM prijímača.
- Obr. 8.1: Chybovosť nekódovaného OFDM systému v AWGN kanály pri použití BPSK modulácie.
- Obr. 8.2: Chybovosť nekódovaného OFDM systému v kanály s viaccestným šírením a AWGN pri použití BPSK modulácie.
- Obr. 8.3: Chybovosť OFDM systému pri použití BPSK modulácie v AWGN kanály, porovnanie nekódovaného systému (bez markéra) a LDPC kódovaného systému (trojuholníkový markér).
- Obr. 8.4: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri použití BPSK modulácie a AWGN šumu, porovnanie nekódovaného systému (bez markéra) a LDPC kódovaného systému
- Obr. 8.5: Chybovosť LDPC dekódera pri posilnení čiastkovým kódom z opakovaním.
- Obr. 8.6: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri BPSK modulácii a AWGN šume, porovnanie turbo-kódovaného systému so štandardným spracovaním a novej modifikovanej metódy
- Obr. 8.7: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri BPSK modulácii a AWGN šume, porovnanie LDPC kódovaného systému so štandardným spracovaním a 8 iteráciami dekódera s dvojvetvovým spracovaním s 8 iteráciami a bez dodatočného dekódera.
- Obr. 8.8: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri BPSK modulácii a AWGN šume, porovnanie LDPC kódovaného systému so štandardným spracovaním a 8 iteráciami dekódera s dvojvetvovým spracovaním s rôznymi konfiguráciami.
- Obr. 8.9: Vodopádové krivky modifikácií OFDM systému pre oblasť BER  $10^{-4}$  až  $10^{-5}$ .
- Obr. 8.10: Štruktúra rámca protokolu IEEE 802.16e.

## Analýza súčasného stavu

Pri analýze súčasného stavu je vhodné uviesť najprv aspoň stručný historický prehľad vývoja OFDM a tým dať ciele a metódy tejto práce do perspektívy.

Drvivá väčšina princípov použitých v moderných komunikačných systémoch existuje už celé desaťročia. OFDM nie je výnimkou, armádne analógové systémy založené na použití viacerých nosných frekvencií existovali už v 60-tych rokoch minulého storočia (17,48). Vysielače týchto systémov používali pre moduláciu skupín subkanálov banky oscilátorov naladených na zvolené nosné frekvencie. Samozrejme sa jednalo o systémy veľmi komplikované a drahé, pričom vzhľadom na ich analógovú povahu ani nemá zmysel uvažovať o programovateľnosti.

Saltzberg v (58) zaviedol ortogonálne rozmiestenie subkanálov, prinášajúce výrazné, až desaťnásobné (49), zvýšenie spektrálnej efektivity oproti klasickému FDM prístupu. Začiatkom sedemdesiatych rokov potom teoretické nahradenie banky oscilátorov Diskrétnou Fourierovou Transformáciou Weinsteinom a Ebertom v (65) znamenalo obrovské zníženie zložitosti vysielača a prijímača a umožnilo neskorší vývoj a Hirosakiho (59) realizáciu digitálneho OFDM modemu v osemdesiatych rokoch. Použitie OFDM ako technológie pre xDSL (50) potom ďalej odštartovalo intenzívny výskum jednotlivých čiastkových problémov, ktorých úspešné riešenie bolo podmienkou praktického nasadenia OFDM.

Prvým závažným problémom pri OFDM bol a stále je veľmi veľký dynamický rozsah OFDM signálu, vyjadrený systémovým parametrom PAPR (Peak to Average Power Ratio), vnútorne zviazaný s princípom konštrukcie kanálového prototypu v OFDM - superpozície mnohých paralelných subtokov. Takýto signál potom kladie extrémne vysoké nároky na linearitu výkonového zosilňovača vo vysielači. Keďže prakticky dostupné zosilňovače nemohli túto požiadavku naplniť, dochádzalo priamo vo vysielači k nelineárnemu orezaniu špičiek signálu, spôsobujúcemu vysoké skreslenie, generovanie nežiaducich frekvenčných zložiek a následnú interferenciu medzi subnosnými. Riešeniu tohto problému pomocou spracovania vo frekvenčnej oblasti - prekódovania ešte pred aplikáciou IDFT sa venovali v polovici 90-tych rokov Jones, Wilkinson a Barton (60), Shepherd (61) a Wulich (62), ktorý sa zároveň venoval aj druhému možnému prístupu - spracovaniu signálu v časovej oblasti pred prevodom do analógového tvaru (63). Celkovo sa princíp prekódovania vo frekvenčnej oblasti ukázal byť efektívnejším a to najmä v špeciálnom prípade kedy ako spôsob predspracovania je zvolená DFT. Predchodcu tejto techniky - zhukovú (clustered) OFDM zaviedol Daneshrad v (64) a bola ďalej rozvedená v mnohých prácach a súvislostiach. Ako

kódovanie nad polom komplexných čísel, vnášajúcim do OFDM prenosu diverzitu popisujú prekódovanie pomocou DFT Wang a Giannakis v (24). Viacpoužívateľský OFDM systém s predspracovaním pomocou DFT sa potom označuje SC-FDMA a jeho životaschopnosť dokazuje aj jeho plánované nasadenie v protiprúdnom smere v pripravovanom evolučnom kroku systému GSM - LTE (66).

Druhým technickým problémom, ktorého výskum bol odštartovaný v polovici 90-tych rokov (67) je potreba veľmi presnej časovej a frekvenčnej synchronizácie. Pre správne fungovanie OFDM je potrebné aby prijímač vzorkoval prijatý signál presne v okamihoch zodpovedajúcich vzorkám vo vysielacom a aby rozdiel frekvencií oscilátorov v modulátoroch vysielateľa a prijímateľa bol minimálny. Aj veľmi malé nepresnosti v oboch procesoch majú za následok stratu ortogonalitu subkanálov a vznik interferencie medzi nosnými - ICI (Inter Carrier Interference) (67). Algoritmy hrubého odhadu a korekcie časovej aj frekvenčnej odchýlky z využitím pilotných signálov - vyhradených nosných frekvencií vnútri OFDM symbolu odvodili Sari, Karam a Jeanclaude v (68). Rozdelenie OFDM prenosu do rámcov a použitie synchronizačného OFDM symbolu zase popisujú Warner a Leung (69). Jemnú časovú a frekvenčnú synchronizáciu založenú na využití cyklického prefixu zase popisujú Sandell, Beek a Borjesson (70).

Hlavnou úlohou vkladania Cyklického prefixu v OFDM je a vždy bolo umožnenie výpočtovo jednoduchej ekvalizácie - teda korigovania skreslenia spôsobeného kanálom s viacestným šírením, vo frekvenčnej oblasti. Staršia literatúra popisuje mnohé metódy ekvalizácie blokovo orientovaných systémov (71), pričom cyklický prefix okrem cirkularizácie kanála nie je v procese odhadu - estimácie stavu kanála (Channel State Information (CSI)) ani v následnom korekčnom procese explicitne použitý. Modernejší prístup objavujúci sa po roku 2000 prezentuje snahu o využitie informácie prítomnej vo forme cyklického prefixu na ďalšie zlepšenie procesu ekvalizácie.

Ako sa ukáže v ďalších kapitolách, novej metóde spracovania cyklického prefixu je venovaná aj podstatná časť tejto práce. Preto je na tomto mieste vhodné sústrediť sa na už publikované metódy alternatívneho využitia cyklického prefixu v OFDM. V Októbri 1999 Wang a Ray Liu (19) odvodili algoritmus adaptívnej estimácie kanála, v ktorom hlavným zdrojom informácii o stave kanála je práve cyklický prefix. Tento iteratívny algoritmus založený blokovej rekurzívnej metóde najmenších štvorcov (Recursive Least Squares (RLS)) potom zdokonalili v (22) kde zároveň formálne odvodili ohraničenie pre jeho chybovosť a podali dôkaz jeho konvergenzie. Približne v rovnakom čase (2003) publikovali obdobnú, ale jednoduchšiu a menej účinnú metódu aj Tarighat a Sayed (23). Podmienkou účinnosti tejto

metódy bolo, že dĺžka cyklického prefixu je oveľa väčšia ako je dĺžka realizácie impulznej odpovede kanála s viaccestným šírením. Tento predpoklad sa v kontexte ďalšej štandardizácie OFDM ukázal ako nerealistický, pretože všeobecným trendom, motivovaným snahou o zníženie redundancie v systéme sa stalo používanie adaptívnej dĺžky prefixu prispôbenej kanálu. Tento princíp je použitý napr. aj komunikačnom štandarde IEEE 802.16e (14) a dovedený do dôsledkov v (18) a (55). V (18) autori Won a Im prezentujú algoritmus RISIC - algoritmus čiastočnej rekonštrukcie interferenciou zasiahnutých vzoriek OFDM prototypu za predpokladu použitia prefixu kratšieho ako impulzná odpoveď kanála. Uvedený algoritmus je ale definovaný len pre OFDM systém s časopriestorovým blokovým kódom (Space-Time Block Code (STBC)) používajúci viacero antén. V (55) zase Fletcher skúma chybovosť COFDM systému zámerne bez použitia cyklického prefixu.

V roku 2006 si Devillers, Louveaux a Vanderdorpe v (20) uvedomili možnosť využitia CP pre zlepšenie detekcie niektorých vzoriek OFDM bloku - tých, pre ktoré existuje redundancia vo forme CP, pričom navrhovali modifikovaný OFDM vysielač a prijímač implementujúci kombinovanie redundantných vzoriek pomocou metódy Maximum Ratio Combining (MRC). Nevýhodou ich schémy bola práve modifikácia vysielača, pri ktorej bolo nutné vo vysielači odhadnúť varianciu šumu v kanály.

Zaujímavým smerom, súvisiacim aj s touto prácou je princíp turbo-ekvalizácie, ktorý vychádza z dobre známeho princípu turbo-dekódovania zavedeného v roku 1993 známou publikáciou (72) autorov Berrou, Glavieux a Thitimajshima. Pri turbo dekódovaní ide o synergické spojenie opravných schopností dvoch jednoduchých čiastkových kódov s využitím iteratívneho mäkkého dekódovania a výmeny extrinziekej informácie. Turbo ekvalizácia rozširuje tento koncept a zavádza iteratívnu výmenu informácie o prijatých bitoch medzi ekvalizérom a dekodérom.

Nová metóda pre využitie redundancie OFDM prezentovaná v tejto práci by sa dala zaradiť pod pojem turbo-ekvalizácie. Rozdiel oproti výsledkom publikovaným Tuchlerom, Koetterom a Singerom je v lepšej praktickej aplikovateľnosti oproti metódam formálne opísaným (21,53,54). V uvedených prácach sú úhľadný matematický formalizmus a analýza výslednej chybovosti až pre teoreticky nekonečný počet iterácií zapltené veľmi malou praktickou aplikovateľnosťou prezentovaného postupu. Aj „praktický“ počet iterácií 14, pre ktorý algoritmy prijímača prezentované v (53) konvergujú je príliš veľký – je totiž potrebné si uvedomiť, že samotné čiastkové procesy ekvalizácie a dekódovania tvoriace jednu iteráciu môžu byť výpočtovo náročné iteratívne procesy. Ako ukazuje (46), softwarová implementácia týchto čiastkových úloh v modernom mobilnom zariadení typu SDR



(Software Defined Radio) limitovanom kapacitou batérie nie je v súčasnosti triviálny problém. Preto aj v tejto práci je kladený dôraz na praktickú použiteľnosť prezentovaných metód a kompatibilitu s existujúcimi komunikačnými štandardmi (14,39).

Snaha o praktickosť sa prejavuje aj v implementačnej rovine, kedy sú pre skúmanie zvolené moderné samoopravné kódy LDPC. Aj napriek tomu, že história LDPC kódov siaha až do 60-tych rokov minulého storočia kedy boli prvý krát popísané Gallagerom (3), jedná sa o kódy, ktorých objavenie efektívnych dekodovacích algoritmov je záležitosťou až ostatnej dekády (1,2,10). Navyše o kvalite týchto kódov svedčí aj zaradenie do nových komunikačných štandardov ako je mobilný WiMax (IEEE 802.16e) (14) či DVB-S2 (16). Pre úplnosť je potrebné spomenúť aj čisto hardvérové implementácie dekodérov LDPC kódov (8,9,11), ktoré by v prípade dostupnosti mohli byť veľmi užitočné pri overovaní teoretických poznatkov pomocou simulácii, resp. reálnych testov.

S vysokými výpočtovými nárokmi simulácií súvisí nutnosť optimalizácie algoritmov (1) a využitie distribuovaných výpočtov, ako aj presun výpočtu z centrálného procesora na oveľa výkonnejší grafický procesor, čo sa ukazuje ako všeobecný trend (73).

## Ciele a štruktúra práce

Táto práca má jeden hlavný cieľ:

Pomocou nového prístupu využiť redundanciu prítomnú v OFDM na zníženie chybovosti prenosu.

Tento cieľ určuje niekoľko konkrétnejších čiastkových cieľov:

1. Pomocou analýzy OFDM a jeho nasadenia v komunikačných štandardoch identifikovať rôzne formy redundancie prítomné v OFDM a zvoliť z nich niektorú, alebo niektoré, ktorých využitie je najschodnejšie.
2. Vytvoriť formálny matematický popis, alebo modifikovať a rozšíriť existujúci popis OFDM, tak aby tento explicitne dbal na identifikovanú redundanciu a procesy spojené s manipuláciou s ňou.
3. Na základe formálneho popisu navrhnúť novú metódu pre extrakciu identifikovanej redundancie a jej použitie pre zníženie chybovosti prenosu.
4. Navrhnúť modifikáciu praktického OFDM systému, využívajúcu túto novú metódu, kompatibilnú s existujúcimi komunikačnými štandardmi - modifikácia teda nesmie vyžadovať zásahy do štandardov a rovnako by nemala vyžadovať podstatnú zmenu štruktúry vysielača alebo prijímača.
5. Účinnosť novej metódy overiť pomocou počítačových simulácií a pre účely simulácií vytvoriť súbor simulačných skriptov, použiteľný neskôr v pedagogickom procese na KTL.
6. Analyzovať praktickú použiteľnosť navrhovanej metódy, možnosti jej nasadenia, jej prínosy a slabiny.

## Metodika práce a členenie práce

Práca je rozdelená na niekoľko hlavných častí:

Prvá úvodná kapitola popisuje základné princípy fungovania OFDM, spolu s prehľadom jeho praktického nasadenia. Prvým metodickým postupom je teda teoretická analýza OFDM.

Druhá kapitola sumarizuje efekty kanála s viaccestným šírením a ich vplyv na dizajn OFDM systému ako aj moderných komunikačných protokolov. Zároveň je venovaná prvému cieľu - identifikácii rôznych foriem redundancie prítomných v OFDM a výberu tej, ktorej spracovanie sa ukazuje ako najperspektívnejšia.

Tretia kapitola obsahuje formálny matematický popis jednotlivých funkčných blokov OFDM, ako aj kanála. Definuje vlastnú segmentáciu konvolučnej matice kanála potrebnú pre odvodenie algoritmov pre extrakciu informácie z interferenciou poškodeného prefixu v neskorších kapitolách, čím napĺňa druhý cieľ. Druhým použitým metodologickým prístupom je formálna matematická analýza činnosti OFDM systému a OFDM prenosu v prostredí kanála s viaccestným šírením pomocou použitia maticového počtu.

Štvrtá kapitola sa venuje súčasnej metóde ekvalizácie OFDM vo frekvenčnej oblasti a túto aj formálne popisuje pomocou novo zavedenej segmentácie matice kanála.

Piata kapitola sumarizuje moderné pokročilé princípy a metódy dekódovania samoopravných kódov, založené na grafoch. Popisuje neskôr využitý princíp radenia čiastkových kódov a definuje algoritmus dekódovania LDPC kódov Min-Sum.

Šiesta kapitola prezentuje nový originálny pohľad na OFDM vysielateľ ako na systém zo sériovým radením kódov. Navrhuje novú metódu eliminácie medziblokovej interferencie a následnej extrakcie redundantnej informácie prítomnej v cyklickom prefixe. Zároveň definuje algoritmy modifikovaného prijímača, podľa požiadaviek cieľa číslo 4.

Pre vyhodnotenie formulovaných teoretických postupov sú v práci použité metódy simulačného vyhodnotenia činnosti nových modifikovaných systémov, ich dôležitých principiálnych parametrov, najmä chybovosti v závislosti od odstupe signálu od šumu.

Siedma kapitola popisuje postupy použité pri implementácii simulačných skriptov pre prostredie MatLab, ktoré budú tvoriť základ simulačnej knižnice pre použitie v pedagogickom procese na KTL. Pre overenie v simulačnom prostredí boli vytvorené aj nízkoúrovňové implementácie vybraných blokov v jazyku C, s cieľom priblížiť sa metódam používaným v praxi pri implementácii systémov na platforme typu SDR.

Posledná ôsma kapitola stručne zhŕňa výsledky simulácií a prináša analýzu praktickej použiteľnosti navrhovanej modifikácie prijímača. Zároveň prináša aj analýzu vierohodnosti simuláciami získaných výsledkov.

# Kapitola 1

## Základný popis OFDM

Skratka OFDM znamená Orthogonal Frequency Division Multiplexing. Už pri doslovnom preklade na Ortogonálne Frekvenčne Delené Multiplexovanie je zrejmé, že ide o techniku prenášania viacerých dátových tokov cez spoločné prenosové médium. Podstatný fakt, ktorý z názvu nie je zrejmý je, že v OFDM je veľmi podstatným prvkom opačný proces – demultiplexovanie. Frekvenčne delené multiplexovanie (FDM) hovorí o oddelení jednotlivých tokov pomocou vynesenia na rôzne nosné frekvencie a slovo ortogonálne vyjadruje určitú špecifickú kvalitu tohto procesu.

V praktickom zmysle je ale OFDM oveľa viac – určuje priamo aj principiálnu štruktúru vysielača a prijímača ako aj množinu modulácií, ktoré je možné použiť na modulovanie jednotlivých tokov. Metóda prístupu na prenosové médium pomocou OFDM sa označuje OFDMA.

OFDM je digitálna prenosová technika využívajúca demultiplexovanie jedného rýchleho dátového toku na niekoľko pomalších, paralelne prenášaných (multiplexovaných) subtokov, oddelených moduláciou podľa princípu FDM, používajúca ortogonálne rozstupy medzi nosnými frekvenciami jednotlivých subtokov, definujúc tým celú množinu ďalších principiálnych parametrov systému.

## 1.1 Nasadenie OFDM

OFDM je použité v celom rade moderných komunikačných štandardov v pevných aj bezdrôtových sieťach. V drôtových sieťach je OFDM, zväčša pod názvom DMT (Discrete Multitone Modulation), základom moderných digitálnych technológií xDSL ( v praxi najmä ADSL) (51, 27) . V bezdrôtových sieťach je možné nájsť špecifikáciu OFDM ako preferovanej prenosovej techniky v najmodernejších štandardoch ako IEEE 802.11g a 802.11n pre lokálne siete LAN (11, 13, 40), IEEE 802.16 pre metropolitné siete MAN (37), či IEEE 802.16e mobilné celulárne siete WAN (14, 15).

Naviac, OFDM je uprednostňovanou prenosovou technikou pre poprúdnny smer (v smere od bázevej stanice k mobilnej stanici) aj v rodine štandardov Long Term Evolution (LTE) definovanej konzorciom 3GPP ako priame pokračovanie vývojovej línie najrozšírenejšieho globálneho mobilného komunikačného systému GSM / UMTS (38, 39).

## 1.2 Viaccestné šírenie

Z technického hľadiska je pre všetky spôsoby bezdrôtového nasadenia OFDM dôležité, že vždy ide o prostredie, v ktorom môže dôjsť k viaccestnému šíreniu signálu. Vyslaný prototyp sa šíri voľným prostredím viacerými, rôzne dlhými cestami, pričom niektoré cesty zahŕňajú jedno - alebo viacnásobné odrazy, a teda prijímač prijíma súčet niekoľkých rôzne utlmených a navzájom náhodne posunutých kópií vyslaného prototypu. Tento mechanizmus vyúsťuje do nepriaznivého javu nazývaného medzisymbolová interferencia (ISI – Inter Symbol Interference). Dôležité je, že OFDM je priamo vo svojej podstate prirodzene odolné proti tomuto vplyvu. Preto je aj také úspešné pri nasadzovaní do praxe. Bližšie sa popisu kanála s viaccestným šírením venuje druhá kapitola.

## 1.3 Základné princípy OFDM

### 1.3.1 Demultiplexovanie

Ako už bolo uvedené, základným rysom OFDM je demultiplexovanie rýchleho dátového toku na niekoľko (mnoho, v praxi až 2048 (15)) pomalších dátových tokov. Dôvodom pre toto zdanlivé skomplikovanie systému je zvýšenie odolnosti prenosu voči medzisymbolovej interferencii spôsobenej viaccestným šírením signálu. V celulárnych sieťach fyzické rozmery bunky a parametre prostredia určujú maximálny možný rozdiel medzi dobou šírenia sa kópie vyslaného prototypu, ktorá prichádza na vstup prijímača ako prvá, a kópie ktorá prichádza ako posledná. Tento časový rozdiel býva označovaný ako rozptyl oneskorenia  $T_d$ . (Presnejšiu definíciu je možné nájsť v literatúre (58)). V bunkách GSM môže tento parameter nadobúdať hodnoty až do 15 $\mu$ s (49). Pre rôzne modely praktických kanálov reprezentujúcich šírenie sa signálu v bunkách pokrývajúcich husto zastavané oblasti boli experimentálne získané odhady maximálnej hodnoty  $T_d$  od 400 – 1760 ns (48). Pre úspešnú implementáciu mobilného širokopásmového dátového prenosu o prenosovej rýchlosti  $R_p$  rádovo jednotiek až desiatok Mbitps je potrebné eliminovať ISI medzi po sebe nasledujúcimi vysielanými prototypmi. Situáciu je možné ilustrovať na príklade:

V komunikačnom systéme s  $R_p$  niekoľkých Mbitps, používajúcom viacstavovú moduláciu o  $M$  stavoch sa modulačná rýchlosť prenosu pohybuje rádovo v miliónoch Baud.

$$R_m = \frac{R_p}{\log_2 M} \quad (1.1)$$

Dĺžka charakteristického intervalu zodpovedá počtu za sekundu vyslaných kanálových prototypov:

$$T = \frac{1}{R_m} \quad (1.2)$$

Nech  $T$  sa rovná 1  $\mu$ s. Keďže prototypy sú vysielané sériovo jeden za druhým, odrazené kópie prototypu, prekonávajúce dlhšiu vzdialenosť, sa na vstupe prijímača sčítajú s kópiami nasledujúceho vyslaného prototypu prekonávajúcimi kratšiu vzdialenosť a navzájom sa znehodnocujú. Tento jav je tým intenzívnejší, čím väčšia je relatívna hodnota  $T_d$  vzťahnutá na  $T$ .

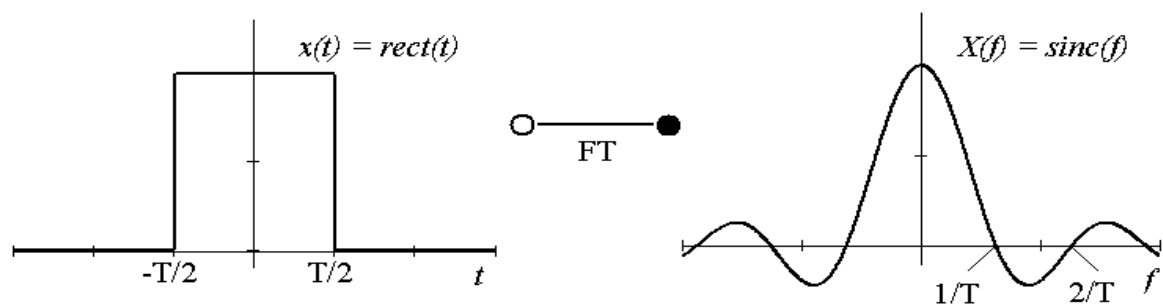
Preto pre jeden rýchly dátový tok s modulačnou rýchlosťou  $R_m = 1$  MBaud predstavuje hodnota  $T_d = 15 \mu$ s interferenciu až medzi 15-timi za sebou nasledujúcimi prototypmi.

V OFDM nech je takýto tok demultiplexovaný na  $N = 1000$  (v praxi 1024) paralelných tokov s modulačnou rýchlosťou  $R_m = 1$  KBaud. Dĺžka charakteristického intervalu pre každý tok je teda  $T = 1$  ms. Pri rovnakej hodnote  $T_d$ , danej najmä veľkosťou bunky, potom interval ISI medzi dvoma po sebe vyslanými prototypmi predstavuje len 1.5 % hodnoty charakteristického intervalu.

Demultiplexovanie rýchleho dátového toku na mnoho pomalších tokov teda samo o sebe prináša zvýšenú odolnosť komunikačného systému proti medzisymbolovej interferencii v prostredí s viaccestným šírením signálu.

### 1.3.2 Ortogonalita

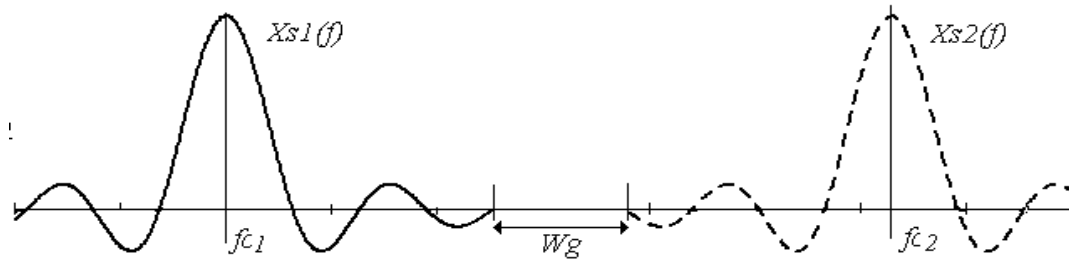
Demultiplexované subtoky sú prenášané paralelne spoločným prenosovým médiom (prostredím). Aby bolo možné na strane prijímača jednotlivé subtoky oddeliť, musí byť použitá niektorá multiplexná metóda. OFDM je aplikáciou techniky FDM, kedy jednotlivé subtoky sú v modulátore, pomocou prenasobenia harmonickými priebehmi s rôznymi kmitočtami, vynesené na rôzne nosné frekvencie.



Obr. 1.1 Fourierova transformácia zväzuje pravouhlý impulz  $rect(t)$  s jeho obrazom  $sinc(f)$  vo frekv. oblasti.

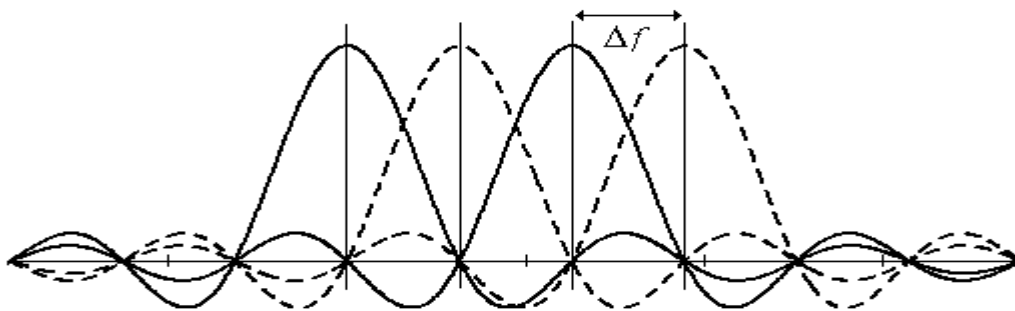
Pre zabezpečenie oddelenia subtokov je nutné medzi nosnými frekvenciami dodržať určité minimálne rozstupy, tak aby spektrá subtokov navzájom neinterferovali. Z teórie Fourierovej transformácie je známe, že neperiodický signál ohraničený v čase (ohraničený dobou svojho trvania) má frekvenčne neohraničené spektrum a naopak (32). Pretože popis časového priebehu ľubovoľného namodulovaného digitálneho signálu sa odvíja od obdĺžnikového impulzu o šírke rovnakej charakteristickému intervalu  $T$ , potom aj spektrá digitálnych subtokov sú teoreticky nekonečne široké (obr. 1.1). V praxi je tento problém riešený pomocou praktickej definície šírky pásma signálu, napríklad pomocou frekvenčného

intervalu obsahujúceho podstatnú časť energie (výkonu) signálu (definícia pásma FPC - Fractional Power Containment) (33) v kombinácii so zaradením výstupného dohliadacieho filtra vo vysielacom. V prípade FDM je oddelenie subtokov zabezpečené rozmiestnením nosných zahrňujúcim praktické pásmo signálu a ochranné intervaly medzi pásmami jednotlivých tokov.



Obr. 1.2 Pri FDM sa spektrá  $X_{s1}(f)$  a  $X_{s2}(f)$  paralelne prenášaných signálov nemôžu prekryvať. Signály vo vysielacom prechádzajú filtrom zabezpečujúcim orezanie spektra na požadovanú šírku pásma.  $W_g$  je ochranný interval.

Už z obrázka 1.2 je zrejmé, že pri takomto spôsobe multiplexovania nie je pásmo využité dokonale. OFDM rieši tento problém efektivity využitia pásma pomocou ortogonálneho rozmiestnenia nosných frekvencií subtokov. *Ortogonálne* rozmiestnenie nosných frekvencií subtokov je také rozmiestnenie, pri ktorom na základe poznatkov o spektre pravouhlého impulzu sú nosné posunuté tak, aby sa vo frekvenčnej oblasti centrálne frekvencie (alebo osi súmernosti) jednotlivých *sinc* funkcií, reprezentujúcich spektrum daného subtoku, prekryvali s nulami spektrálnych funkcií susedných tokov.



Obr. 1.3 Ortogonálne rozmiestnenie spektier subtokov vo frekvenčnej oblasti. Spektrá sa prekryvajú. Nulová interferencia nastáva len v diskretných bodoch nosných frekvencií subtokov.

Pri takomto posunutí jednotlivých nosných, sa spojité spektrá susediacich tokov do veľkej miery ovplyvňujú. Namodulovaným subtokom sa už nevyčleňuje spojité časť spektra, ale iba jediná diskretná frekvenčná vzorka, ktorá vďaka princípu ortogonalnosti nie je zaťažená žiadnym nepriaznivým vplyvom od žiadneho z ostatných subtokov. Vo všetkých ostatných bodoch frekvenčnej osi je výsledná hodnota spektrálnej hustoty tvorená lineárnou kombináciou spektrálnych hustôt všetkých subtokov. Výsledné spektrum OFDM prototypu je



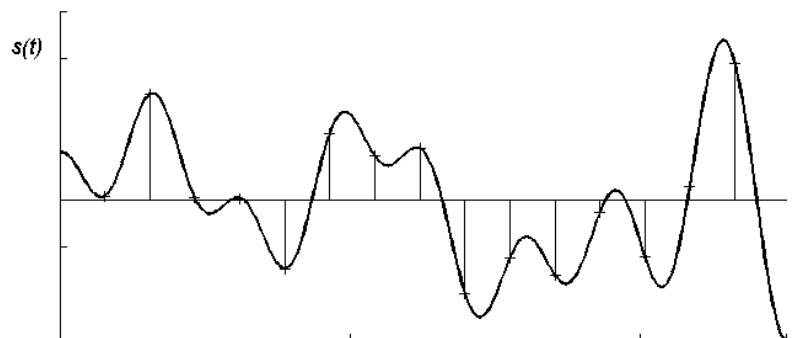
teda spojité, pričom pri celočíselných násobkoch  $\Delta f$  je možné odčítať komplexné amplitúdy jednotlivých nosných reprezentujúce užitočnú informáciu.  $\Delta f$  je definované pomocou kanálového intervalu:

$$\Delta f = \frac{1}{T} \quad (1.3)$$

Ortogonalným rozmiestnením nosných frekvencií subtokov je dosiahnutá vysoká spektrálna efektivita OFDM systémov.

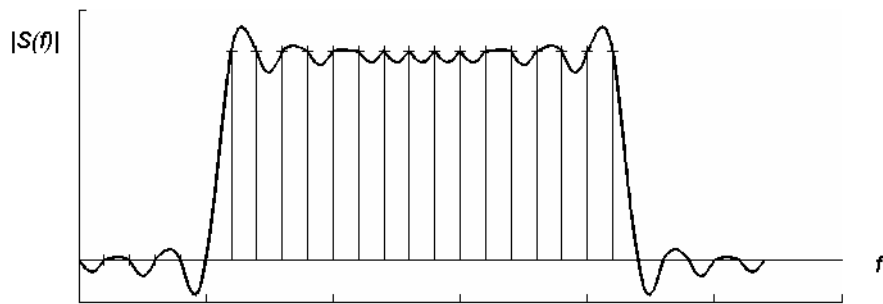
### 1.3.3 OFDM prototyp

Jednotlivé dátové subtoky sú v OFDM modulované samostatne a vynášané na rôzne ortogonálne nosné frekvencie. Takéto namodulované signály sú potom paralelne prenášané spoločným médiom. OFDM prototyp je teda lineárnou kombináciou mnohých signálov subtokov.



Obr. 1.4: Časový priebeh OFDM prototypu je súčtom mnohých harmonických priebehov (v tomto prípade 16).

V dôsledku ich stochastickej nezávislosti môže táto lineárna kombinácia nadobúdať hodnoty ďaleko mimo rozsahu týchto signálov. Výsledkom je OFDM signál s veľmi veľkým dynamickým rozsahom, ako aj veľmi veľkou dynamikou zmien, čo kladie vysoké nároky na dizajn analógových častí OFDM vysielača a prijímača. Vzhľadom na digitálne spracovanie signálov (popísané v ďalšom texte) je obr. 1.4 a 1.5 naznačené aj vzorkovanie v časovej aj frekvenčnej oblasti.



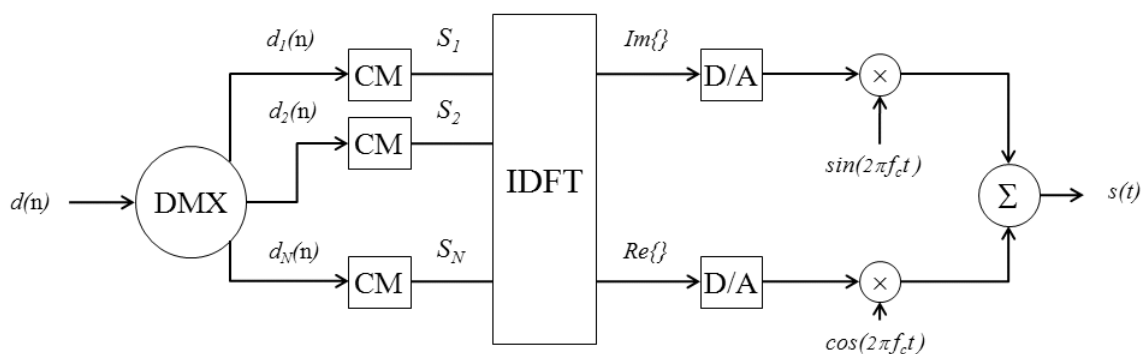
Obr. 1.5: Spektrum OFDM pre 16 harmonických tvorené súčtom spektrálnych funkcií subtokov.

## 1.4 Implementácia OFDM

### 1.4.1 Jednoduchý OFDM vysielateľ

Principiálne je OFDM vysielateľ bankou modulátorov, ktorých nosné frekvencie sú násobkami základnej frekvencie  $\Delta f$ . Subtoky sú modulované pomocou niektorej z digitálnych modulácií, v praxi sa používajú modulácie so zmenou fázy M-PSK (M-ary Phase Shift Keying) a so zmenou fázy a amplitúdy QAM (Quadrature Amplitude Modulation) (Bližšie v (34,57)). Implementácia pomocou banky oscilátorov s následnou sumáciou v časovej oblasti by bola neprakticky komplikovaná.

Ortogonálne rozmiestnenie subnosných a ním dané použitie diskretných bodov na frekvenčnej osi samo ukazuje na praktickejši nástroj modulácie – Diskrétnu Fourierovu Transformáciu – DFT.



Obr. 1.6: Základná bloková schéma OFDM vysielateľa pre systém vysielajúci v preloženom pásme.

Obrázok 1.6 zobrazuje jednoduchý OFDM vysielateľ. Ako už bolo uvedené, rýchly dátový tok je v bloku DMX demultiplexovaný na mnoho pomalších subtokov. Tieto sú modulované paralelne vo frekvenčnej oblasti. Keďže sa jedná o digitálny systém, pod moduláciou sa myslí mapovanie bitov alebo skupín bitov na komplexné číslo (CM – constellation mapping)

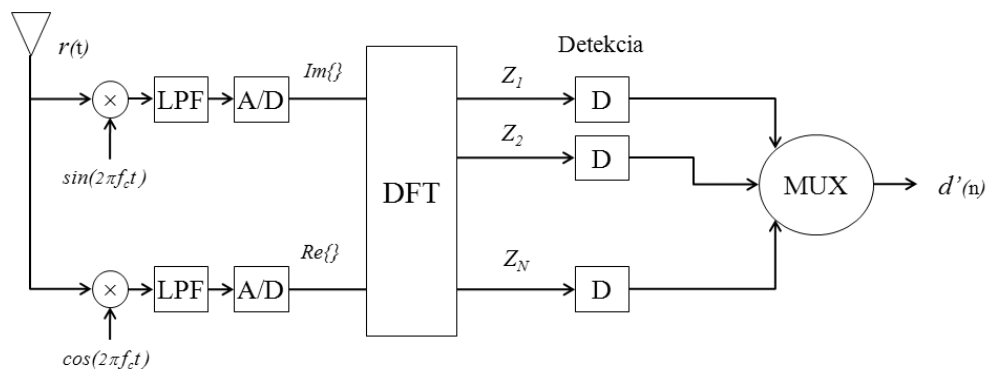
reprezentujúce niektorý z prototypov v signálovom priestore. Vektor takýchto komplexných čísel reprezentuje diskrétné frekvenčné spektrum OFDM prototypu. Pre získanie časových vzoriek prototypu je potrebné tento vektor transformovať pomocou IDFT do časovej oblasti. Reálna a imaginárna zložka vektora komplexných časových vzoriek potom vstupuje do procesu digitálne analógového prevodu D/A, kde nastáva prevod z vektorovej formy na spojitý priebeh napätia. Pri tomto procese dochádza k serializácii vzoriek – jednotlivé komponenty paralelne vystupujúce z bloku IDFT sú vysielané postupne v čase a tvoria vzorky výsledného analógového signálu. Časový rozstup medzi nimi sa označuje perióda vzorkovania  $T_s$ .

V prípade bezdrôtového prenosu sú výsledné analógové priebehy ešte posunuté do požadovaného frekvenčného pásma pre násobenie vysokofrekvenčným kosínusovým (súfázna zložka) a sínusovým priebehom (kvadrátúrna zložka).

Je vhodné poznamenať, že všetky operácie vysielača, až po digitálno/analógový prevod je možné implementovať softvérovou – popísané procesy je teda možné ľahko modifikovať a pridávať k nim dodatočné spracovanie podľa aktuálnych potrieb. Digitálne spracovanie určuje zároveň aj použitý matematický popis sústav, signálov a spracovania – diskrétna postupnosť a diskrétna formy transformácií.

### 1.4.2 Jednoduchý prijímač OFDM

V prostredí AWGN kanála alebo kanála, kde je možné vzhľadom na prirodzenú odolnosť OFDM voči medzisymbolovej interferencii túto zanedbať, je implementácia prijímača veľmi priamočiara:



Obr. 1.7: Schéma prijímača OFDM pre systém v preloženom pásme.

Prijatý zašumený analógový signál v preloženom pásme  $r(t)$  je najprv prenasobený harmonickým priebehom s frekvenciou  $f_c$  rovnajúcej sa frekvencii zodpovedajúceho bloku na strane vysielateľa. Následná filtrácia dolnopriepustným filtrom (LPF) dáva na výstupe analógový priebeh OFDM prototypu v základnom pásme poškodený aditívnym šumom. Bloky analógovo/digitálneho prevodu vzorkujú a kvantujú spojitý priebeh prijatého signálu a digitálne vzorky ukladajú do vyrovnávacej pamäti. Výsledné časové vzorky sú potom pomocou DFT transformované do frekvenčnej oblasti, kde prebieha detekcia symbolov – rozhodovanie o odhade vyslaného bodu konštelácie na základe hodnoty prijatej zašumenej vzorky. Vzhľadom na to, že Fourierova transformácia zachováva normálne rozdelenie AWGN šumu (Na základe centrálnej limitnej vety (34).), je proces rozhodovania založený na hľadaní prototypu s minimálnou Euklidovou vzdialenosťou od prijatej vzorky. Detekcia opäť prebieha paralelne pre všetky subtoky. Poslednou operáciou je multiplexovanie bitov jednotlivých subtokov do tvaru pôvodného bitového toku.

V prijímači na obr. 1.7 sú pre jednoduchosť vynechané ďalšie dôležité súčasti - najmä bloky zabezpečujúce synchronizáciu.

## 1.5 Slabiny OFDM systému

Moderný OFDM systém ponúka oproti starším systémom množstvo výhod: prirodzenú odolnosť proti medzisymbolovej interferencii, vysokú spektrálnu efektívnosť a bezprecedentnú flexibilitu v alokácii zdrojov a možnostiach spracovania signálu. Tieto výhody však majú svoju cenu.

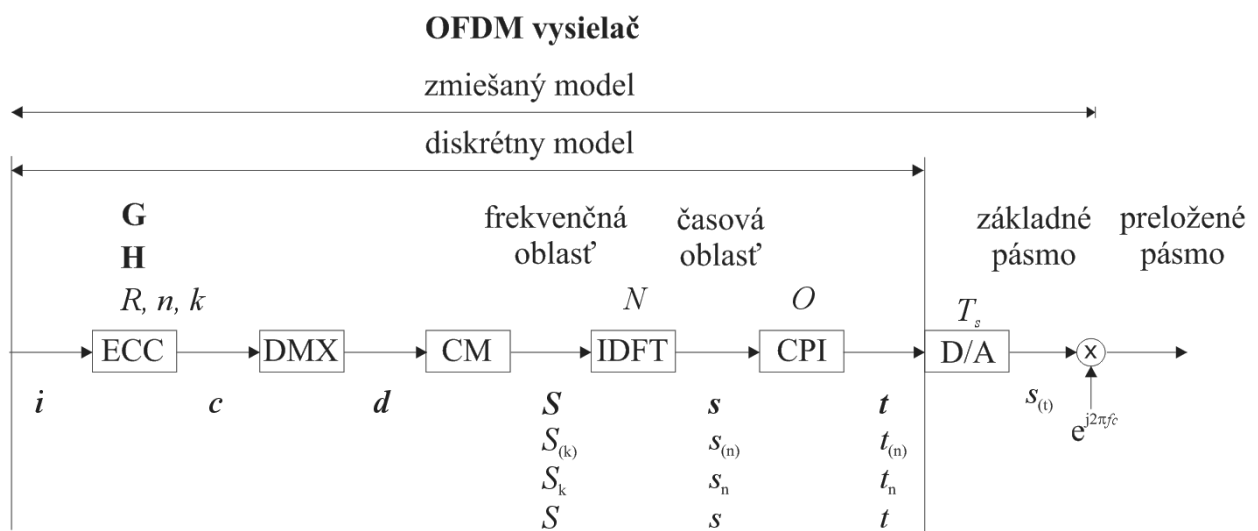
Hlavnou nevýhodou OFDM je požiadavka na vysoko kvalitné analógové časti systému. OFDM signál vzniká súčtom veľkého množstva navzájom nezávislých signálov jednotlivých nosných, čo spôsobuje jeho veľmi veľkú dynamiku (27). Dynamiku v zmysle veľkého dynamického rozsahu, ako aj v zmysle veľmi rýchlych časových zmien priebehu signálu. V praxi je pre signál s veľkým dynamickým rozsahom, systémovo charakterizovaným parametrom PAPR - Peak to Average Power Ratio, problém implementovať lacný zosilňovač lineárny v celom rozsahu. Ak je charakteristika zosilňovača nelineárna, generujú sa pri zosilnení parazitné frekvencie spôsobujúce interferenciu medzi subkanálmi – tzv. ICI (Inter Carrier Interference). Tento druh interferencie môže vzniknúť aj v prijímači vďaka nedokonalosti oscilátorov – na znehodnotenie prenosu stačí minimálny drift ich frekvencií.

Tieto neduhy kladú až také vysoké nároky na analógové obvody, významne ich tým predražujú, že sa s použitím OFDM pre protiprúdny smer (Od mobilnej stanice k bázeovej stanici.) nepočíta ani v pripravovanom LTE.

Interferencia medzi subkanálmi (alebo subnosnými) vzniká vždy keď dochádza k strate ortogonalita nosných frekvencií. K tomu môže ale dôjsť nielen v obvodoch prijímača a vysielača, kde sa tento jav dá do určitej miery kontrolovať, ale čo je horšie aj v kanály vplyvom posunu nosných frekvencií v dôsledku Dopplerovho javu pri vzájomnom pohybe vysielača a prijímača. Pri rýchlych zmenách tohto pohybu je tento jav navyše časovo premenlivý a vyžaduje zložité metódy kompenzácie (52-54).

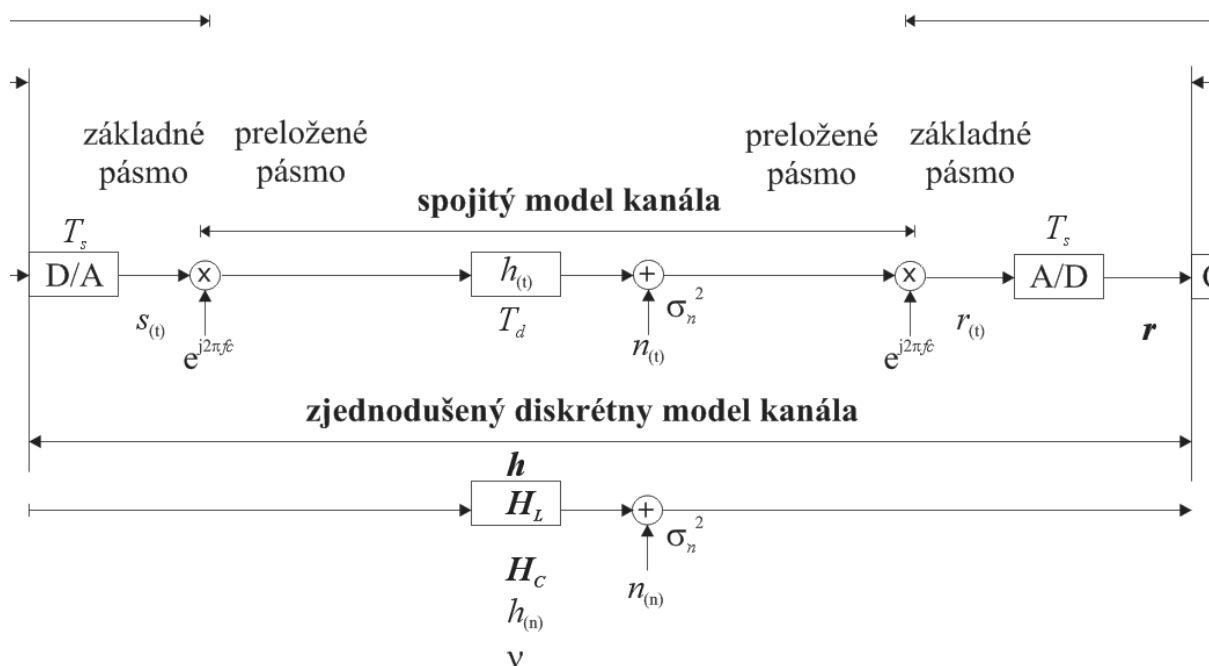
## 1.6 Modely OFDM systému

Pod pojmom model systému sa pre účely tejto práce myslí model vysielača, kanála a prijímača. Už uvedené modely vysielača a prijímača, prezentované na obr. 1.6 a 1.7 predstavujú základ pre modelovanie činnosti OFDM systému, pričom ďalšie funkčné bloky budú postupne pridávané. Okrem teoretických opisov musia byť jednotlivé funkčné bloky systému, ako aj model kanála implementované v simulačnom prostredí. Teoretickému opisu kanála a podrobnostiam implementácie sú vyhradené samostatné kapitoly. Na tomto mieste je vhodné bez bližšieho popisu uviesť prehľadnú blokovú schému aj so zobrazením označenia všetkých dátových entít na rozhraniach jednotlivých blokov systému, spolu so základnými parametrami jednotlivých blokov.



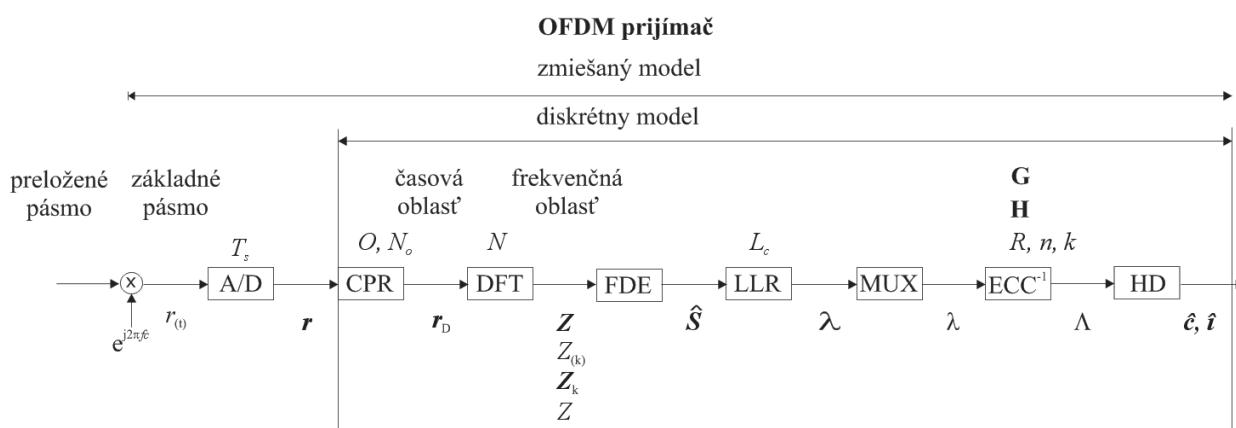
Obr. 1.8: Zmiešaný a diskretný model OFDM vysielača.

Pre svoj rozsah musí byť schéma rozdelená na tri menšie schémy zobrazujúce modely vysielača, kanála a prijímača.



Obr. 1.9: Spojitý a diskretný model kanála v OFDM.

Táto schéma by mala poslúžiť čitateľovi ako pomôcka pri orientácii v texte. Vyznačené symboly sú bližšie opísané v zozname použitých symbolov.



Obr. 1.10: Zmiešaný a diskretný model OFDM prijímača.

Zobrazené sú dva modely uvádzané v literatúre - prvý model je podrobnejší a popisuje systém a kanál v digitálnej ako aj analógovej podobe. Druhý jednoduchší model, ekvivalentný prvému, sa cielene vyhýba popisu signálov a sústav v spojitej analógovej podobe a sústreďuje sa na ich popis v diskretnéj časovej a frekvenčnej oblasti. V ďalších

kapitolách bude kladený dôraz na diskretný model prenosu v základnom pásme, ktorý je pre účely tejto práce dostatočne detailný.

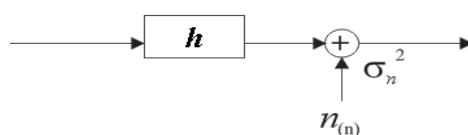
Ako je vidno z obrázkov, niektoré signály sú popísané viacerými modifikáciami toho istého znaku. Zdôvodnenie tohto postupu je najlepšie vysvetliť na príklade vysielaného digitálneho OFDM symbolu v časovej oblasti:  $s$  je označovaný vektorový tvar, teda takto sa označuje celý OFDM symbol zložený s  $N$  vzoriek.  $s_n$  je potom  $n$ -tá vzorka vektora  $s$ . Niekedy, najmä v prípadoch keď indexom je celý výraz môže byť  $n$ -tá vzorka označená aj s indexom v zátvorke:  $s_{(n)}$ . Podobný symbol  $s(n)$  označuje postupnosť vzoriek - funkciu  $n$  - premennej diskretného času. Symbolom  $s$  sa tiež označuje jedna vzorka vektora  $s$  vtedy, keď na jej indexe v rámci  $s$  nezáleží. Pretože v praktickom prenose je prenášaný celý tok - postupnosť OFDM symbolov, označenie  $s_n$  určuje  $n$ -tý OFDM symbol v rámci tejto postupnosti. Existuje snaha používať čo najjednoduchší tvar označenia, teda indexovať len tam, kde toto indexovanie potrebné pre vyjadrenie nejakej podstatnej vlastnosti systému.

# Kapitola 2

## Kanál v OFDM

Kanál pôsobí na prenášaný signál viacerými vplyvmi vnášajúcimi do prenosu chyby. Tieto vplyvy sú kategorizované pod niektorý z pojmov tlmenie, skreslenie a šum. Vo všeobecnosti sú všetky tieto vplyvy náhodnej povahy a meniace sa v čase. Pre špecifické scenáre použitia OFDM pri káblových a terestriálnych prenosoch je možné niektoré parametre nepriaznivých vplyvov odmerať alebo odhadnúť s dostatočnou presnosťou, takže je komunikačný systém schopný sa s nimi do určitej miery vyrovnáť. Pre digitálny prenos organizovaný do krátkych rámcov dĺžky rádovo milisekúnd je pri modelovaní kanála často používaný predpoklad konštantnosti charakteristík kanála trvajúcej počas prenosu jedného OFDM symbolu alebo celého rámca. Takýto kvázi-statický model kanála bude v nasledujúcom texte analyzovaný bližšie. Ako už bolo uvedené, celý OFDM prenos – signály spracovávané vysielačom aj prijímačom, ako aj efekty kanála, bude modelovaný pomocou signálov diskrétného času aj frekvencie a s nimi súvisiacej  $N$ -bodovej Diskrétnej Fourierovej Transformácie.

Táto kapitola popisuje postupne Aditívny Biely Gausovský Šum AWGN, pokračuje modelovaním viaccestného šírenia signálu v časovej a frekvenčnej oblasti a na záver stručne popíše efekty vznikajúce v mobilnom kanály vplyvom relatívneho pohybu vysielača a prijímača.



Obr. 2.1: Jednoduchý model kanála s viaccestným šírením.



## 2.1 AWGN kanál a AWGN šum

Základným modelom kanála popísaným v literatúre je kanál AWGN. Vyznačuje sa prítomnosťou AWGN šumu a absenciou všetkých ostatných nepriaznivých javov – útlm ani kreslenie signálu nie sú prítomné. V diskretnéj podobe je AWGN kanál popísaný prenosovou funkciou rovnou Kroneckerovmu jednotkovému impulzu:

$$h(n) = \delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

čomu vo frekvenčnej oblasti zodpovedá priebeh konštantný pre všetky frekvenčné zložky. Takýto priebeh impulznej odozvy umožňuje ju pri ďalších úvahách úplne zanedbať – podstatným parametrom AWGN kanála je Aditívny Biely Gausovský šum.

Jedná sa o vždy prítomný nekorelovaný náhodný proces zasahujúci všetky kanálové symboly, transformujúci sa v digitálnom prijímači do náhodnej postupnosti nezávislých diskretných náhodných premenných - digitálnych šumových vzoriek  $n$ . Podstatnou vlastnosťou bieleho šumu je skutočnosť, že rovnako intenzívne zasahuje všetky frekvenčné zložky prenášaného signálu. Hustota pravdepodobnosti AWGN šumu je popísaná normálnym rozdelením matematicky vyjadreným známym vzorcom:

$$n(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (2.2)$$

Kde  $\sigma_n^2$  je variancia a  $\mu$  stredná hodnota náhodného šumu. Napriek diskretnému modelu systému, rovnica (2.2) popisuje rozdelenie pravdepodobnosti pomocou spojitej premennej  $x$ . Je to preto, že pri modelovaní systémov sa často explicitne narába s diskretným časom a frekvenciou, zatiaľ čo diskretizácia hodnôt vzoriek – kvantovanie na reálne počítačom zobraziteľné úrovne sa mlčky ignoruje. Tento postup je motivovaný snahou o nezávislosť teoretického opisu signálov od šírky slova použitej pri implementácii systému. Jednotlivé diskretné vzorky signálu sú v reálnom prijímači kvantované na konečný a relatívne nízky počet úrovní, čo je pri návrhu konkrétnej implementácie potrebné zohľadniť. Pre účely tejto práce je ale rovnica (2.2) postačujúcou aproximáciou.

Gausovský šum má niekoľko príčin vzniku, pri OFDM systémoch málo podstatnou, avšak všadeprítomnou zložkou je tepelný šum spôsobený neustálym tepelným pohybom častíc ľubovoľného materiálu. Pretože voľné prostredie je spoločným médiom pre mnohé komunikačné systémy, je v praxi dominantnou zložkou šumu suma presluchov od nesúvisiacich prenosov iných komunikačných kanálov a systémov.

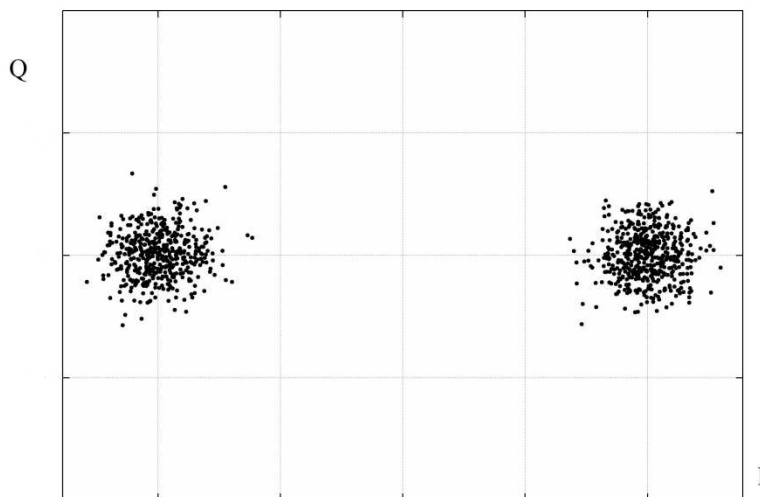
Nekorelovanosť AWGN šumu je spojená s jeho frekvenčnou spektrálnou charakteristikou, ktorej systémový parameter– výkonová hustota spektra  $\Phi(f)$  je konštantná v celom rozsahu frekvenčnej osi a pri má hodnotu:

$$\Phi(f) = \begin{cases} N_0, & \text{pri jednostrannej definícii spektra} \\ \frac{N_0}{2}, & \text{pri dvojstrannej definícii spektra} \end{cases} \quad (2.3)$$

Parameter šumu  $N_0$  v spojení s parametrom signálu  $E_b$  hrajú významnú úlohu v procese detekcie a pri implementácii simulácií systému a budú ešte spomínané v ďalšom texte.

AWGN je najpoužívanejším teoretickým univerzálnym modelom šumu. Jednou z nepresností, ktorými sa líši od reality, je práve stochastická nezávislosť po sebe nasledujúcich šumových vzoriek. V skutočnom kanály sa chyby často vyskytujú v náhodných zhlukoch, čo ale moderné systémy riešia pomocou premiešavania - interleavingu.

V popise OFDM je AWGN a šum vo všeobecnosti prítomný v časovej, ako aj frekvenčnej oblasti. Z obrázkov 1.9 a 1.10 je viditeľné, že časový priebeh šumu  $n_{(n)}$  (reálny alebo komplexný) sa pripočítava k signálu je v prijímači v bloku DFT transformovaný na komplexné vzorky  $N_{(k)}$  vo frekvenčnej oblasti. Prechod blokom Fourierovej transformácie zachováva vďaka centrálnej limitnej vete normálne rozdelenie náhodnej premennej (25).

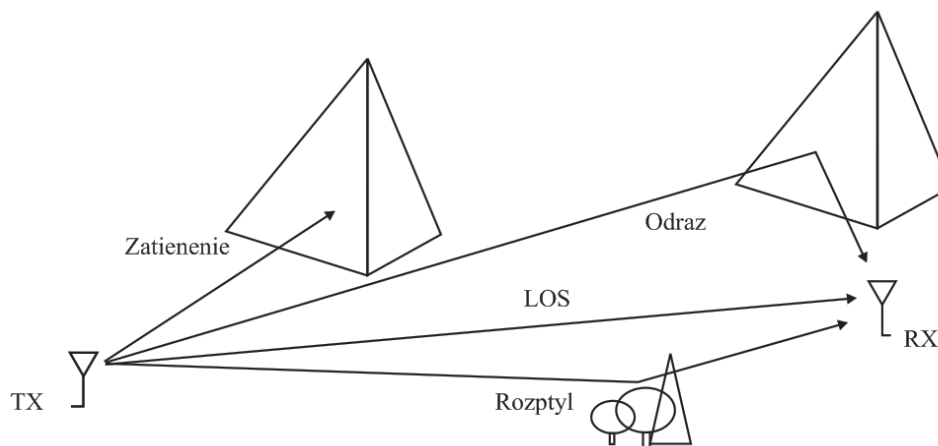


Obr. 2.2: Dvozmerný komplexný AWGN šum v prijímači.

Na obr. 2.2 je zobrazený AWGN šum superponovaný na BPSK modulovaný signál v signálovom priestore. Šum je rovnako ako signálový priestor dvozmerný - komplexný pričom výkon šumu je rovnomerne rozdelený medzi súfázou a kvadratúrnou zložkou.

## 2.2 Kanál s viaccestným šírením

Pri komunikácii vo voľnom prostredí sa signál šíri od vysielača k prijímaču viacerými cestami. Časť signálu sa šíri priamo, čo je označované ako priama viditeľnosť (Line Of Sight - LOS) alebo priama zložka (specular). Anténa vysielača však nesústreďuje všetku vyžarovanú energiu presne v smere tejto cesty, časť energie prototypu je vyžiarená do okolitého prostredia, kde môže dôjsť k niekoľkonásobným odrazom a následnému zachyteniu anténou prijímača. V mnohých prípadoch priama cesta medzi prijímačom a vysielačom ani neexistuje. Vtedy prijímač môže pozorovať len odrazené kópie vyslaného signálu, čo sa označuje ako Non-Line Of Sight (NLOS) komunikácia. V oboch prípadoch je signál na vstupe prijímača súčtom viacerých, rôzne časovo a fázovo posunutých a rôzne utlmených kópií vyslaného prototypu. Situáciu ilustruje obr. 2.3:



Obr. 2.3: Viaccestné šírenie pri bezdrôtovom prenose

Literatúra popisuje efekt viaccestného šírenia signálu v kanály pomocou lineárneho filtra s konečnou impulznou odpoveďou (FIR) (48, 28, 34). Signál pozorovaný na vstupe prijímača  $r(t)$  je výsledkom procesu konvolúcie vysielačného prototypu  $s(t)$  s impulznou odpoveďou  $h(t)$  popisujúcou kanál. Dĺžka impulznej odpovede  $T_d$ , vyjadrená v čase, predstavuje rozdiel medzi dobou šírenia sa kópie vyslaného prototypu, ktorá prichádza na vstup prijímača ako prvá, a kópie ktorá prichádza ako posledná. V praxi je  $T_d$  náhodná premenná systémovo popísaná svojím RMS - rozptylom oneskorenia (34). Konvolúcia je pre systémy spojitého času definovaná nasledovne:

$$r(t) = s(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot s(t - \tau) d\tau \quad (2.4)$$

V diskretnom prípade je proces konvolúcie popísaný ekvivalentne:

$$r_n = s_n * h_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_m \cdot s_{n-m} \quad (2.5)$$

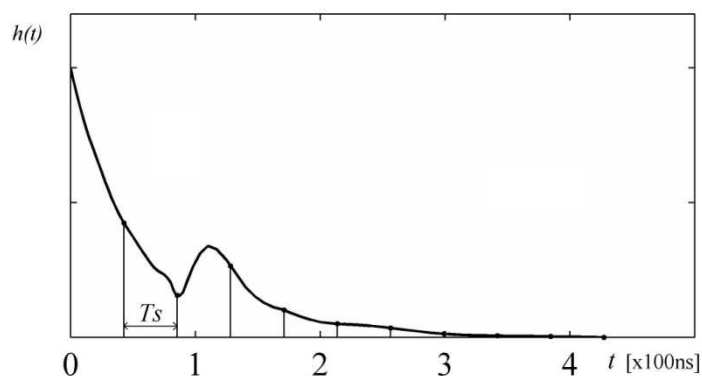
Na tomto mieste je vhodné zdôrazniť, že uvedené vzťahy definujú proces tzv. *lineárnej* konvolúcie, ktorá je vhodná na manipuláciu s neperiodickými signálmi. Rovnica (2.6) definuje *cyklickú* alebo *cirkulárnu* konvolúciu, popisujúcu prechod periodického diskretného signálu  $s(n)$  s periódou  $N$  sústavou s impulznou odpoveďou  $h(n)$ .

$$r_n = s_n \otimes h_n = \sum_{m=0}^{N-1} h_m \cdot s_{[(n-m) \bmod N]} \quad (2.6)$$

V diskretnnej oblasti je dĺžka impulznej odpovede vyjadrená počtom vzoriek  $v$ , závislým od hodnoty  $T_d$  a vzorkovacej frekvencie systému  $f_s$ , resp. periódy vzorkovania  $T_s$  :

$$v = \frac{T_d}{T_s} = T_d \cdot f_s \quad (2.7)$$

Časový priebeh spojitej  $h(t)$  spolu s naznačením vzorkovania ilustruje obr. 2.4, ktorý zobrazuje priebeh impulznej odpovede odvodenéj od definície bezdrôtového kanála typu A podľa ITU (35), popisujúceho šírenie sa signálu v kancelárskom prostredí vnútri budovy. Maximálna hodnota  $T_d$  pre toto prostredie je približne 400 ns, čo zodpovedá maximálnemu rozdielu vo vzdialenostiach prekonaných odrazenými kópiami vyslaného prototypu o hodnote 120 metrov.



Obr. 2.4: Priebeh impulznej odpovede kanála v spojitem aj diskretnom čase.

V ďalšom texte bude podľa toho či vo vysieláči je alebo nie je použité vkladanie cyklického prefixu vysielaný OFDM prototyp označovaný v súlade s obr. 1.8 buď  $s(n)$  alebo  $t(n)$ , alebo vo vektorovom tvare  $s$  a  $t$ , pričom vektor  $s$  je subvektorom vektora  $t$ .

## 2.3 Frekvenčný popis kanála s viaccestným šírením

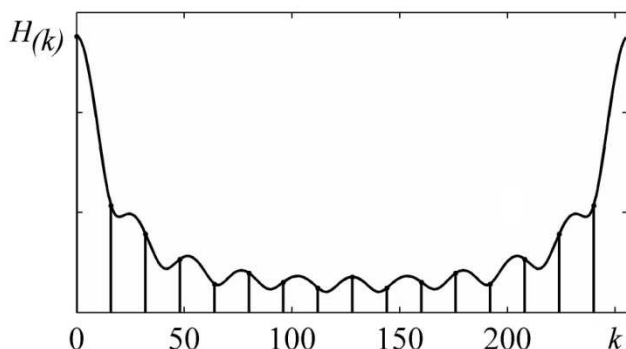
Kanál s viaccestným šírením je v časovej oblasti popísaný svojou diskretnou impulznou odpoveďou  $h(n)$  o dĺžke  $v$  vzoriek. Fourierova transformácia tejto funkcie popisuje kanál vo frekvenčnej oblasti. Správnou formou Fourierovej Transformácie je podrobnú teoretickú analýzu systému diskrétno-časového je FTD alebo Fourierova Transformácia signálov Diskrétno-časového (tiež označovaná ako Discrete-Time Fourier Transform DTFT) (28, 32) zobrazujúca postupnosť časových vzoriek  $h(n)$  na spojitý priebeh periodickej frekvenčnej charakteristiky  $H(e^{j2\pi fT_s})$  (32). V reálnych podmienkach komunikačného systému je ale možné použiť len  $N$ -bodovú DFT (Diskretnú Fourierovu Transformáciu) zobrazujúcu diskretný signál v časovej oblasti na diskretný signál vo frekvenčnej oblasti. V popise OFDM je vhodné použiť Normovanú  $N$ -bodovú DFT definovanú známym vzťahom:

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-\frac{j2\pi}{N}nk} \quad k=0,\dots,N-1 \quad (2.8)$$

A k nej prislúchajúcu normovanú inverznú transformáciu:

$$x_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{\frac{j2\pi}{N}nk} \quad n=0,\dots,N-1 \quad (2.9)$$

Pomocou DFT je možné získať  $N$ -bodovú aproximáciu frekvenčnej charakteristiky kanála s viaccestným šírením, pričom počet vzoriek diskretného signálu  $h(n)$ , nemusí byť totožný s rozmerom DFT. Z vlastností Fourierovej transformácie vyplýva, že aj menší počet vzoriek signálu  $h(n)$  je možné doplniť nulami a transformovať do frekvenčnej oblasti, pričom pri tomto postupe dochádza k interpolácii spektra (32) čo je viditeľné aj z obrázka 2.5

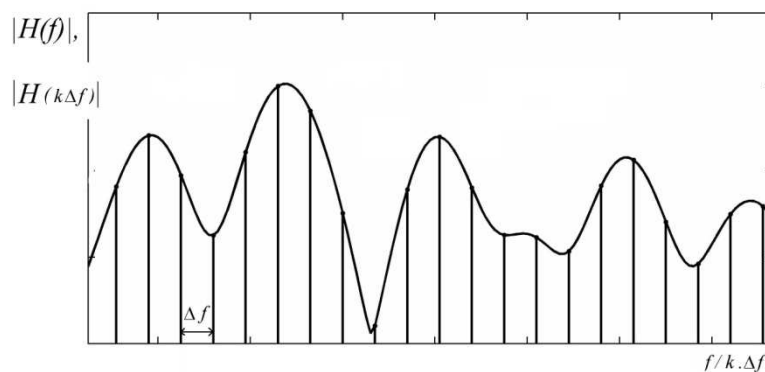


Obr. 2.5: Frekvenčná charakteristika kanála pre  $N = 256$  (spojitý priebeh) a  $N = 16$  (vzorky) bodovú DFT.

kde ten istý krátky vektor reprezentujúci časový priebeh  $h(n)$  z obr. 2.4 je transformovaný (po doplnení vhodným počtom núl) pomocou DFT s rôznymi hodnotami parametra  $N$ . Táto

flexibilita je dôležitá pri simuláciách činnosti OFDM systému, rovnako ako pri implementácii reálneho systému.

Dôležitý pri kanále s viaccestným šírením je fakt, že spektrum takéhoto kanála nie je konštantné – *kanál je frekvenčne selektívny*, čo znamená, že rôzne nosné frekvencie sú rôzne utlmené. Je úlohou prijímača sa s týmto negatívnym javom čo najefektívnejšie vysporiadať a ak je to možné, je vhodné aby aj vysielač prispôboval výkon signálov jednotlivých subkanálov podľa aktuálneho stavu kanála tak aby sa spektrum prijatého signálu približovalo spektru bieleho šumu (Shanonova water-filling theorem (45)). V literatúre sa takéto vysielanie prispôbené kanálu označuje ako power loading a jeho popis je mimo rozsah tejto práce. Procesu vyrovnávania vplyvu kanála – ekvalizácii v OFDM prijímači sa podrobne venuje kapitola 4.



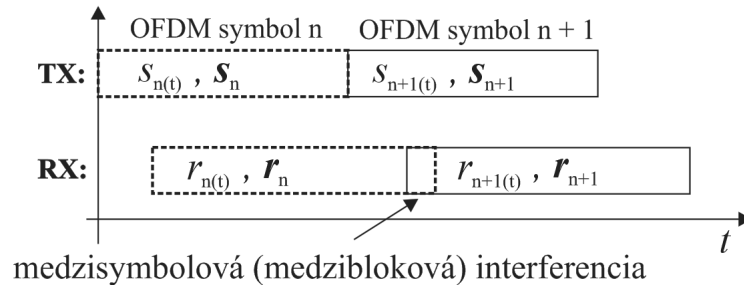
Obr. 2.6: Frekvenčná charakteristika frekvenčne selektívneho kanála v OFDM.

Obrázok 2.6 ilustruje frekvenčnú selektivitu kanála – OFDM je širokopásmový systém používajúci mnoho subkanálov. Ich nosné frekvencie sú zobrazené ako diskrétné čiarové spektrum s ortogonálnym rozstupom  $\Delta f$  definovaným v kapitole 1. Z obrázka je vidno, že rôzne subkanály sú zasiahnuté rôznymi hodnotami útlmu, ktorý je potrebné kompenzovať v prijímači. Obdobný princíp platí aj pre fázové frekvenčné spektrum.

## 2.4 Medzisympolová a medzibloková interferencia

V kanály s viaccestným šírením prichádza na vstup prijímača niekoľko rôzne oneskorených a utlmených kópii vyslaného prototypu. Prijímač pozoruje len súčet týchto posunutých signálov, popísaný konvolúciou v kanály. Výsledkom je, že pri časovom popise kanála s viaccestným šírením dochádza vplyvom konvolúcie s impulznou odpoveďou kanála k predĺženiu vyslaného prototypu. Dĺžka trvania prijímačom pozorovaného signálu  $r(t)$  je

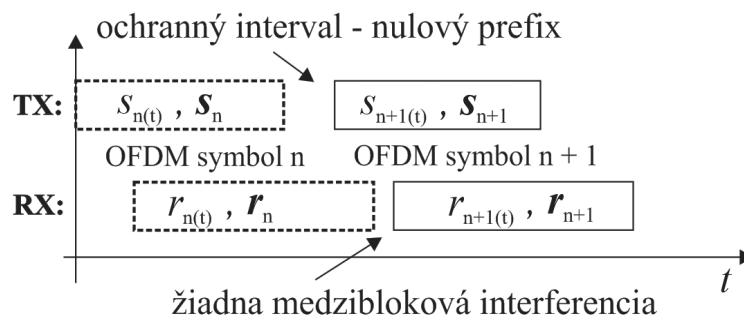
teda väčšia ako dĺžka trvania vysielaného signálu  $s(t)$ . To, spolu s faktom, že v reálnom dátovom prenose je vysielaný celý tok OFDM prototypov – sériovo jeden za druhým, vyúsťuje do javu medzysymbolovej interferencie, kedy sa prijatý OFDM symbol z časti prekrýva s predchádzajúcim (a aj nasledujúcim) OFDM symbolom v toku.



Obr. 2.7: Medzysymbolová a medzibloková interferencia v OFDM

Situáciu ilustruje obrázok 2.7, ktorého cieľom je zároveň priblížiť používané označenia symbolov. Vysielaný analógový prototyp je ako doteraz označovaný  $s(t)$  s tým rozdielom, že pri uvažovaní vysielania celého toku prototypov, sú tieto ešte indexované premennou  $n$ :  $s_n(t)$  je teda  $n$ -tý vysielaný analógový OFDM prototyp. Pretože je ale dôraz kladený na digitálne spracovanie, sú na obr. 2.7 uvedené aj označenia ekvivalentných digitálnych reprezentácií OFDM symbolov, ktoré sú opäť indexované v rámci ich sériového prenosu:  $s_n$  je  $n$ -tý prenášaný OFDM blok. Digitálny prototyp  $s_n$  je teda vektor  $N$ -vzoriek analógového prototypu  $s_n(t)$ . Medzysymbolovou interferenciou (Inter-Symbol Interference - ISI) sa označuje interferencia medzi analógovým tvarom prototypov, zatiaľ čo interferencia medzi ich digitálnymi tvarmi sa nazýva medzibloková interferencia (Inter-Block Interference IBI). Situácie sa ešte komplikuje tým, že aj medzi vzorkami vnútri jedného prenášaného digitálneho bloku prichádza vplyvom konvolúcie s impulznou odozvou kanála k interferencii, a tento druh interferencie sa opäť označuje ako medzysymbolová interferencia.

Okrem princípu vzniku IBI je z obr. 2.7 zrejmé aj triviálne riešenie tohto problému a to je nezačať vysielat' OFDM prototyp hneď po skončení odvysielania predchádzajúceho

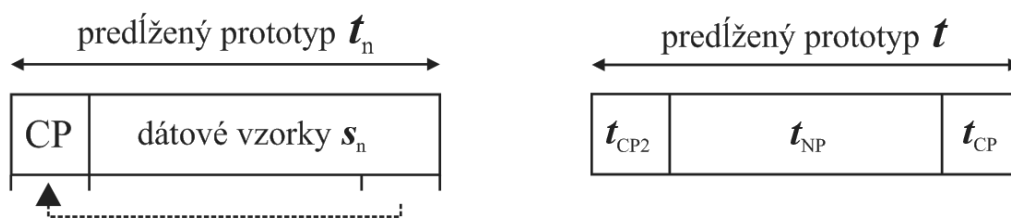


Obr. 2.8: Zabránenie IBI pomocou nulového prefixu.

prototypu, ale pred vysielaním počkať určitý čas, dlhší ako je hodnota časového rozťahnutia symbolu v kanály. Takýto postup, nazývaný aj nulový prefix, zobrazený na obr. 2.8, prináša dodatočnú odolnosť OFDM voči IBI, ale tým, že medzi intervaly vysielania vkladá ochranné intervaly ticha znižuje priepustnosť systému. V praxi sa nulový prefix v OFDM nepoužíva (27). Namiesto neho sa ale používa vkladanie cyklického prefixu.

## 2.5 Cyklický prefix

Rovnako ako použitie nulového ochranného intervalu medzi OFDM blokmi, je aj vkladanie cyklického prefixu je v OFDM motivované ochranou prenosu voči medzisymbolovej interferencii v kanály s viaccestným šírením. Vkladanie cyklického prefixu (CP) znamená, že určitý počet vzoriek z konca OFDM bloku je vo vysielajúci skopírovaný na začiatok bloku ako je viditeľné na obr. 2.9 vľavo.



Obr. 2.9: Vkladanie Cyklického Prefixu a rozdelenie takto ošetreného OFDM bloku na podbloky.

Tým sa vysielaný blok  $s$  predĺži o niekoľko vzoriek. Ak bude dĺžka cyklického prefixu vyjadrená počtom vzoriek  $O$ , a počet vzoriek prototypu  $s$  je rovný rozmeru Fourierovej Transformácie  $N$ , potom dĺžka cyklickým prefixom ošetreného bloku  $t$ , skutočne vysielaného do kanála, je rovná:

$$N_c = N + O \quad (2.10)$$

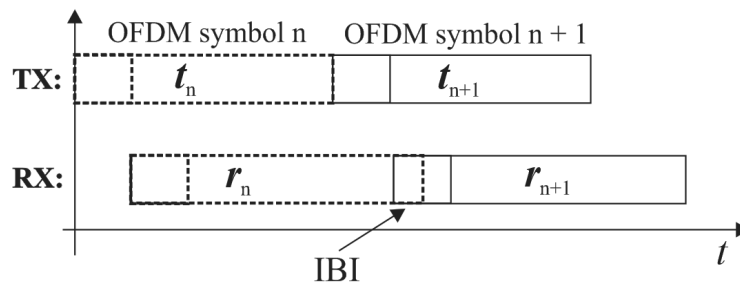
Ako ukazuje pravá časť obr. 2.9, vysielaný blok  $t$  obsahuje dve identické kópie vzoriek cyklického prefixu, pre ktoré platí:

$$t_{CP} = t_{CP2} \quad (2.11)$$

Jedna z nich predstavuje redundanciu OFDM systému. V praktických štandardoch je dĺžka cyklického prefixu pohyblivá a definovaná zlomkom počtu vzoriek užitočnej informácie – bloku  $s$ . Pre IEEE 802.16e je hodnota tohto zlomku prvkom množiny  $\{ 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 \}$ .



Predĺžené bloky  $t$  sú potom vysielané jeden za druhým ako ilustruje obr. 2.10, pričom dochádza k ich ďalšiemu predĺženiu vplyvom konvolúcie s  $h(n)$ . Znova teda dochádza k medziblokovej interferencii, ale za predpokladu, že dĺžka CP je väčšia ako dĺžka impulznej odozvy kanála, táto interferencia zasahuje len vzorky vloženého cyklického prefixu, ktoré sú aj tak redundantné. V prijímači sa celý redundantný blok cyklického prefixu zahadzuje a ďalej sa spracovávajú len vzorky patriace do dátového bloku  $s$ .



Obr. 2.10: Medzibloková interferencia pri použití cyklického prefixu.

Ako vidno obidva typy prefixu poskytujú rovnakú ochranu voči IBI. Motiváciou pre voľbu cyklického a nie nulového prefixu je podstatné zjednodušenie procesu ekvalizácie v prijímači ako je popísané v kapitole 4.

## 2.6 Ďalšie negatívne efekty kanála

Okrem AWGN a frekvenčnej selektivity pôsobia na signál v reálnom kanály ešte ďalšie nepriaznivé javy. Prvým z nich je impulzný šum – šum ktorý sa od AWGN odlišuje tým, že nezasahuje každý z vysielaných prototypov, ale len niektoré z nich. Tie vzorky ktoré zasiahne je potom možno považovať za úplne stratené. Impulzný šum vzniká najmä pri spínaní v silových rozvodoch a je možné ho modelovať pomocou váhovanej sumy Gausovských priebehov (25). V OFDM sa za impulzný šum dá považovať orezanie hodnôt najväčších vzoriek (clipping) vo výstupných obvodoch vysielča v dôsledku obmedzeného rozsahu analógového zosilňovača.

Okrem šumu je signál v mobilnom kanály znehodnotený aj iným spôsobom: Impulzná odpoveď mobilného kanála nie je vo všeobecnosti časovo invariantná, ale môže sa náhodne meniť počas vysielania prototypu. V kanály potom vznikajú úniky – krátke prechodné rapídne zvýšenia tlmenia – jav duálny k frekvenčnej selektivitve. Navyiac vplyvom vzájomného

relatívneho pohybu vysielača, prijímača aj prenosového média dochádza k zmene vo vnímaní frekvencií, čiže prijímaču sa javí vyslaný signál posunutý a rozťahnutý vo frekvenčnej oblasti. Tieto javy zastrešuje pojem Dopplerovho efektu, ktorý pri OFDM systémoch, veľmi citlivých na presné nastavenie frekvencií, môže kriticky zvýšiť chybovosť systému. Uvedené javy sú spolu s viaccestným šírením opísané Rayleigha a Riceovými modelmi šírenia signálu uvedenými v (34). Niekoľko moderných metód pre vysporiadanie sa s nimi uvádza literatúra (51,52).

Hodnoty parametrov nepriaznivých vplyvov mobilného kanála štandardizuje ITU do podoby niekoľkých modelov pre rôzne prostredia od statického kancelárskeho vnútri budovy, cez otvorené mestské prostredie s alebo bez priamej viditeľnosti, až po kanál popisujúci komunikáciu rýchlo sa pohybujúcej stanice (35).

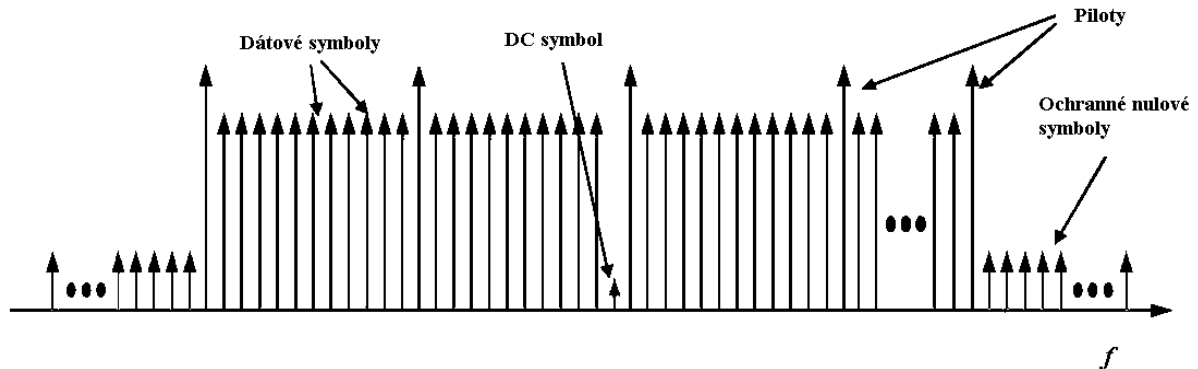
S pohľadu tejto práce *nie sú* všetky tieto nepriaznivé vplyvy principiálne spojené s prezentovaným návrhom modifikácie prijímača, preto sú len veľmi stručne zosumarizované v tejto podkapitole. Práca sa hlavne sústreďí na jav viaccestného šírenia a s ním súvisiacej frekvenčnej selektivity. Ak teda uvedené javy majú negatívny vplyv na chybovosť OFDM systému, budú mať proporčne negatívny vplyv aj na v neskorších kapitolách prezentovaný modifikovaný systém.

## 2.7 Použitie pilotov v OFDM

Pre účely odhadovania informácie o stave kanála (Channel State Information (CSI)) sa do OFDM symbolu pridávajú pilotné symboly – niektoré subkanály nie sú využité na prenos používateľských dát, ale hodnota vysielačného symbolu je pevne daná komunikačným protokolom. Prijímač teda pozná, aké hodnoty boli vyslané a po odmeraní prijatých hodnôt dokáže vypočítať odhad stavu kanála (27).

Obr. 2.11 zobrazuje približnú štruktúru OFDM symbolu vo frekvenčnej oblasti pre praktické použitie v systéme WiMax, ako je definované štandardom IEEE 802.16e (14). Napríklad pre 10 MHz kanál z 1024 subkanálov (subnosných) je na prenos užitočných dát použitých len 720. 120 nosných je použitých pre pilotné symboly a 184 nosných obsahuje nulové hodnoty, čiže neobsahujú žiadne dáta. Sú ale potrebné na vytvorenie ochranných

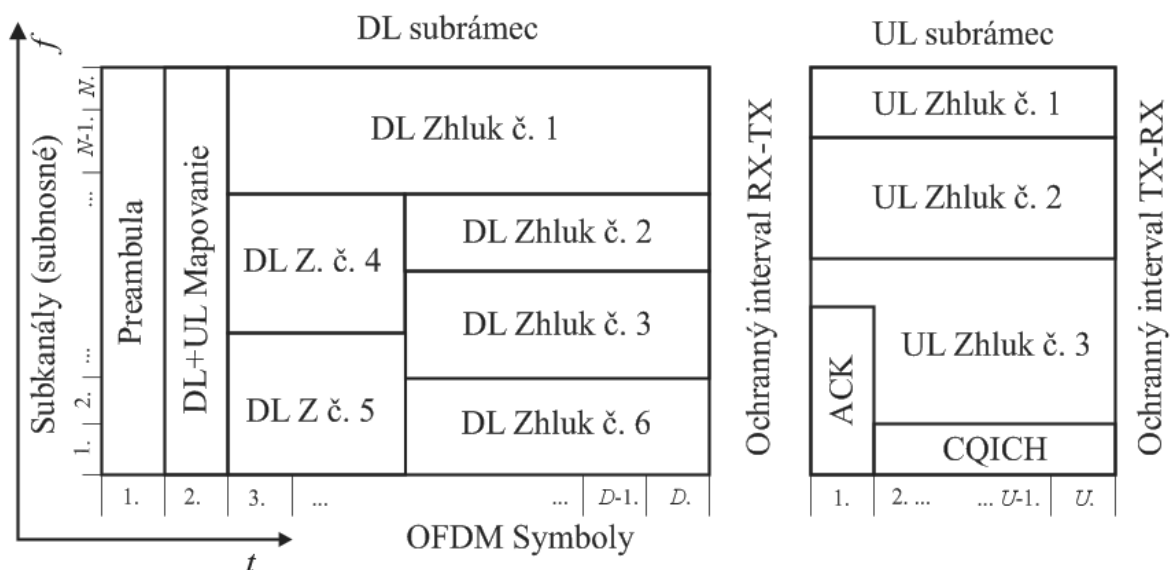
intervalov eliminujúcich interferenciu od systémov operujúcich v susediacich frekvenčných pásmach. Redundancia v takomto systéme je teda značná.



Obr. 2.11: Pilotné symboly a redundantné symboly vo frekvenčnom tvare OFDM symbolu vkladané v štandarde WiMAX.

## 2.8 Štruktúra rámca linkovej vrstvy nad OFDM

Na fyzickej vrstve sú OFDM symboly vysielané sériovo jeden za druhým. Protokol linkovej vrstvy pridáva do prenosu ďalšiu štruktúru – definuje protokolové dátové jednotky (PDU), pre druhú vrstvu nazývané aj rámce. Rôzne štandardy definujú rôzne formáty rámca. Príklad pre IEEE 802.16e zobrazuje obr. 2.12:



Obr. 2.12: Štruktúra TDD rámca IEEE 802.16e.

Ako vidno IEEE 802.16e používa pre komunikáciu medzi bázovou stanicou (BS) a mobilnými stanicami (MS) princíp časového duplexu (TDD) teda rámec je rozdelený na

poprúdný DL subrámeček, počas ktorého vysiela BS a MS prijímajú, a protiprúdný UL subrámeček kedy vysielajú mobilné stanice. Medzi UL a DL (a naopak) subrámečkami musí evidentne byť ochranný interval umožňujúci prešírenie signálu od (k) najvzdialenejších MS, ako aj prípadné prepnutie staníc z režimu vysielenia do režimu príjmu. Z obr. 2.12 ďalej vidno povinné položky obsiahnuté v každom rámci – preambulu umožňujúcu synchronizáciu staníc a hlavičku popisujúcu mapovanie skupín frekvencií a OFDM symbolov jednotlivým používateľom. Toto pole určuje tvary a presné hranice DL zhlukov v poprúdnom smere ako aj UL zhlukov v protiprúdnom smere. Jednej MS je teda pridelený jeden DL zhluk a podľa potreby aj UL zhluk. Veľkosť zhlukov sa adaptívne mení podľa aktuálnych komunikačných potrieb. V prípade potreby je možné alokovať celý rámec pre prenos jedinej stanice. Algoritmus, riadiaci toto mapovanie je implementovaný bázovou stanicou a nie je predmetom štandardizácie. Podobným spôsobom ako prezentovaný WiMax sa riadi aj LTE, ktoré ale používa princíp FDD, kde sú pre poprúdný a protiprúdný smer vyhradené samostatné kanály oddelené podľa princípu FDM.

Z obr. 2.12 je zrejmé, že napr. pole Preambula predstavuje nadbytočnosť. Ďalšiu redundanciu je možné nájsť vnútri jednotlivých zhlukov vo forme zabezpečenia pomocou samoopravného kódu (ECC) a ďalej v hlavičkách (Protocol Control Information (PCI)) vyšších vrstiev.

## 2.9 Formy redundancie v OFDM

Predchádzajúce podkapitoly prezentujú dva rôzne princípy nadbytočnosti prítomné v OFDM. Prvým je zopakovanie časti vzoriek OFDM symbolu pri vkladaní cyklického prefixu v kapitole 2.5. Druhým sú obmedzenia hodnôt. Ako uvádza 2.7, vo frekvenčnej oblasti sú obmedzené možné hodnoty niektorých nosných určených ako piloty pre odhad stavu kanála (CSI) v prijímači. V časovej oblasti sú definované obmedzenia tvorené záhlaviami (header) protokolových dátových jednotiek (PDU). Pri použití modelu TCP/IP sa jedná o hlavičky protokolov TCP, IP ako aj časť hlavičky protokolu druhej vrstvy. V rámci jedného TCP spojenia sú niektoré časti hlavičiek druhej a tretej vrstvy ako napr. adresy zdrojového a cieľového uzla konštantné, čo je možné vnímať ako obmedzenie. Ako hovorí teória translačných a transkontrolných kódov, obmedzenia v dátovom toku, zavedené kódom na základe obmedzení požadovaných kanálom je možné pri vhodnej konštrukcii dekodéra

využiť na zníženie chybovosti. Pri inom pohľade by bolo možné obmedzenia v hlavičkách vnímať ako obmedzenie kanála a pokúsiť sa navrhnúť metódu ich nového, pôvodne neplánovaného použitia.

Táto práca sa bude ďalej venovať len redundancii prítomnej vo forme cyklického prefixu. Motivácií tejto voľby je niekoľko. Prvou je samozrejme jednoduchšia potenciálna možnosť využitia tejto redundancie – cyklický prefix je prítomný v každom OFDM symbole na rovnakom mieste. Toto platí aj o pilotných a nulových symboloch. Tieto symboly ale nenesú žiadnu informáciu o užitočných dátach, takže na zníženie chybovosti sa dajú využiť nepriamo, napr. pri ich použití na skvalitnenie procesu ekvalizácie. Existujú publikácie (26), ktoré interpretujú nevyužitie všetkých frekvencií pri OFDM ako aplikáciu Reed-Solomonovho kódu nad komplexnými číslami. Tento postup je kompatibilný s riešením prezentovaným v tejto práci, teda ideálne by bolo dobré skombinovať obidva postupy. Pre náročnosť analýzy si ale využitie redundancie pilotov zasluhuje celú novú prácu.

Pri využití redundancia prítomnej v hlavičkách protokoloch vyšších vrstiev je situácia ešte zložitejšia, pretože ako ukazuje obr. 2.12, PDU vyšších vrstiev sú adaptívne mapované do rámcov druhej vrstvy, teda ich poloha je premenlivá. Druhým problémom pri využití redundancie protokolov, je jej možná neprítomnosť pri použití kompresie hlavičiek ako napr. známej Van-Jacobsonovej kompresie hlavičiek TCP/IP definovanej v RFC-1144 (74). Tretím problémom je komplikovanejšia implementácia prijímača, kedy by implementácia protokolu fyzickej vrstvy musela aktívne požadovať informácie od protokolu vyššej vrstvy. Tento princíp v podstate narúša model vrstvovej komunikácie, kedy vyššia vrstva je používateľom služieb nižšej vrstvy. Napriek tomu sa ukazuje, že postupy založené na obdobnom princípe, nazývanom aj cross-layer dizajn (75) môžu priniesť podstatné zlepšenie minimálne používateľského subjektívneho vnímania kvality služby .

## 2.10 Zhrnutie

Táto kapitola sa zaoberá popisom efektov kanála, typických pre nasadenie OFDM v bunkových systémoch ako je WiMax a LTE. Kanál s viaccestným šírením je opísaný v časovej aj frekvenčnej oblasti.

Text sa nezaobrá vyčerpávajúcim popisom negatívnych javov ovplyvňujúcich prenos, pretože tento je možné dohľadať v literatúre (34). Popisuje len javy podstatné pre pochopenie motivácie pre vkladania nadbytočnosti v súčasných OFDM systémoch a štandardoch.

Podkapitoly 2.5, 2.7 a 2.8 podrobnejšie analyzujú rôzne formy redundancie prítomné v OFDM a na základe nich je potom v 2.9 zvolený cyklický prefix ako najvhodnejší kandidát pre prakticky využiteľnú nadbytočnosť prítomnú v OFDM. Tým kapitola 2 napĺňa prvý cieľ práce.

## Kapitola 3

# Maticové modelovanie OFDM

Predchádzajúce kapitoly približujú základy fungovania OFDM vysielača a prijímača v prostredí kanála s viacestným šírením jednoduchou takmer intuitívnou formou. Aby bolo možné pochopiť dizajn realistického vysielača a prijímača a význam Cyklického Prefixu (CP) pre frekvenčnú ekvalizáciu, je potrebné vytvoriť formálny matematický popis činnosti jednotlivých blokov a tento použiť na modelovanie OFDM prenosu. Ako vhodná forma sa ukazuje použitie maticového počtu, do určitej miery popísané aj v literatúre (44,56). Zároveň je nutné maticovo opísať aj proces konvolúcie v kanály. Nasledujúce podkapitoly sa venujú maticovému opisu jednotlivých blokov OFDM a z neho vychádzajúcich modelov prenosu. Väčšinu funkčných blokov je možné opísať pomocou jednoduchého násobenia vstupného vektora maticou reprezentujúcou funkciu daného bloku čo je výhodné pre modelovanie kaskádneho radenia blokov. Takto modelovať je možné len systémy diskrétného času.

Najdôležitejšou časťou a hlavným originálnym prínosom tejto kapitoly je zavedenie rozdelenia - segmentácie konvolučnej matice kanála v 3.9, umožňujúce jednak pochopenie procesu frekvenčnej ekvalizácie, ako aj odvodenie algoritmov pre extrakciu informácie z interferenciou poškodeného prefixu v neskorších kapitolách. Hlavnou odlišnosťou tohto formálneho popisu od už publikovaných prác je explicitný dôraz na narábanie s redundantnou informáciou prítomnou vo forme cyklického prefixu. V literatúre (28, 44) existuje tendencia nevenovať popisu procesov vkladania a vyberania CP veľkú pozornosť s tým, že CP je dôležitý len na zabezpečenie potrebného cirkulantného tvaru matíc. Preto je v časti 3.2 prezentovaný aj vlastný maticový popis vkladania a vyberania CP. Rovnako je v

častiach 3.5 a 3.6 uvedený aj vlastný opis demultiplexora a multiplexora, už publikovaný autorom.

### 3.1 Maticový model DFT

Pre praktické použitie v systémoch diskretného času je definovaná diskretná forma Fourierovej transformácie DFT, transformujúca jednu periódu diskretného periodického signálu na jednu periódu jeho diskretného a periodického spektra. Postupnosť časových vzoriek má rovnakú periódu  $N$  ako postupnosť frekvenčných vzoriek. Priamu DFT definovanú sústavou rovníc (2.8) je možné jednoducho zapísať v maticovom tvare (28):

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 & & \omega^{N-1} \\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & & \omega^{2(N-1)} \\ \dots & & & & \\ 1 & \omega^{N-1} & \omega^{2(N-1)} & \dots & \omega^{(N-1)(N-1)} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

kde  $\omega$  je  $N$ -tá komplexná odmocnina z jednotky:

$$\omega = e^{-\frac{2\pi j}{N}} \quad (3.2)$$

Vzťah medzi vektorom  $\mathbf{x}$  vzoriek v časovej oblasti a jeho frekvenčným obrazom  $\mathbf{X}$  potom vyjadruje maticové násobenie:

$$\mathbf{X} = \mathbf{W} \times \mathbf{x} \quad (3.3)$$

Matica  $\mathbf{W}$  je unitárna matica, teda platí

$$\mathbf{W} \times \mathbf{W}^{\mathcal{H}} = \mathbf{W}^{\mathcal{H}} \times \mathbf{W} = \mathbf{I}_n \quad (3.4)$$

takže matica spätnej DFT - inverzná matica k matici  $\mathbf{W}$  je Hermitovskou transpozíciou - teda transpozíciou spojenou s komplexnou konjugáciou prvkov matice  $\mathbf{W}$  a spätná transformácia je opäť popísaná násobením matíc:

$$\mathbf{x} = \mathbf{W}^{\mathcal{H}} \times \mathbf{X} \quad (3.5)$$

Riadky matice  $\mathbf{W}$  predstavujú ortonormálnu bázu a násobenia týmito maticami zachovávajú Euklidovskú vzdialenosť vektorov a teda aj energiu (25).



## 3.2 Maticový model CP

Operácie vkladania cyklického prefixu a vyberania cyklického prefixu je tiež možné popísať jednoduchým násobením pomocou príslušnej matice.

Nech  $O$  je počet vzoriek cyklického prefixu. Ako je uvedené v predchádzajúcej kapitole, pri vkladaní CP sa tento počet vzoriek z konca vstupného vektora  $\mathbf{x}$  o dĺžke  $N$  skopíruje a predradí pred začiatok vektora. Túto procedúru popisuje matica  $\mathbf{\Omega}$  definovaná nasledovne:

$$\mathbf{\Omega}^{((N+O) \times N)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_O \\ & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

matica  $\mathbf{\Omega}$  má  $N + O$  riadkov a  $N$  stĺpcov a tvoria ju tri submatice:

Nulová matica  $\mathbf{0}$  o rozmeroch  $O \times N - O$ .

Jednotková matica - Matica identity  $\mathbf{I}_O$  o rozmeroch  $O \times O$ .

Matica identity  $\mathbf{I}_N$  o rozmeroch  $N \times N$ .

Matice identity obsahujú jednotky na hlavnej diagonále, všetky ostatné prvky sú nulové.

Vkladanie cyklického prefixu potom vyjadruje nasledujúca rovnica:

$$\mathbf{x}_{CP} = \mathbf{\Omega} \times \mathbf{x} \quad (3.7)$$

pričom vektor  $\mathbf{x}_{CP}$  je o  $O$  komponent dlhší ako vektor  $\mathbf{x}$ .

Podobne operáciu vyberania CP z predĺženého vektora  $\mathbf{x}_{CP}$  vyjadruje jednoduchá rovnica:

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Psi} \times \mathbf{x}_{CP} \quad (3.8)$$

Matica  $\mathbf{\Psi}$  má nasledujúci tvar:

$$\mathbf{\Psi}^{(N \times (N+O))} = [\mathbf{0}_1 \quad \mathbf{I}_N] \quad (3.9)$$

kde  $\mathbf{0}_1$  je nulová matica rozmerov  $N \times O$  a  $\mathbf{I}_N$  matica identity rozmerov  $N \times N$ .

Platí, že kaskádne radenie vkladania a vyberania CP zachováva pôvodný vektor. Toto je viditeľné aj v maticovom zápise. Platí:

$$\mathbf{\Psi} \times \mathbf{\Omega} = \mathbf{I}_N \quad (3.10)$$

Pretože matice nie sú štvorcové, maticu  $\mathbf{\Psi}$  je možné nazvať zovšeobecnenou inverziou matice  $\mathbf{\Omega}$ .

### 3.3 Maticový model premiešavača

Premiešavač (interleaver), nech už je motivácia jeho zaradenia do systému a implementácia akákoľvek, a jeho štruktúra pseudonáhodná alebo pravidelná obdĺžniková, vždy vykonáva permutáciu vstupujúcich symbolov. V maticovom počte je ľubovoľná permutácia modelovaná násobením štvorcovou permutačnou maticou  $\mathbf{\Pi}$ , čo je vlastne len permutovaná matica identity. Presnejšie pre ľubovoľnú permutáciu  $\pi: \{1, \dots, m\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$  teda funkciu priradujúcu číslu  $i \in \{1, \dots, m\}$  hodnotu  $\pi(i) \in \{1, \dots, m\}$  je permutačná matica rozmeru  $m \times m$  definovaná:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{\pi(1)} \\ \mathbf{e}_{\pi(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{\pi(m)} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

kde  $\mathbf{e}_i$  je  $i$ -ty prvok štandardnej bázy - riadkový vektor dĺžky  $m$  s hodnotou 1 na  $i$ -tej pozícii a nulovými ostatnými pozíciami:

$$\mathbf{e}_i = [0_1 \ \dots \ 0_{i-1} \ 1_i \ 0_{i+1} \ \dots \ 0_m] \quad (3.12)$$

Operácia premiešavania je potom opäť modelovaná ako jednoduché násobenie vektora maticou:

$$\mathbf{x}_I = \mathbf{\Pi} \times \mathbf{x} \quad (3.13)$$

Reverzná operácia odpremiešania (deinterleaving) v prijímači je ekvivalentne popísaná násobením inverznou maticou k matici  $\mathbf{\Pi}$ . Z definície matice  $\mathbf{\Pi}$  je zrejmé, že táto matica je invertovateľná a matica  $\mathbf{\Pi}^{-1}$  je opäť permutačná matica reprezentujúca inverznú permutáciu k  $\pi$ , ktorá vďaka evidentnej bijektivnosti funkcie  $\pi$  musí existovať. Získať inverznú maticu je veľmi jednoduché - podobne ako matica Fourierovej transformácie aj permutačná matica je unitárna a platí:

$$\mathbf{\Pi} \times \mathbf{\Pi}^H = \mathbf{\Pi}^H \times \mathbf{\Pi} = \mathbf{I}_n \quad (3.14)$$

Pretože prvky matice sú reálne čísla je Hermitovská transpozícia totožná z bežnou transpozíciou a matica  $\mathbf{\Pi}$  sa označuje ako ortogonálna.

### 3.4 Rotačná matica $\mathbf{R}$

Rotačná matica je špeciálnym prípadom už definovanej permutačnej matice  $\mathbf{\Pi}$  preusporiadajúcej prvky násobeného vektora. Je definovaná pomocou báзовých riadkových vektorov  $\mathbf{e}_i$  z rovnice (3.12) obsahujúcich okrem nulových komponent práve jednu jednotku na  $i$ -tom mieste:

$$\mathbf{R}_i^{(N \times N)} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{N-i+1} \\ \mathbf{e}_{N-i+2} \\ \vdots \\ \mathbf{e}_N \\ \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{N-i} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Dolný index pri symbole  $\mathbf{R}$  udáva, že takto definovaná rotačná matica implementuje operáciu cyklického posunu doprava o  $i$  miest. Pri formulácii rovníc pomocou stĺpcových vektorov je posun doprava ekvivalentný posunu nadol:

$$\mathbf{x}_{ROT} = \mathbf{R}_i \times \mathbf{x} \quad (3.16)$$

kde  $\mathbf{x}$  aj  $\mathbf{x}_{ROT}$  sú vektory rozmerov  $N \times 1$ . Pri použití riadkových vektorov je posun doprava potom formulovaný:

$$\mathbf{x}_{ROT} = \mathbf{x} \times \mathbf{R}_i^T \quad (3.17)$$

Transponovaná matica  $\mathbf{R}^T$  je zároveň inverznou maticou k matici  $\mathbf{R}$ .

Rotačná matica bude použitá neskôr pri popise konvolučnej matice a pri definícii kontrolnej matice LDPC kódov. Pre lepšie pochopenie štruktúry matice je vhodné uviesť príklad:

#### Príklad 3.1:

Nech dĺžka bloku  $\mathbf{x}$  je 4 vzorky, teda  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$  je stĺpcový vektor. Potom matica  $\mathbf{R}$  modelujúca cyklický posun o jednu pozíciu vektora  $\mathbf{x}$  nadol bude mať tvar:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A výsledkom dosadenia do (3.16) bude vektor  $\mathbf{x}_{ROT} = (x_4, x_1, x_2, x_3)^T$ . ■

### 3.5 Maticový model demultiplexora

Demultiplexor (DMX) rozdeľujúci rýchly dátový tok na niekoľko pomalších dátových tokov je možné modelovať pomocou maticového počtu, aj keď tentoraz už nie ako jednoduché násobenie matic. Problém spočíva v tom, že ak dáta rýchleho toku za zvolený časový interval modeluje vektor  $\mathbf{x}$ , tak pri zachovaní konzistencie označenia dáta niekoľkých pomalších dátových tokov demultiplexovaných z tohto vektora musí modelovať sústava vektorov s menším počtom komponent - teda matica  $\mathbf{X}$ . Stĺpce matice  $\mathbf{X}$  zodpovedajú jednotlivým subtokom - podblokom vektora  $\mathbf{x}$ . Nech  $N \times k$  je počet prvkov vektora  $\mathbf{x}$  je celočíselným násobkom počtu subtokov  $k$ . Potom matica  $\mathbf{X}$  má rozmery  $N \times k$ . Rovnica (3.18) s naznačenými rozmermi vektorov a matic ukazuje, prečo maticu  $\mathbf{X}$  požadovaných rozmerov nie je možné vyjadriť z vektora  $\mathbf{x}$  pomocou jednoduchého vynásobenia transformačnou maticou  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{X}^{(m \times 1)} = \mathbf{A}^{(m \times (N \times k))} \times \mathbf{x}^{((N \times k) \times 1)} \quad (3.18)$$

Z definície násobenia matic je zrejmé, že pre násobením vektora  $\mathbf{x}$  ľubovoľnou transformačnou maticou nie je možné získať výslednú maticu  $\mathbf{X}$  o inom počte stĺpcov ako 1.

Pre popis demultiplexora je preto potrebné použiť postupnosť elementárnych maticových operácií:

1. Násobenie maticou výberu podbloku  $\mathbf{S}_i$  definovanou:

$$\mathbf{S}_i = [\mathbf{0}_1 \quad \dots \quad \mathbf{0}_{i-1} \quad \mathbf{I}_i \quad \mathbf{0}_{i+1} \quad \dots \quad \mathbf{0}_k] \quad (3.19)$$

Kde prvky  $\mathbf{S}_i$  v rovnici (3.19) sú štvorcové matice rozmeru  $N$ ,  $\mathbf{0}$  označuje nulové matice a  $\mathbf{I}$  maticu identity. Násobenie vektora  $\mathbf{x}$  maticou  $\mathbf{S}_i$  vyberie z  $\mathbf{x}$   $i$ -ty podblok dĺžky  $N$ :

$$\mathbf{x}_i^{(N \times 1)} = \mathbf{S}_i^{(N \times (N \times k))} \times \mathbf{x}^{((N \times k) \times 1)} \quad (3.20)$$

2. Násobenie vektora  $\mathbf{x}_i$  z prava riadkovým vektorom  $\mathbf{e}_i$  o dĺžke  $k$ , kde štruktúra  $\mathbf{e}_i$  je definovaná v (3.12), zabezpečí jeho transformáciu na  $i$ -ty stĺpec matice  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X}_i^{(N \times k)} = \mathbf{x}_i^{(N \times 1)} \times \mathbf{e}_i^{(1 \times k)} \quad (3.21)$$

Matica  $\mathbf{X}_i$  je čiastková matica obsahujúca len jeden nenulový stĺpec -  $\mathbf{x}_i$  -  $i$ -ty subvektor vektora  $\mathbf{x}$ . Stĺpec matice  $\mathbf{X}_i$  reprezentuje dáta jedného subtoku.

3. Pre získanie výslednej matice  $\mathbf{X}$ , obsahujúcej všetky subbloky je potrebné sčítať jednotlivé čiastkové matice  $\mathbf{X}_i$ :

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^k \mathbf{X}_i = \sum_{i=1}^k (\mathbf{S}_i \times \mathbf{x}) \times \mathbf{e}_i = \sum_{i=1}^k \mathbf{S}_i \times \mathbf{x} \times \mathbf{e}_i \quad (3.22)$$

Výsledná matica  $\mathbf{X}$  obsahuje všetky komponenty vektora  $\mathbf{x}$  usporiadané do blokov-stĺpcov matice  $\mathbf{X}$ . Takýto demultiplexor vykonáva demultiplexovanie po blokoch, teda  $N$  po sebe idúcich vzoriek signálu prideluje všetky jednému subtoku. V praxi sa môžu ukázať výhodnejšie iné implementácie, napríklad demultiplexovanie po symboloch, kde po sebe idúce symboly sú demultiplexované na rozdielne toky. Takúto implementáciu, a aj rôzne ďalšie varianty, je možné modelovať predradením vhodne zvoleného premiešavača pred demultiplexor. Premiešavač je popísaný jednoduchým násobením príslušnou permutačnou maticou v (3.13).

Dosadením rovnice (3.13) do (3.22) je možné získať univerzálny popis demultiplexora pomocou operácií násobenia a sčítania matíc:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^k \mathbf{S}_i \times \mathbf{\Pi} \times \mathbf{x} \times \mathbf{e}_i \quad (3.23)$$

Činnosť DMX a jeho matematický popis je vhodné demonštrovať na príklade.

### Príklad 3.2:

Nech vektor  $\mathbf{x}$ , popisujúci blok dátového toku s vysokou prenosovou rýchlosťou pozostáva s 12 digitálnych vzoriek  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_{12})^T$ . Nech takýto tok je demultiplexovaný na 3 dátové toky s tretinovou rýchlosťou modelované ako stĺpce matice  $\mathbf{X}$  o rozmeroch  $4 \times 3$ . Potom vektor výberu prvého podbloku má tvar:

$$\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Vektory  $\mathbf{S}_2$  a  $\mathbf{S}_3$  sú pre úsporu miesta vynechané. Bázové vektory pre polohovanie podbloku do matice sú nasledovné:

$$\mathbf{e}_1 = [1 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{e}_2 = [0 \ 1 \ 0] \quad \mathbf{e}_3 = [0 \ 0 \ 1]$$

A výsledné čiastkové matice obsahujú podbloky reprezentujúce vzorky jednotlivých subtokov:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x_1 & 0 & 0 \\ x_2 & 0 & 0 \\ x_3 & 0 & 0 \\ x_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0 & x_5 & 0 \\ 0 & x_6 & 0 \\ 0 & x_7 & 0 \\ 0 & x_8 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{X}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & x_9 \\ 0 & 0 & x_{10} \\ 0 & 0 & x_{11} \\ 0 & 0 & x_{12} \end{bmatrix}$$

Súčtom čiastkových matic je matica  $\mathbf{X}$  reprezentujúca 3 dátové toky demultiplexované po blokoch - každý stĺpec obsahuje vzorky jedného podbloku vektora  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_5 & x_9 \\ x_2 & x_6 & x_{10} \\ x_3 & x_7 & x_{11} \\ x_4 & x_8 & x_{12} \end{bmatrix}$$

Pre demultiplexovanie po symboloch je potrebné vektor  $\mathbf{x}$  vopred prenásobiť permutačnou maticou:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Takto permutovaný vektor má tvar:

$$\mathbf{x}_P = [x_1 \ x_4 \ x_7 \ x_{10} \ x_2 \ x_5 \ x_8 \ x_{11} \ x_3 \ x_6 \ x_9 \ x_{12}]^T$$

Po aplikácii rovnice (3.23) so zachovaním matic  $\mathbf{S}_i$  a  $\mathbf{e}_i$  z predchádzajúcej časti tohto príkladu je výsledkom matica pre demultiplexovanie po symboloch:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \\ x_7 & x_8 & x_9 \\ x_{10} & x_{11} & x_{12} \end{bmatrix}$$

■

### 3.6 Maticový model multiplexora

Multiplexovanie (MUX) je inverzný proces k procesu demultiplexovania, teda spájanie viacerých pomalších dátových tokov do jedného rýchlejšieho toku. Úlohou procesu MUX je transformovať maticu  $\mathbf{X}$  do tvaru pôvodného vektora  $\mathbf{x}$ . Matematický popis multiplexovania vychádza z už uvedeného popisu DMX a používa rovnaké nástroje - matice  $\mathbf{S}_i$  a  $\mathbf{e}_i$  definované v (3.19) a (3.12). Proces DMX bol popísaný ako prvý, pretože aj v OFDM kaskáde je vykonávaný ako prvý vo vysieláči, zatiaľ čo proces MUX je posledným procesom v prijímači.

Pre získanie pôvodného vektora  $\mathbf{x}$  z matice  $\mathbf{X}$  je potrebné vykonať nasledujúce kroky:

1. Maticu  $\mathbf{X}$  z prava násobiť transponovanými vektormi  $\mathbf{e}_i$ . Toto násobenie vyberá z matice  $\mathbf{X}$   $i$ -ty stĺpec a jeho výsledkom je podblok  $\mathbf{x}_i$  definovaný v (3.20):

$$\mathbf{x}_i^{(N \times 1)} = \mathbf{X}^{(N \times k)} \times \mathbf{e}_i^{T(k \times 1)} \quad (3.24)$$

2. Tento podblok je nutné správne umiestniť do vektora  $\mathbf{x}$ , čo je možné dosiahnuť pre násobením transponovanou maticou  $\mathbf{S}_i$ :

$$\mathbf{r}_i^{((N \times k) \times 1)} = \mathbf{S}_i^T ((N \times k) \times N) \times \mathbf{x}_i^{(N \times 1)} \quad (3.25)$$

Čiastkový vektor  $\mathbf{r}_i$  má rozmery pôvodného vektora  $\mathbf{x}$  a obsahuje  $i$ -ty podblok  $\mathbf{x}_i$  dĺžky  $N$  na mieste, odkiaľ bol tento podblok v procese DMX vybraný:

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{i-1} \\ \mathbf{x}_i \\ \mathbf{0}_{i+1} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_k \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

V rovnici (3.26) symboly  $\mathbf{0}$  označujú nulové stĺpcové vektory dĺžky  $N$ .

3. Výsledný multiplexovaný (rekonštruovaný) vektor  $\mathbf{x}$  je potom súčtom čiastkových vektorov  $\mathbf{r}_i$ :

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^k \mathbf{r}_i = \sum_{i=1}^k \mathbf{S}_i^T \times (\mathbf{X} \times \mathbf{e}_i^T) = \sum_{i=1}^k \mathbf{S}_i^T \times \mathbf{X} \times \mathbf{e}_i^T \quad (3.27)$$

Rovnica (3.27) opäť popisuje multiplexovanie po blokoch. Pre ostatné formy multiplexovania je ešte potrebné výsledok (3.27) prenásobiť permutačnou maticou inverznou

$$\text{k matici z (3.23):} \quad \mathbf{x} = \mathbf{H}^{-1} \times \left( \sum_{i=1}^k \mathbf{S}_i^T \times \mathbf{X} \times \mathbf{e}_i^T \right) \quad (3.28)$$

### 3.7 Maticový model konvolúcie

Rovnice (2.5) a (2.6) definujú lineárnu aj cirkulárnu konvolúciu diskretných signálov, pričom takto definovaná lineárna konvolúcia popisuje šírenie sa bloku na výstupe vysielača  $s$  kanálom s viaccestným šírením. Rovnice sú uvedené vo všeobecnom tvare, pričom označenia symbolov vo vzťahoch korešpondujú s označením zavedeným v kapitole 1.6.

Ako už bolo uvedené, komunikácia v OFDM je blokovo orientovaná teda prenos je rozdelený na postupnosť OFDM symbolov, pričom každý z nich je v diskretnej podobe reprezentovaný konečným počtom vzoriek – vektorom (blokom) komplexných čísel  $s$  alebo  $t$ . V súlade s označením v kapitole 1.6 symbol  $s$  označuje blok časových vzoriek pred ošetrením cyklickým prefixom a symbol  $t$  je blok po pridaní prefixu.

Rovnica (3.29) popisuje lineárnu konvolúciu prefixom ošetreného bloku  $t$  dĺžky  $N_c = N + O$  s impulznou odpoveďou kanála  $h$  dĺžky  $\nu$ :

$$r_n = \sum_{m=1}^{\nu} h_m \times t_{n-m+1}, \quad n = 1, \dots, N_c + \nu - 1 \quad (3.29)$$

Pozornému čitateľovi iste neušiel drobný rozdiel v dolnom indexe medzi rovnicami (3.29) a (2.5). Tento rozdiel je spôsobený variabilitou v číslovaní komponent vektorov. V literatúre (28) uvádzaný tvar rovníc (2.5) a (2.6) používa číslovanie od nuly, zatiaľ čo táto kapitola ako aj zvyšok práce používajú číslovanie komponent vektorov začínajúce jednotkou. Tento postup je motivovaný snahou o dodržanie kompatibility so simulačným prostredím použitým na verifikáciu výsledkov v neskorších kapitolách.

Nasledujúce odstavce popisujú proces konvolúcie v kanály pomocou násobenia matíc. Presnejšie násobenia vektora na výstupe vysielača  $t$  maticou reprezentujúcou operáciu konvolúcie  $\mathbf{H}_L$ . Pre nájdenie tejto matice stačí rozpísať rovnice (3.29) pre každú vzorku prenášaného vektora:



$$\begin{aligned}
r_1 &= h_1 \cdot t_1 \\
r_2 &= h_1 \cdot t_2 + h_2 \cdot t_1 \\
r_3 &= h_1 \cdot t_3 + h_2 \cdot t_2 + h_3 \cdot t_1 \\
&\dots \\
r_{N_c+\nu-1} &= h_\nu \cdot t_{N_c}
\end{aligned}$$

Obr. 3.1: Sústava rovníc popisujúca činnosť kanála pre jednotlivé vzorky vyslaného prototypu.

Usporiadáním tejto sústavy do maticového tvaru je možné pri uvažovaní stĺpcových tvarov vektorov získať nasledujúci maticovú rovnicu (príklad pre konkrétne hodnoty  $\nu = 4$  a  $N_c = 8$ ):

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ r_5 \\ r_6 \\ r_7 \\ r_8 \\ r_9 \\ r_{10} \\ r_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_4 & h_3 & h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_4 & h_3 & h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_4 & h_3 & h_2 & h_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_4 & h_3 & h_2 & h_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & h_3 & h_2 & h_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & h_3 & h_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & h_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \\ t_7 \\ t_8 \end{bmatrix}$$

Obr. 3.2: Konvolučná matica lineárnej konvolúcie v kanály.

Ako vidno rozmery matice popisujúcej konvolúciu sú dané dĺžkou prenášaného bloku a dĺžkou impulznej odpovede kanála a to: Počet stĺpcov matice je rovný dĺžke  $N_c$  vektora  $\mathbf{t}$  a počet riadkov matice je zväčšený o hodnotu zodpovedajúcu predĺženiu vektora vplyvom konvolúcie s  $\mathbf{h}$ :

$$|\mathbf{r}| = N_c + \nu - 1 \quad (3.30)$$

Matica reprezentujúca lineárnu konvolúciu má vždy zovšeobecnenú Toeplitzovu štruktúru. Zovšeobecnenú, pretože literatúra (44) definuje Toeplitzovu maticu ako štvorcovú. Pri tejto štruktúre majú všetky prvky na diagonále rovnakú hodnotu a toto platí pre všetky diagonály matice:

$$\mathbf{T}^{(m \times n)} = \begin{bmatrix} a_0 & a_{-1} & a_{-2} & \cdots & a_{-n+1} \\ a_1 & a_0 & a_{-1} & \ddots & \vdots \\ a_2 & a_{-1} & a_0 & \ddots & a_{-2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & a_{-1} \\ a_{m-1} & \cdots & a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Teda pre prvky  $a_{i,j}$  matice  $\mathbf{T}$  platí :

$$a_{i,j} = a_{i-1,j-1}, \quad i = 2 \dots m, \quad j = 2 \dots n \quad (3.32)$$

Vo všeobecnosti je teda lineárna konvolúcia v kanály popísaná maticovou rovnicou :

$$\mathbf{r}^{((Nc+v-1) \times 1)} = \mathbf{H}_L^{((Nc+v-1) \times Nc)} \times \mathbf{t}^{(Nc \times 1)} \quad (3.33)$$

Rovnica (3.33) vyjadruje aj rozmery vektorov konzistentne s označením v kapitole 1.6.

Matica  $\mathbf{H}_L$  je plne určená svojím prvým stĺpcom. Každý ďalší stĺpec je cyklickým posuvom (rotáciou) nadol predchádzajúceho stĺpca. Formálne je možné vyjadriť maticu  $\mathbf{H}_L$  pomocou rotačnej matice  $\mathbf{R}$  modelujúcej cyklický posun o jedno miesto nadol :

$$\mathbf{H}_L = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_P & \mathbf{R} \times \mathbf{h}_P & \mathbf{R}^2 \times \mathbf{h}_P & \dots & \mathbf{R}^{Nc-1} \times \mathbf{h}_P \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

kde  $\mathbf{h}_P$  je stĺpcový vektor dopĺňujúci impulznú odpoveď kanála  $\mathbf{h}$  o  $Nc - 1$  nulových miest:

$$\mathbf{h}_P = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \dots & h_v & 0_1 & \dots & 0_{Nc-1} \end{bmatrix}^T \quad (3.35)$$

Ako ukazuje (3.34), cyklický posun o  $i$  miest je možné modelovať opakovaným násobením maticou  $\mathbf{R}$  definujúcou posun o jednu pozíciu, teda umocňovaním matice  $\mathbf{R}$ .

Ako násobenie konvolučnou maticou je možné vyjadriť aj cyklickú konvolúciu, popisujúcu prechod periodického signálu filtrom (kanálom) s impulznou odpoveďou  $\mathbf{h}$ . Pri takomto prechode začne časť vzoriek z jednej periódy signálu, v dôsledku predĺženia

spôsobeného konvolúciou na výstupe kanála zasahovať do nasledujúcej periódy signálu. S uvažovaním číslovania komponent vektorov začínajúcim od 1 a označenia symbolov z kapitoly 1.6 prejde sústava rovníc (2.6) do tvaru:

$$r_n = \sum_{m=1}^{\nu} h_m \times s_{[(n-m) \bmod N]+1}, \quad n = 1, \dots, N \quad (3.36)$$

Po rozpísaní jednotlivých rovníc a ich usporiadaní do maticového tvaru je možné cyklickú konvolúciu opísať štvorcovou konvolučnou maticou  $\mathbf{H}_c$  o rozmere rovnom dĺžke periódy  $N$ . Perióda signálu sa vplyvom prechodu kanálom nemení. Matica  $\mathbf{H}_c$  má špeciálnu cirkulantnú štruktúru :

$$\mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_\nu & \dots & h_2 \\ h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_\nu & \dots \\ \dots & h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_\nu \\ h_\nu & \dots & h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_\nu & \dots & h_2 & h_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_\nu & \dots & h_2 & h_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_\nu & \dots & h_2 & h_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_\nu & \dots & h_2 & h_1 \end{bmatrix}$$

Obr. 3.3: Cirkulantná konvolučná matica pre periodický signál.

Presnejšie ide o špeciálny prípad štvorcovej Toeplitzovej matice plne definovanej jediným svojím stĺpcom:

$$\mathbf{H}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_p & \mathbf{R} \times \mathbf{h}_p & \mathbf{R}^2 \times \mathbf{h}_p & \dots & \mathbf{R}^{N-1} \times \mathbf{h}_p \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Kde vektor  $\mathbf{h}_p$  je (podobne ako  $\mathbf{h}_p$  z (3.35)) stĺpcový vektor dopĺňujúci impulznú odpoveď kanála  $\mathbf{h}$  o  $N-\nu$  nulových miest:

$$\mathbf{h}_p = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & \dots & h_\nu & 0_1 & \dots & 0_{N-\nu} \end{bmatrix}^T \quad (3.38)$$

Cirkulantná štruktúra matice  $\mathbf{H}_c$  zohľadňuje prekrytie vzoriek z viacerých periód vstupného signálu – na obr. 3. 3 je toto naznačené v pravom hornom rohu. Tento typ matíc má vlastnosti dôležité pri analýze diskretných periodických signálov pomocou DFT, bližšie popísané v kapitole o ekvalizácii v OFDM.

### 3.8 Segmentácia matice

Pre účely formálneho opisu existujúceho postupu frekvenčnej ekvalizácie, či novo navrhovaných algoritmov eliminácie medziblokovej interferencie IBI a extrakcie užitočnej informácie zo vzoriek cyklického prefixu, je potrebné striktne definovať rozdelenie matice kanála na submatice a rozdelenie jednotlivých vektorov  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{t}$  a  $\mathbf{r}$  na subvektory tak, aby bolo možné modelovať prenos použitím maticových rovníc vyjadrených pomocou submatíc a subvektorov. Najprv je potrebné všeobecne definovať rozdelenie matice na sieť submatíc.

Nech  $\mathbf{A} = (a_{ij})$  je matica komplexných čísel:  $a_{ij} \in \mathbb{C}$  rozmerov  $R \times S$ :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1S} \\ a_{21} & & & a_{2S} \\ \vdots & & & \\ a_{R1} & a_{R2} & \dots & a_{RS} \end{bmatrix}$$

Je možné definovať usporiadané množiny rozmerov  $M_b$  a  $N_b$ :

$$M_b = \{ r_1, r_2, \dots, r_m \}, \text{ kde } \forall r_i > 0, \sum r_i = R \text{ a } |M_b| = m \quad (3.39)$$

a

$$N_b = \{ s_1, s_2, \dots, s_n \}, \text{ kde } \forall s_i > 0, \sum s_j = S \text{ a } |N_b| = n \quad (3.40)$$

Množina  $M_b$  je množina rozmerov skupín riadkov a množina  $N_b$  je predstavuje rozmery skupín stĺpcov.  $m$  je počet skupín riadkov a  $n$  je počet skupín stĺpcov.

Rozdelenie matice  $\mathbf{A}$  podľa skupín riadkov a stĺpcov definuje sieť disjunktých submatíc rozdeľujúcu maticu  $\mathbf{A}$  na bloky:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \dots & \mathbf{A}_{1n} \\ \mathbf{A}_{21} & & & \mathbf{A}_{2n} \\ \vdots & & & \\ \mathbf{A}_{m1} & \mathbf{A}_{m2} & \dots & \mathbf{A}_{mn} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

kde každý prvok blokovej matice  $\mathbf{A}$  je matica  $\mathbf{A}_{ij}$  o rozmeroch  $r_i \times s_j$ .

Toto rozdelenie umožňuje rovnicu násobenia ľubovoľného vektora  $\mathbf{x}$  maticou  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \times \mathbf{x} \quad (3.42)$$

kde  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{y}$  sú stĺpcové vektory rozmerov  $S \times 1$  a  $R \times 1$ , vyjadriť pomocou blokovej reprezentácie matice  $\mathbf{A}$ , pričom množina  $N_b$  rozdeľuje vektor  $\mathbf{x}$  na subvektory  $\mathbf{x}_1$  až  $\mathbf{x}_n$  a  $\mathbf{x}_j$  má rozmery  $1 \times s_j$ :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{s_1} \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_{s_1+1} \\ \vdots \\ x_{s_1+s_2} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} x_{s_1+s_2+\dots+s_{n-1}} \\ \vdots \\ x_{s_1+s_2+\dots+s_n} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{S-1} \\ x_S \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Vektor  $\mathbf{x}$  je podľa (3.43) možné vnímať ako vektor dĺžky  $n$ , ktorého každý prvok je opäť vektor. Vektor  $\mathbf{x}$  je teda zreťazením vektorov  $\mathbf{x}_1$  až  $\mathbf{x}_n$ . Takto definované zreťazenie vektorov bude pre potreby ďalšieho textu označené operátorom zreťazenia  $\|$ , takže zápis:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1 \| \mathbf{x}_2 \| \dots \| \mathbf{x}_{n-1} \| \mathbf{x}_n]^T$$

bude považovaný za formuláciu ekvivalentnú zápisu (3.43). V tomto zápise sú čiastkové vektory považované za riadkové, výsledný vektor za stĺpcový. Tento zápis, poprípade zápis bez zdôraznenie transpozície bude v ďalšom používaný na vyjadrenia zreťazenia vektorov bez ohľadu na to či sú definované ako riadkové alebo stĺpcové. V prípade možných nezrovnalostí budú uvedené aj rozmery vektorov.

Obdobne množina  $M_b$  rozdeľuje vektor  $\mathbf{y}$  na subvektory  $\mathbf{y}_1$  až  $\mathbf{y}_m$  a vektor  $\mathbf{y}$  je zreťazením týchto vektorov. Rovnicu (3.42) je potom možné vyjadriť pomocou sústavy rovníc pre subvektory vektorov  $\mathbf{x}$  a  $\mathbf{y}$  a submatice matice  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^n \mathbf{A}_{ij} \times \mathbf{x}_j \quad i = 1, 2 \dots m. \quad (3.44)$$

Situáciu je opäť najvhodnejšie ilustrovať príkladom.

### Príklad 3.3:

Nech matica  $A$  je definovaná nasledovne :

$$A^{(4 \times 5)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{bmatrix}$$

A nech vektor

$$y = [y_1, y_2, y_3, y_4]^T$$

je výsledkom násobenia vektora  $x$  maticou  $A$ .

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T.$$

Nech množina rozmerov skupín riadkov  $M_b = \{1, 2, 1\}$  a nech množina rozmerov skupín stĺpcov  $N_b = \{2, 3\}$ . Takto určené rozmery skupín jednoznačne rozdeľujú maticu  $A$  na sieť submatic:

$$A^{(4 \times 5)} = \left[ \begin{array}{cc|ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} A_{11}^{(1 \times 2)} & A_{12}^{(1 \times 3)} \\ A_{21}^{(2 \times 2)} & A_{22}^{(2 \times 3)} \\ A_{31}^{(1 \times 2)} & A_{32}^{(1 \times 3)} \end{array} \right]$$

Kde horný index pri každej submatici označuje rozmery tejto submatice. Tieto definície rozmerov skupín rovnako určujú rozdelenie vektorov  $x$  a  $y$  na subvektory:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ kde } x_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ a } x_2 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \text{ kde } y_1 = [y_1], y_2 = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}, y_3 = [y_4]$$

Vzorec (3.44) potom definuje tri maticové rovnice:

1.

$$y_1 = A_{11} \times x_1 + A_{12} \times x_2 = [a_{11} \quad a_{12}] \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [a_{13} \quad a_{14} \quad a_{15}] \times \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \dots$$

$$\dots = y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + a_{14} \cdot x_4 + a_{15} \cdot x_5$$

2.

$$\mathbf{y}_2 = \mathbf{A}_{21} \times \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{22} \times \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{33} & a_{34} & a_{35} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \dots$$

$$\dots = \begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + a_{24} \cdot x_4 + a_{25} \cdot x_5 \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + a_{34} \cdot x_4 + a_{35} \cdot x_5 \end{bmatrix}$$

3.

$$\mathbf{y}_3 = \mathbf{A}_{31} \times \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_{32} \times \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} a_{41} & a_{42} \\ a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \dots$$

$$\dots = y_4 = a_{41} \cdot x_1 + a_{42} \cdot x_2 + a_{43} \cdot x_3 + a_{44} \cdot x_4 + a_{45} \cdot x_5$$

A vektor  $\mathbf{y}$  je potom zrežaním čiastkových vektorov, pričom označenie  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1 \parallel \mathbf{y}_2 \parallel \mathbf{y}_3)^T$  znamená:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{y}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}$$

■

### 3.9 Segmentácia matice kanála

Segmentácia matice popísaná v predchádzajúcom odstavci je základom pre presný opis rozdelenia matice kanála reprezentujúcej lineárnu konvolúciu vysielaných dát - OFDM blokov s impulznou odpoveďou kanála s viaccestným šírením. V tejto práci sú zavedené dve rozdelenia matice  $\mathbf{H}_L$  - prvé z nich, uvedené nižšie, slúži na lepšie pochopenie princípov frekvenčnej ekvalizácie, popísanej v nasledujúcej kapitole. Druhé rozdelenie, definované v neskorších kapitolách, je kompatibilné s prvým rozdelením v tom zmysle, že rozmery a umiestnenie podstatných submatíc matice kanála zostanú zachované. Ide teda o doplnenie

prvej segmentácie - zhustenie siete submatic pre účely neskoršej eliminácie medziblokovej interferencie a umožnenie extrakcie užitočnej informácie z cyklického prefixu.

Prvé rozdelenie spolu s násobením vektora  $\mathbf{t}$  maticou  $\mathbf{H}_L$  naznačuje obrázok:

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{t}_{CP2} \quad \mathbf{t}_{NP} \quad \mathbf{t}_{CP} \\
 \times \\
 \begin{array}{c}
 \mathbf{r}_{CP} \\
 \mathbf{r}_D \\
 \mathbf{r}_T
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 \text{šedá} & & \\
 \hline
 & \mathbf{H}_L & \\
 \hline
 & & \text{šedá} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Obr. 3.4: Grafické zobrazenie násobenia vysielaného vektora  $\mathbf{t}$  konvolučnou maticou kanála. Šedá plocha naznačuje nenulové prvky matice. Naznačená je aj segmentácia matice presne definovaná v ďalšom texte.

Ako už bolo uvedené, vektor  $\mathbf{t}$  predstavuje vysielaný OFDM prototyp ošetrený cyklickým prefixom. Dĺžka tohto vektora je  $N_c = N + O$  kde  $N$  je rozmer použitej Fourierovej transformácie a  $O$  je dĺžka cyklického prefixu. V reálnom nasadení je  $N$  zväčša mocninou dvoch a pohybuje sa od hodnoty 52 v 802.11a (39) po 2048 v 802.16e (15). Dĺžka cyklického prefixu je zväčša definovaná ako zlomok  $N$ , ktorého hodnoty sú prvkom množiny  $\{1/4, 1/8, 1/16, 1/32\}$  (14). Vektor  $\mathbf{t}$  je teda stĺpcový vektor a ako bolo uvedené v kapitole 2.5 a ako naznačuje obr. 3.4 je vhodné ho rozdeliť na tri subvektory  $\mathbf{t}_{CP}$ ,  $\mathbf{t}_{NP}$  a  $\mathbf{t}_{CP2}$  kde vektor  $\mathbf{t}_{CP2}$  je kópiou vektora  $\mathbf{t}_{CP}$  a dĺžka oboch vektorov je  $O$  komponent. Keďže vektor  $\mathbf{t}$  vzniká z vektora  $\mathbf{s}$  pridaním CP - skopírovaním bloku  $\mathbf{t}_{CP}$  a predradením pred začiatok, je možné napísať nasledujúce rovnice:

$$\mathbf{t}^{((N+O) \times 1)} = \mathbf{\Omega}^{((N+O) \times N)} \times \mathbf{s}^{(N \times 1)} \quad (3.45)$$

Kde  $\mathbf{\Omega}$  je matica vkladania CP definovaná v podkapitole 3.2. Ďalej evidentne:

$$\mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} = \mathbf{t}_{CP}^{(O \times 1)} \quad (3.46)$$

Vektor  $\mathbf{s}$  je zreťazením vektorov  $\mathbf{t}_{NP}$  a  $\mathbf{t}_{CP}$ :

$$\mathbf{s}^{(N \times 1)} = \left[ \mathbf{t}_{NP}^{((N-O) \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{CP}^{(O \times 1)} \right] \quad (3.47)$$

a vektor  $\mathbf{t}$  je zreťazením vektora  $\mathbf{t}_{CP2}$  a  $\mathbf{s}$ :

$$\mathbf{t}^{((N+O) \times 1)} = \left[ \mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel \mathbf{s}^{(N \times 1)} \right] = \left[ \mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{NP}^{((N-O) \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{CP}^{(O \times 1)} \right] \quad (3.48)$$



Takto definované rozdelenie vektora  $\mathbf{t}$  určuje množinu rozmerov skupín stĺpcov  $N_b = \{O, N-O, O\}$  podľa (3.40). Pre vytvorenie segmentácie matice kanála  $\mathbf{H}_L$  je ešte potrebné určiť množinu rozmerov skupín riadkov  $M_b$ . Táto množina je daná praktickým fungovaním OFDM prijímača: Prijímač zahadzuje prvých  $O$  vzoriek patriacich do cyklického prefixu, pretože týchto  $O$  vzoriek môže byť poškodených medziblokovou interferenciou od predchádzajúceho OFDM bloku. Vysielaný blok  $\mathbf{t}$  sa vplyvom konvolúcie s  $\mathbf{h}$  predĺži o  $\nu-1$  vzoriek ( $\nu$  je dĺžka  $\mathbf{h}$ ) pričom vzorky  $N_c + 1$  až  $N_c + \nu - 1$  interferujú so vzorkami cyklického prefixu nasledujúceho bloku a prijímač ich tiež zahadzuje. Odrezanie vzoriek cyklického prefixu  $n$ -tého OFDM bloku teda zároveň odreže aj presahujúce vzorky  $(n-1)$ -ého bloku. Prijatý vektor  $\mathbf{r}$  je potom možné rozdeliť na subvektory nasledovne:

$$\mathbf{r}^{((N_c+\nu-1)\times 1)} = \left[ \mathbf{r}_{CP}^{(O\times 1)} \parallel \mathbf{r}_D^{(N\times 1)} \parallel \mathbf{r}_T^{((\nu-1)\times 1)} \right] \quad (3.49)$$

V súlade s predchádzajúcim popisom sú subvektory  $\mathbf{r}_{CP}$  a  $\mathbf{r}_T$  v prijímači zahadzované, pričom  $\mathbf{r}_{T(n-1)}$  je odrezaný naraz spolu so subvektorom  $\mathbf{r}_{CP_n}$  pri spracovaní  $n$ -tého bloku a  $\mathbf{r}_{Tn}$  je odrezaný naraz s  $\mathbf{r}_{CP(n+1)}$  pri spracovaní  $(n+1)$ -ého bloku. Rozdelenie prijatého vektora  $\mathbf{r}$  určuje množinu rozmerov skupín riadkov  $M_b = \{O, N, \nu-1\}$  a spolu s  $N_b$  aj segmentáciu matice lineárnej konvolúcie modelujúcej kanál s viaccestným šírením  $\mathbf{H}_L$ :

$$\mathbf{H}_L^{((N_c+\nu-1)\times N_c)} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11}^{(O\times O)} & \mathbf{H}_{12}^{(O\times(N-O))} & \mathbf{H}_{13}^{(O\times O)} \\ \mathbf{H}_{21}^{(N\times O)} & \mathbf{H}_{22}^{(N\times(N-O))} & \mathbf{H}_{23}^{(N\times O)} \\ \mathbf{H}_{31}^{((\nu-1)\times O)} & \mathbf{H}_{32}^{((\nu-1)\times(N-O))} & \mathbf{H}_{33}^{((\nu-1)\times O)} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Z definície matice  $\mathbf{H}_L$  (3.34) sa pri uvážení parametrov  $O$  a  $\nu$  dajú formulovať tvrdenia o štruktúrach jednotlivých submatic. Nech je splnená podmienka, že dĺžka cyklického prefixu je navrhnutá tak, že plne eliminuje medziblokovú interferenciu:

$$\nu \leq O + 1 \quad (3.51)$$

Potom matice  $\mathbf{H}_{12}$ ,  $\mathbf{H}_{13}$ ,  $\mathbf{H}_{31}$  a  $\mathbf{H}_{32}$  budú vždy nulové matice. Pre ďalšiu analýzu sú dôležité najmä matice  $\mathbf{H}_{11}$  a  $\mathbf{H}_{33}$ .  $\mathbf{H}_{11}$  je dolná trojuholníková matica obsahujúca prvky impulznej odpovede  $\mathbf{h}$ :

$$\mathbf{H}_{11}^{(O \times O)} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & & 0 \\ \vdots & h_1 & 0 & & \\ h_v & & \ddots & 0 & \\ 0 & & & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & & & h_1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_v & \dots & h_1 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

a  $\mathbf{H}_{33}$  je zovšeobecnená horná trojuholníková matica opäť obsahujúca prvky impulznej odpovede:

$$\mathbf{H}_{33}^{((v-1) \times O)} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & h_v & h_{v-1} & \dots & h_3 & h_2 \\ 0 & & & 0 & h_v & \ddots & & h_3 \\ \vdots & & & & 0 & \ddots & & \vdots \\ & & & & & \ddots & h_v & h_{v-1} \\ 0 & 0 & \dots & & & & 0 & h_v \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Matica  $\mathbf{H}_{33}$  je zovšeobecnená trojuholníková, pretože nie je štvorcová.

V prípade,  $v = O + 1$ , teda maximálnej možnej dĺžky  $\mathbf{h}$ , budú obe matice  $\mathbf{H}_{11}$  a  $\mathbf{H}_{33}$  trojuholníkové matice rozmerov  $O \times O$ . Toto je neformálne naznačené aj na obrázku 3.4. Posledný riadok matice  $\mathbf{H}_{11}$  nebude obsahovať žiadne nulové prvky a bude tvorený len vzorkami  $\mathbf{h}$  (bez poslednej vzorky  $h_v$ ). Podobne prvý riadok matice  $\mathbf{H}_{33}$  bude celý tvorený len prvkami  $\mathbf{h}$  (okrem prvej vzorky  $h_1$ )

Segmentácia matice  $\mathbf{H}_L$  na submatice definovanú v (3.50) a rozdelenie vyslaného a prijatého vektora na podbloky (3.48), (3.49) sú použité v nasledujúcej kapitole na formálny popis jednej z hlavných výhod OFDM systému - výpočtov nenáročnej ekvalizácie vo frekvenčnej oblasti. Pre pohodlie čitateľa je vhodné demonštrovať segmentáciu matice  $\mathbf{H}_L$  na príklade.

#### Príklad 3.4:

Nech rozmer Fourierovej transformácie v OFDM systéme  $N = 10$  a nech veľkosť cyklického prefixu je  $O = 4$  vzorky. Nech dĺžka impulznej odpovede kanála s viaccestným šírením je

- Menšia ako maximálna povolená:  $v = 3 < O$ .
- Maximálna pri akej ešte CP plne potláča IBI:  $v = 5 = O + 1$ .

Potom segmentáciu matice  $\mathbf{H}_L$  (3.50) pre prípad a) naznačuje nasledujúci obrázok:

		$t$				$s$									
		s7	s8	s9	s10	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
$r_D$	$r$	r1	h1												
	r2	h2	h1												
	r3	h3	h2	h1											
	r4		h3	h2	h1										
	r <sub>D1</sub>	r5			h3	h2	h1								
	r <sub>D2</sub>	r6				h3	h2	h1							
	r <sub>D3</sub>	r7					h3	h2	h1						
	r <sub>D4</sub>	r8						h3	h2	h1					
	r <sub>D5</sub>	r9							h3	h2	h1				
	r <sub>D6</sub>	r10								h3	h2	h1			
	r <sub>D7</sub>	r11										h1			
	r <sub>D8</sub>	r12										h2	h1		
	r <sub>D9</sub>	r13										h3	h2	h1	
	r <sub>D10</sub>	r14											h3	h2	h1
		r15												h3	h2
		r16													h3

Obr. 3.5: Rozdelenie matice  $H_L$  na submatice pre  $N = 10$ ,  $O = 4$  a  $v = 3 < O$ .

Obr. 3.5 naznačuje aj rozdelenie vektorov  $t$  a  $r$ , pričom v prijímači je ďalej spracovávaný len vektor  $r_D$  a zvyšné vzorky vektora  $r$  sú zahadzované. Prázdne miesta v matici  $H_L$  znamenajú nulové hodnoty na príslušných súradniciach. Matica je rozdelená na sieť  $3 \times 3$  submatic.

Pre prípad b) je segmentácia matice kanála nasledovná:

		$t$				$s$									
		s7	s8	s9	s10	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
$r_D$	$r$	r1	h1												
	r2	h2	h1												
	r3	h3	h2	h1											
	r4	h4	h3	h2	h1										
	r <sub>D1</sub>	r5	h5	h4	h3	h2	h1								
	r <sub>D2</sub>	r6		h5	h4	h3	h2	h1							
	r <sub>D3</sub>	r7			h5	h4	h3	h2	h1						
	r <sub>D4</sub>	r8				h5	h4	h3	h2	h1					
	r <sub>D5</sub>	r9					h5	h4	h3	h2	h1				
	r <sub>D6</sub>	r10						h5	h4	h3	h2	h1			
	r <sub>D7</sub>	r11							h5	h4	h3	h2	h1		
	r <sub>D8</sub>	r12								h5	h4	h3	h2	h1	
	r <sub>D9</sub>	r13									h5	h4	h3	h2	h1
	r <sub>D10</sub>	r14										h5	h4	h3	h2
		r15											h5	h4	h3
		r16												h5	h4
		r17													h5
		r18													

Obr. 3.6: Rozdelenie matice  $H_L$  na submatice pre  $N = 10$ ,  $O = 4$  a  $v = O + 1 = 5$ .

V praxi bude podmienka  $v < O$  takmer vždy splnená pričom rozmery matíc budú podstatne väčšie. ■

### 3.10 Zhrnutie

V tejto kapitole boli formálne matematicky popísané všetky podstatné bloky OFDM systému. Maticové modely Fourierovej transformácie, permutácie, a rotácie ako aj lineárnej a cyklickej konvolúcie sú všeobecne známe a tu sú uvedené pre úplnosť formálneho popisu, zatiaľ čo modely operácii vkladania a vyberania cyklického prefixu v 3.2 a maticový opis multiplexora, demultiplexora v 3.5 a 3.6 sú vlastné, a v rámci doktorandského štúdia už boli publikované autorom v (1).

Ďalej bola v 3.9 zavedená vlastná nová segmentácie konvolučnej matice kanála a vektorov reprezentujúcich dáta v OFDM blokoch a podblokoch. Pri tomto opise je kladený dôraz na redundanciu prítomnú v cyklickom prefixe umožňujúci odvodenie algoritmov pre extrakciu informácie z interferenciou poškodeného prefixu v neskorších kapitolách. Týmto kapitola 3 naplňa druhý cieľ práce. Uvedená maticová reprezentácia výrazne ovplyvňuje aj implementáciu a dizajn simulačných skriptov použitých na verifikáciu správnej činnosti nového navrhovaného OFDM prijímača.

# Kapitola 4

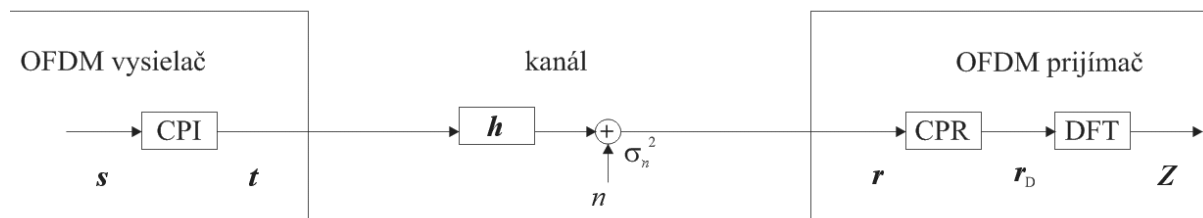
## Ekvalizácia v OFDM

V predchádzajúcich kapitolách bolo popísané prostredie kanála s viacestným šírením v ktorom sú OFDM systémy často nasadzované alebo je ich nasadenie plánované. Rovnako bol uvedený aj formálny matematický popis jednotlivých blokov systému a maticový model kanála s viacestným šírením. Táto kapitola spája formálny popis blokov do celku a prezentuje maticové modely OFDM prenosu. S využitím segmentácie matice kanála a rozdelenia vektorov reprezentujúcich bloky OFDM je na vybranom modely prezentovaný jednoduchý algoritmus frekvenčnej ekvalizácie známy z literatúry (27,28). Popis tohto algoritmu formulovaný pomocou maticového počtu a definícií z predchádzajúcej kapitoly je priamočiary a ľahko pochopiteľný a uľahčuje pochopenie všetkých súvislostí.

Digitálny prenos toku - postupnosti OFDM symbolov cez kanál je modelovaný diskretnou konvolúciou s impulznou odpoveďou kanála  $h$  a následným pripočítaním Aditívneho Bieleho Gausovského Šumu  $n$  (AWGN), pričom popis ďalších negatívnych vplyvov kanála je mimo rozsah tejto práce. Úlohou prijímača je kompenzovať vplyv kanála, čo pri uvedenom modely znamená korigovať vplyv konvolúcie s  $h$  a s ňou súvisiacej frekvenčnej selektivity kanála. Ďalej sa prijímač musí vysporiadať s náhodnými chybami prenosu vznikajúcimi vplyvom pridaného šumu - aplikovať algoritmus dekódovania samoopravného kódu. Navyše obidve úlohy je nutné vzhľadom na obmedzenú výpočtovú kapacitu mobilnej stanice, limitovanú výkonom procesora a najmä kapacitou batérie, realizovať čo najefektívnejšie.

Táto kapitola kladie dôraz na prvú z úloh – potlačenie skreslenia spôsobeného frekvenčnou selektivitou kanála, pričom uvažuje aproximáciu v podobe perfektnej znalosti

stavu kanála (Channel State Information CSI) v prijímači. Vzhľadom na svoj rozsah sa nezaobera metódami hľadania CSI. Ďalšie úvahy budú používať nasledujúci diskretný vektorový model kanála:



Obr. 4.1: Kanál s viaccestným šírením v OFDM .

Kde vektor  $s$  je blok dĺžky  $N$  vzoriek OFDM symbolu v časovej oblasti. CPI označuje vkladanie cyklického prefixu (Cyclic Prefix Insertion), vektor  $t$  je blok časových vzoriek ošetrený cyklickým prefixom.  $h$  je diskretná impulzná odpoveď kanála s dĺžkou  $\nu$ ,  $n$  je vektor komplexných šumových vzoriek AWGN šumu s dĺžkou rovnajúcou sa dĺžke vektora  $r$ .  $r$  predstavuje prijatý blok, z ktorého je v prijímači v bloku vyberania cyklického prefixu CPR (Cyclic Prefix Removal) vyselektovaný subvektor  $r_D$  dĺžky  $N$  definovaný v (3.49). Za predpokladu platnosti nerovnice (3.51), teda že impulzná odpoveď kanála je najviac o jednu vzorku dlhšia ako cyklický prefix, vektor  $r_D$  nie je zasiahnutý medziblokovou interferenciou (IBI). Blok DFT transformuje časové vzorky  $r_D$  na vzorky  $Z$  vo frekvenčnej oblasti.

## 4.1 Ekvalizácia v časovej oblasti

Rovnice (3.29) a (3.33) popisujú vzťah medzi vzorkami prijatého vektora  $r$  a vysielaného vektora  $t$  za predpokladu absencie šumu v kanály. Cieľom ekvalizácie je inverzný proces. Tu je zrejmá výhoda maticového tvaru, pretože pre vyrovnanie vplyvu kanála je vlastne len potrebné nájsť maticu  $H_L^{-1}$  inverznú k matici  $H_L$ . Proces ekvalizácie sa potom teoreticky redukuje na prenášobenie prijatého vektora  $r$ , touto inverznou maticou:

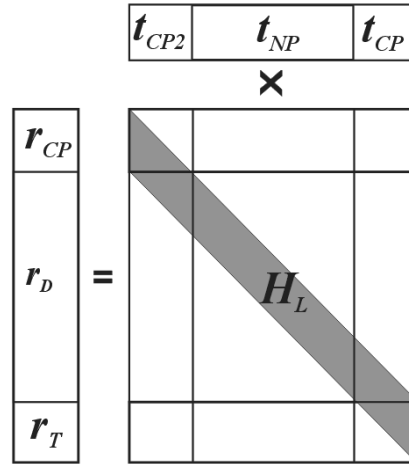
$$\hat{t} = H_L^{-1} \times r = H_L^{-1} \times (H_L \times t) = (H_L^{-1} \times H_L) \times t = I \times t = t \quad (4.1)$$

Problémom pri tomto postupe je, že matica  $H_L$  nie je štvorcová teda buď by bolo potrebné používať niektorú z foriem pseudoinverzie, alebo vyňať z matice  $H_L$  štvorcovú invertibilnú submaticu o rozmere  $N$ . Tento postup je teoreticky správny ale v reálnom nasadení má hneď

niekoľko väd. Prvou je vysoká výpočtová aj pamäťová náročnosť výpočtu inverznej matice. Je potrebné si uvedomiť, že parametre mobilného kanála sa môžu meniť v čase a pre každý OFDM prototyp by bolo potrebné vypočítať inverziu k matici o rozmere  $N \times N$ , kde  $N$  sa pohybuje rádovo v stovkách až tisícoch. Tento postup je možné optimalizovať pri využití vlastností Toeplitzovho tvaru matice  $\mathbf{H}_L$  (28, 44). Vzhľadom na existenciu jednoduchšej metódy ale tento smer nebude ďalej skúmaný. Navyiac v reálnom systéme je prijatý signál  $\mathbf{r}$  vždy zaťažený šumom, ktorý by do praktického numerického výpočtu mohol vnieť veľké nepresnosti. Preto sa aj v reálnych OFDM systémoch vždy používa ekvalizácia vo frekvenčnej oblasti.

## 4.2 Význam cyklického prefixu

V kapitole 2 boli porovnané dva spôsoby ochrany proti medzisymbolovej interferencii – vkladanie nulového a cyklického prefixu. Ukázalo sa, že vkladanie nulového prefixu zabraňuje medziblokovej interferencii (IBI), ale nezabráni medzisymbolovej interferencii (ISI) medzi vzorkami vnútri OFDM prototypu. Z pohľadu ISI sú vlastnosti oboch metód rovnaké. V OFDM systémoch sa ale takmer vždy používa vkladanie cyklického prefixu vo vysielajúci (blok CPI) a jeho zahadzovanie v prijímači (blok CPR). Pre motiváciu tejto voľby je vhodné analyzovať maticový model konvolúcie. Obr. 4.2 podobne ako obr. 3.2 a 3.5 graficky znázorňuje rovnicu (3.33) - násobenie vysielaného bloku  $\mathbf{t}$  konvolučnou maticou kanála  $\mathbf{H}_L$ . Na tomto obrázku je tiež naznačená segmentácia matice  $\mathbf{H}_L$ , presne definovaná v (3.50) ako aj rozdelenie vysielaného vektora  $\mathbf{t}$  a prijatého vektora  $\mathbf{r}$  na subbloky (3.48), (3.49). Šedo vyznačená oblasť v matici označuje možné nenulové hodnoty  $\mathbf{h}$ , všetky ostatné pozície v matici  $\mathbf{H}_L$  sú nulové. Subblok  $\mathbf{t}_{CP2}$  vektora  $\mathbf{t}$  predstavuje kópiu vzoriek identickú so subblokom  $\mathbf{t}_{CP}$  (3.46). Obr. 4.2 uvažuje hraničný prípad rovnosti v nerovnici (3.51), teda maximálnu dĺžku  $\mathbf{h}$  pre danú dĺžku CP.



Obr. 4.2: Grafické zobrazenie násobenia vysielaného vektora  $\mathbf{t}$  konvulčnou maticou kanála  $\mathbf{H}_L$ .

Subblok  $\mathbf{r}_{CP}$  je časť prijatého vektora  $\mathbf{r}$ , ktorá môže byť zasiahnutá medziblokovou interferenciou od predchádzajúceho OFDM symbolu. Subblok  $\mathbf{r}_T$  predstavuje predĺženie prenášaného vektora vplyvom konvolúcie a je časťou prijatého vektora, ktorá pri sériovom prenose OFDM symbolov zasahuje do nasledujúceho symbolu. Obidva subbloky sú teda poškodené IBI a sú v prijímači zahadzované. (Pričom u  $\mathbf{r}_T$  toto nastáva až pri spracovaní nasledujúceho symbolu.) Pre ďalšie spracovanie je vybraný len subblok  $\mathbf{r}_D$  o dĺžke rovnjej rozmeru Fourierovej Transformácie  $N$  – teda dĺžke vektora nesúceho užitočnú informáciu.

Pri takomto postupe dochádza k cirkularizácii kanála, teda je možné subblok  $\mathbf{r}_D$  vyjadriť ako súčin užitočného bloku  $s$  bez cyklického prefixu  $s$  cirkulantnou maticou  $\mathbf{H}_c$ . Pre pochopenie tohto postupu je potrebné vrátiť sa k segmentácii matice  $\mathbf{H}_L$  (3.50):

$$\mathbf{H}_L^{((Nc+v-1) \times Nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11}^{(O \times O)} & \mathbf{H}_{12}^{(O \times (N-O))} & \mathbf{H}_{13}^{(O \times O)} \\ \mathbf{H}_{21}^{(N \times O)} & \mathbf{H}_{22}^{(N \times (N-O))} & \mathbf{H}_{23}^{(N \times O)} \\ \mathbf{H}_{31}^{((v-1) \times O)} & \mathbf{H}_{32}^{((v-1) \times (N-O))} & \mathbf{H}_{33}^{((v-1) \times O)} \end{bmatrix}$$

a pomocou nej definovať submaticu  $\mathbf{H}_{LS}$ :

$$\mathbf{H}_{LS}^{(N \times (N+O))} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{21}^{(N \times O)} & \mathbf{H}_{22}^{(N \times (N-O))} & \mathbf{H}_{23}^{(N \times O)} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Potom, pri uvážení procesu zahadzovania subblokov  $\mathbf{r}_{CP}$  a  $\mathbf{r}_T$  v prijímači, je možné vyjadriť užitočný prijatý vektor  $\mathbf{r}_D$  nasledovne:

$$\mathbf{r}_D^{(N \times 1)} = \mathbf{H}_{LS}^{(N \times (N+O))} \times \mathbf{t}^{((N+O) \times 1)} \quad (4.3)$$



Po dosadení rozdelenia vektora  $\mathbf{t}$  na subvektory (3.48) a definície matice  $\mathbf{H}_{LS}$  (4.2) do rovnice (4.3) prejde táto do tvaru:

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{H}_{LS} \times \mathbf{t} = \mathbf{H}_{21} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{22} \times \mathbf{t}_{NP} + \mathbf{H}_{23} \times \mathbf{t}_{CP} \quad (4.4)$$

ktorý pri uvážení rovnosti subvektorov  $\mathbf{t}_{CP}$  a  $\mathbf{t}_{CP2}$  (3.46) možno upraviť na:

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{H}_{22} \times \mathbf{t}_{NP} + (\mathbf{H}_{21} + \mathbf{H}_{23}) \times \mathbf{t}_{CP} \quad (4.5)$$

a s využitím segmentácie vektora  $\mathbf{t}$  (3.48) ( $\mathbf{t} = (\mathbf{t}_{CP2} \parallel \mathbf{t}_{NP} \parallel \mathbf{t}_{CP})$ ) a segmentácie vektora  $\mathbf{s}$  (3.47) ( $\mathbf{s} = (\mathbf{t}_{NP} \parallel \mathbf{t}_{CP})$ ) prepísať do tvaru

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{H}_c \times \mathbf{s} \quad (4.6)$$

kde  $\mathbf{H}_c$  je definovaná ako

$$\mathbf{H}_c^{(N \times N)} = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{H}_{22}^{(N \times (N-O))} \quad \left( \mathbf{H}_{21}^{(N \times O)} + \mathbf{H}_{23}^{(N \times O)} \right) \end{array} \right] \quad (4.7)$$

pričom štruktúra matíc  $\mathbf{H}_{21}$ ,  $\mathbf{H}_{22}$  a  $\mathbf{H}_{23}$  je daná segmentáciou (3.50). Uvedený postup bližšie analyzuje nasledujúca podkapitola.

### 4.3 Cyklická submatica v matici kanála

Rovnice (4.3) až (4.7) vyjadrujú, že pri segmentácii konvolučnej matice kanála definovanej v (3.50) je možné vyjadriť prijatý subvektor  $\mathbf{r}_D$  pomocou násobenia subbloku  $\mathbf{s}$  vyslaného OFDM bloku  $\mathbf{t}$  cirkulantnou maticou  $\mathbf{H}_c$ . Z rovníc (4.5) až (4.7) nie je na prvý pohľad zrejmé, že matica  $\mathbf{H}_c$  je cirkulantá. Toto je ale zrejmé pri bližšom pohľade na štruktúru submatíc  $\mathbf{H}_{21}$ ,  $\mathbf{H}_{22}$  a  $\mathbf{H}_{23}$  danú segmentáciou  $\mathbf{H}_L$ .

Matica  $\mathbf{H}_{21}$  rozmerov  $N \times O$  obsahuje väčšinu nulových prvkov a vo všeobecnosti sa v jej pravom hornom rohu nachádza horná trojuholníková submatica tvorená vzorkami impulznej odpovede kanála  $h_2$  až  $h_\nu$ . Prvý riadok tejto matice obsahuje  $O - (\nu - 1)$  nulových hodnôt:

$$\mathbf{H}_{21}^{(N \times O)} = \begin{bmatrix} 0_{I,I} & \dots & 0_{I,O-\nu+1} & h_\nu & \dots & h_3 & h_2 \\ \vdots & & & 0 & \ddots & & h_2 \\ & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & & 0 & h_\nu \\ & & & & & & 0_{\nu,O} \\ & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & & & & 0_{N,O} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

V (4.8) sú nulové prvky označené indexmi riadka a stĺpca vyjadrujúcimi polohu v matici zatiaľ čo prvky impulznej odpovede sú indexované svojou pozíciou v  $\mathbf{h}$ . V extrémnom prípade keď  $\nu = O + 1$  nebude prvý riadok matice  $\mathbf{H}_{21}$  obsahovať žiadne nulové prvky a bude celý tvorený len prvkami  $\mathbf{h}$  (okrem prvej vzorky  $h_1$ )

Submatica  $\mathbf{H}_{22}$  má štruktúru veľmi podobnú štruktúre matice lineárnej konvolúcie  $\mathbf{H}_L$  s rozdielom nulovej výplne ak  $\nu < O + 1$ :

$$\mathbf{H}_{22}^{(N \times (N-O))} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & \dots & 0_{I,N-O} \\ h_2 & h_1 & & & \vdots \\ \vdots & h_2 & \ddots & & \\ h_\nu & \vdots & \ddots & & \\ 0_{\nu+1,1} & h_\nu & & & \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ & & & \ddots & 0_{N-O-1,N-O} \\ & & & \ddots & h_1 \\ & & & & h_2 \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & h_\nu \\ & & & & 0_{N-O+\nu,N-O} \\ \vdots & & & & \vdots \\ 0_{N,1} & \dots & & \dots & 0_{N,N-O} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Nech  $\mathbf{H}_{LC}(N, \nu)$  označuje maticu lineárnej konvolúcie so štruktúrou podľa (3.34) danú rozmerom vstupného bloku  $N$  a rozmerom impulznej odozvy  $\nu$ . Potom je možné maticu  $\mathbf{H}_{22}$  zapísať ako:

$$\mathbf{H}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{LC}(N-O, \nu) \\ \mathbf{0}^{((O-\nu+1) \times (N-O))} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

V krajnom prípade keď  $\nu = O + 1$  je počet riadkov matice nulovej výplne  $\mathbf{0}$  v (4.10) nulový. Z (4.9) je zrejmé, že matica  $\mathbf{H}_{22}$  má dôležitú vlastnosť: každý stĺpec je cyklickým posuvom nadol predchádzajúceho stĺpca o jedno miesto. Toto je vlastnosť cirkulantnej matice. Matica  $\mathbf{H}_{22}$  nie je štvorcová a preto nie je cirkulantná, ale môže byť submaticou cirkulantnej matice.

Podobne ako  $\mathbf{H}_{22}$  nulovú výplňovú submaticu obsahuje aj matica  $\mathbf{H}_{23}$  s nasledujúcou štruktúrou:

$$\mathbf{H}_{23}^{(N \times O)} = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & \dots & & & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ 0_{N-O,1} & & & & & \\ h_1 & 0 & & & & \\ h_2 & h_1 & \ddots & & & \\ \vdots & h_2 & \ddots & & & \\ h_\nu & \vdots & & & 0 & \\ 0_{N-O+\nu+1,1} & h_\nu & & & h_1 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & & \vdots & h_1 & \ddots & \vdots \\ & & & \ddots & & & \ddots & 0 \\ 0_{N,1} & \dots & 0_{N,O-\nu} & h_\nu & h_{\nu-1} & \dots & h_1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

V hraničnom prípade  $\nu = O + 1$  je posledný riadok celý tvorený prvkami vektora  $\mathbf{h}$  (bez prvku  $h_\nu$ , pozri obr. 3.6) a neobsahuje žiadne nulové prvky.

Všeobecnú štruktúru definovanú v rovniciach (4.8) až (4.11) je vhodné demonštrovať aj na príklade.

#### Príklad 4.1:

Nech vysielaný vektor užitočných dát s má dĺžku  $N = 10$  vzoriek a nech je tento ošetrený cyklickým prefixom dĺžky  $O = 4$ . Nech dĺžka impulznej odpovede kanála s viaccestným šírením je menšia ako maximálna povolená:  $\nu = 3 < O$ . Potom konvolúcia v kanály je popísaná maticou  $\mathbf{H}_L(14,3)$  s rozmermi  $16 \times 14$  a (3.50) definuje segmentáciu tejto matice ilustrovanú obrázkom 4.3. Na tomto obrázku je viditeľná aj štruktúra submatic  $\mathbf{H}_{21}$ ,  $\mathbf{H}_{22}$ ,  $\mathbf{H}_{23}$  taká, ako uvádzajú rovnice (4.8), (4.9) a (4.11) aj so zobrazenými indexmi nulových prvkov.

$h_1$								
$h_2$	$h_1$							
$h_3$	$h_2$	$h_1$						
	$h_3$	$h_2$	$h_1$					
$0_{1,1}$	$0_{1,2}$	$h_3$	$h_2$	$h_1$		$0_{1,6}$	$0_{1,1}$	$0_{1,4}$
			$h_3$	$h_2$	$h_1$			
			$0_{3,4}$	$h_3$	$h_2$	$h_1$		
				$0_{4,1}$	$h_3$	$h_2$	$h_1$	
						$h_3$	$h_2$	$0_{5,6}$
							$h_3$	$h_2$
							$h_1$	$0_{6,1}$
							$h_2$	$h_1$
							$h_3$	$h_2$
							$0_{9,6}$	$h_3$
							$0_{10,6}$	$h_2$
$0_{10,1}$		$0_{10,4}$	$0_{10,1}$					$h_1$
								$h_3$
								$h_2$
								$h_3$

Obr. 4.3: Segmentácia matice  $\mathbf{H}_L(14,3)$  pre dĺžku cyklického prefixu rovnú  $O = 4$ .

Nulové prvky sú číslované vždy od začiatku submatice v ktorej sa nachádzajú. Prázdne miesta na obr. 4.3 obsahujú nulové hodnoty, ktoré sú pre prehľadnosť vynechané. ■

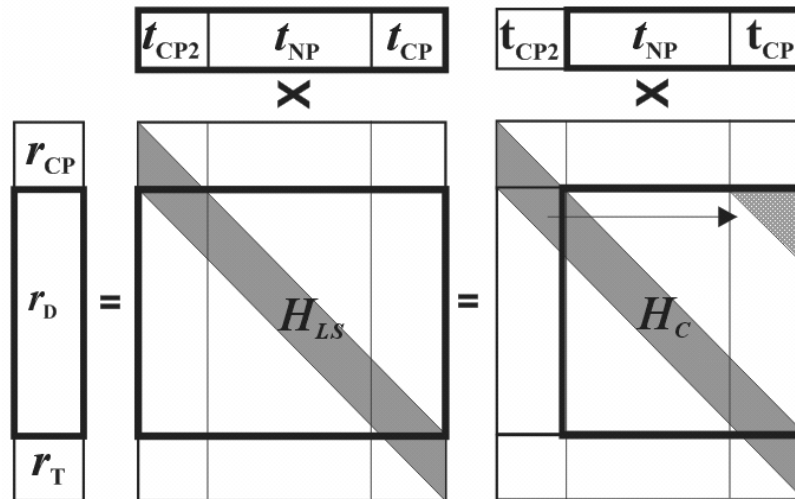
Matice  $\mathbf{H}_{21}$  a  $\mathbf{H}_{23}$  majú rovnaké rozmery a je možné ich sčítať. Výsledná matica nie je štvorcová, ale má podstatnú vlastnosť cirkulantnej matice – každý stĺpec je cyklickým posuvom (rotáciou) predchádzajúceho stĺpca:

$$\mathbf{H}_{21}^{(N \times O)} + \mathbf{H}_{23}^{(N \times O)} = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & \dots & 0_{1,O-v+1} & h_v & h_{v-1} & \dots & h_2 \\ \vdots & & & 0 & h_v & \ddots & \vdots \\ & & & & 0 & \ddots & h_{v-1} \\ & & & & & \ddots & h_v \\ & 0 & \dots & & & \dots & 0_{v+1,O} \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0_{N-O,1} & & & & & & \\ h_1 & 0 & & & & & \\ h_2 & h_1 & \ddots & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & & \\ h_{v-1} & & & h_1 & & & \\ h_v & & & h_2 & \ddots & 0 & \\ 0_{N-O+v+1,1} & & & \vdots & & h_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & & & & & \ddots & 0 \\ 0_{N,1} & \dots & 0_{N,O-v} & h_v & h_{v-1} & \dots & h_2 & h_1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Obidve matice  $\mathbf{H}_{22}$  aj súčet  $\mathbf{H}_{21}$  a  $\mathbf{H}_{23}$  sú teda submaticami cirkulantnej matice. Na to aby matica  $\mathbf{H}_c$  definovaná v (4.7) bola cirkulantná, musí platiť že prvý stĺpec súčtu  $\mathbf{H}_{21} + \mathbf{H}_{23}$  je dolným cyklickým posuvom o jedno miesto posledného stĺpca matice  $\mathbf{H}_{22}$  čo je pri pohľade

na (4.9) a (4.12) zřejmé. Matica  $H_c$ , zostavené podľa (4.7) je teda štvorcová cirkulatná matica so štruktúrou podľa (3.37) popisujúca proces cirkulárnej konvolúcie definovaný v (3.36).

Rovnice (4.3) až (4.7) spolu so segmentáciou matice  $H_L$  je možné zjednodušené graficky reprezentovať pomocou nasledujúceho obr. 4.4, kde ľavá strana reprezentuje rovnicu (4.3) a pravá strana rovnicu (4.6):

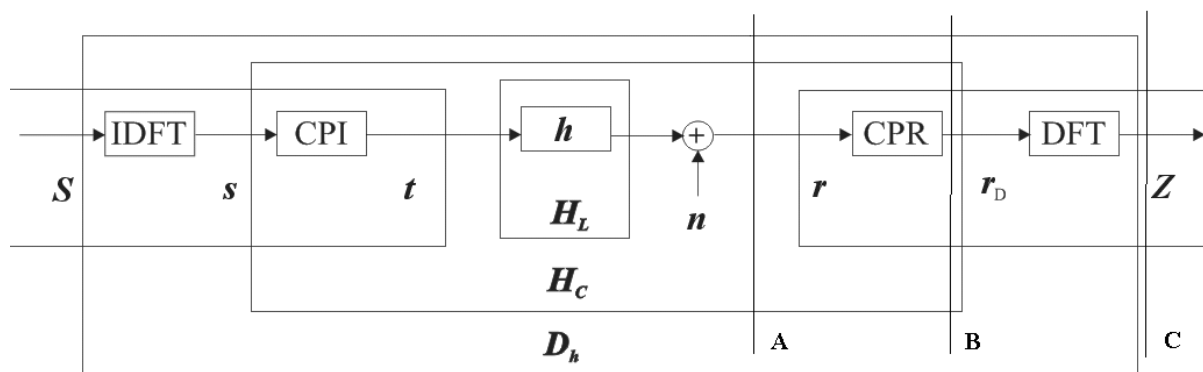


Obr. 4.4: Ekvivalencia cyklickej a lineárnej konvolúcie v OFDM.

Obr. 4.4 ilustruje, prečo literatúra o hore uvedenom postupe vkladania cyklického prefixu vo vysieláči a vyberania príslušného subbloku v prijímači, často neformálne hovorí ako o nájdení cirkulantnej submatice v konvolučnej matici kanála, či o cirkularizácii matice kanála. Modelovanie prenosu OFDM bloku s pomocou násobenia cirkulantnou maticou kanála sa z výhodou používa na ekvalizáciu kanála s viaccestným šírením vo frekvenčnej oblasti, založenej na vhodných vlastnostiach cyklickej konvolúcie vo vzťahu k Diskrétnej Fourierovej Transformácii.

## 4.4 Modely OFDM prenosu

V závislosti od toho na ktorom rozhraní je systém opisovaný je možné viaccestné šírenie modelovať pomocou lineárnej (2.5) alebo cyklickej konvolúcie (2.6). Cyklický model integruje do kanála procesy vkladania a vyberania CP. AWGN šum tomuto modelovaniu nebráni, pretože spracovanie v bloku CPR pozostáva len z vybratia správneho podbloku z postupnosti prijatých vzoriek a teda všetky vlastnosti šumu ostávajú zachované. Obr. 4.5 naznačuje ešte jeden model kanála v OFDM – model vo frekvenčnej oblasti, ktorý opäť integruje ďalšie bloky – IDFT vo vysieláči a DFT v prijímači do modelu kanála. Aditívny Gausovský šum  $n$  sa v DFT transformuje znova na aditívny Gausovský šum  $N$  (25).



Obr. 4.5: Modelovanie OFDM prenosu na rôznych rozhraniach pomocou matíc  $H_L$ ,  $H_C$ ,  $D_h$ .

Obr. 4.5 definuje tri rozhrania, na ktorých je možné modelovať OFDM prenos. Rozhranie **A** modeluje kanál pomocou lineárnej konvolúcie a je najpodrobnejšie. Formálne je prenos na rozhraní **A** opísaný rovnicou (3.33). Tento model narába aj s redundantnými časťami OFDM blokov. OFDM prenos na rozhraní **B** modeluje rovnica (4.6) spájajúca vektor  $r_D$  v prijímači s vektorom  $s$  vo vysieláči pomocou násobenia cirkulantnou maticou  $H_C$ . Pre odvodenie maticového modelu prenosu na rozhraní **C** - transformácie vysielaných vzoriek vo frekvenčnej oblasti  $S$  na prijaté vzorky vo frekvenčnej oblasti  $Z$  je potrebné spomenúť si na maticový tvar DFT z (3.1) a (3.3):

Pre model systému na obr. 4.5 platí rovnica popisujúca IDFT vo vysieláči:

$$s = W^{-1} \times S \quad (4.13)$$

a rovnica popisujúca DFT v prijímači:

$$Z = W \times r_D \quad (4.14)$$

Kľúčovou vlastnosťou DFT (28,44) v maticovom tvare je potom diagonalizácia *cirkulantnej* matice  $\mathbf{H}_c$  pomocou násobenia maticou  $\mathbf{W}$ . Platí rovnica:

$$\mathbf{D}_h = \mathbf{W} \times \mathbf{H}_c \times \mathbf{W}^{-1} \quad (4.15)$$

kde matica  $\mathbf{D}_h$  je diagonálna matica, ktorej všetky prvky mimo hlavnej diagonály sú nulové a prvky na hlavnej diagonále sú vlastné čísla matice  $\mathbf{H}_c$ . Navyše sú tieto čísla aj hodnotami frekvenčnej charakteristiky kanála  $\mathbf{H}$  teda hodnotami  $N$ -bodovej DFT impulznej odozvy kanála  $\mathbf{h}$ .

$$\text{diag}(\mathbf{D}_h) = \mathbf{H} = [H(0), H(e^{-2\pi j/N}), \dots, H(e^{-2\pi j(N-1)/N})] \quad (4.16)$$

Bez uváženia šumu je potom OFDM prenos vo frekvenčnej oblasti, na rozhraní  $\mathbf{C}$ , modelovaný jednoduchou maticovou rovnicou:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{D}_h \times \mathbf{S} \quad (4.17)$$

Z diagonálneho tvaru matice  $\mathbf{D}_h$  vyplýva, že násobenie vektora  $\mathbf{S}$  diagonálnou maticou  $\mathbf{D}_h$  v rovnici (4.17) je vlastne ekvivalentné násobeniu vektorov  $\mathbf{S}$  a  $\mathbf{H}$  po zložkách: ak  $Z(k)$  je  $k$ -ta vzorka vektora  $\mathbf{Z}$ ,  $H(k)$   $k$ -ta vzorka vektora  $\mathbf{H}$ , a  $S(k)$   $k$ -ta vzorka vektora  $\mathbf{S}$ , potom je maticovú rovnicu (4.17) možné vyjadriť ako veľmi jednoduchú sústavu rovníc v diskretnej frekvenčnej oblasti:

$$Z(k) = H(k) \cdot S(k), \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (4.18)$$

Veľkou výhodou modelu na rozhraní  $\mathbf{C}$  je fakt, že každý komponent vektora  $\mathbf{Z}$  v prijímači závisí práve od jedného komponentu vektora  $\mathbf{S}$  vo vysielači. Od tejto vlastnosti sa odvíja jednoduchá implementácia ekvalizácie vo frekvenčnej oblasti. V časovej oblasti každá prijatá vzorka závisí od lineárnej kombinácie viacerých vyslaných vzoriek.

Rovnice (3.33), (4.6) a (4.17) modelujú len efekt viaccestného šírenia. Pre korektný popis kanála je potrebné k modelu skreslenia pridať aj model aditívneho šumu AWGN:

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}_L \times \mathbf{t} + \mathbf{n}' \quad (4.19)$$

$$\mathbf{r}_D = \mathbf{H}_c \times \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{D}_h \times \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (4.21)$$

kde  $\mathbf{n}'$  je šumový vektor AWGN o dĺžke  $N + O$ ,  $\mathbf{n}$  je jeho subvektor dĺžky  $N$ , nezahŕňajúci šum zasahujúci vzorky prefixu a  $\mathbf{N}$  je DFT vektora  $\mathbf{n}$ , čiže šum vo frekvenčnej oblasti. Vďaka

linearite Fourierovej transformácie a centrálnej limitnej vete je tento šum opäť aditívnym Gausovským šumom (Presnejšie je ako základ tohto tvrdenia v kapitole 6.11 formulovaná aproximácia popisujúca transformáciu vektora náhodných premenných cez DFT.).

Rovnice (4.19), (4.20) a (4.21) popisujú prenos jedného OFDM symbolu na rôznych rozhraniach systému. Pre modelovanie prenosu celého sériového toku OFDM symbolov je do týchto rovníc nutné zaviesť ešte index bloku, čo zatiaľ pri popise systémov bez špeciálneho spracovania cyklického prefixu nie je potrebné.

## 4.5 Ekvalizácia vo frekvenčnej oblasti

Rovnica (4.17) a zvlášť jej rozpísaná forma (4.18) ponúkajú jednoduchý návod na konštrukciu prijímača. Predpoklad známosti informácie o stave kanála (CSI) hovorí, že hodnoty  $H(k)$  sú v prijímači známe. Keďže hodnoty kanálového pozorovania  $Z(k)$  sú prijímaču známe tiež, vypočítať odhad vysielaných vzoriek  $S(k)$  je veľmi jednoduché:

$$S'(k) = \frac{Z(k)}{H(k)}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (4.22)$$

Prijímač musí vydeliť komplexné prijaté vzorky komplexnými hodnotami impulznej odpovede kanála. Tento postup je výpočtovo oveľa menej náročný ako možné spracovanie v časovej oblasti a preto sa aj používa v praktických systémoch. Blok ekvalizácie vo frekvenčnej oblasti je vyznačený aj v prijímači na obr. 1.10 pod označením FDE (Frequency Domain Equalization). Ekvalizovaný signál je stále zaťažený transformovaným Gausovským šumom:

$$S' = D_h^{-1} \times Z = D_h^{-1} \times D_h \times S + D_h^{-1} \times N \quad (4.23)$$

$$S' = S + D_h^{-1} \times N \quad (4.24)$$

Pričom na základe komplexných vzoriek vektora  $S'$  zasiahnutých šumom, musia byť vykonané odhady  $\hat{S}$  vyslaných komplexných symbolov – vektora  $S$ . Je vhodné pripomenúť, že jednotlivé komponenty  $S(k)$  vektora  $S$  predstavujú symboly zvolenej modulačnej abecedy pre jednotlivé paralelné subkanály OFDM, a teda nesú užitočnú informáciu. Proces odhadovania symbolov  $\hat{S}$  na základe pozorovania  $S'$  sa označuje detekcia symbolov a riadi sa zásadami popísanými v samostatnej podkapitole 4.6.



Rozdiel medzi vektormi  $S$ ,  $\hat{S}$  a  $S'$  je ten, že  $S$  predstavuje blok skutočne vyslaných prototypov z množiny definovanej modulačnou abecedou,  $S'$  je vektor prijatých vzoriek zaťažených šumom, čiže ľubovoľných komplexných čísel a hodnoty  $\hat{S}$  sú opäť prvkom modulačnej abecedy získané pomocou nejakého rozhodovacieho kritéria zo vzoriek  $S'$ . Rozhodnutie o logických hodnotách bitov, ktoré symboly  $\hat{S}$  predstavujú je potom už triviálne.

V OFDM zložitosť ekvalizácie nespočíva v nej samej, ale skôr v odhade stavu kanála. Je potrebné na základe prijatých šumom zaťažených vzoriek signálu odhadnúť diskretnú frekvenčnú charakteristiku kanála  $H$ . Literatúra (19, 22, 28) popisuje viacero metód. Ich presnosť je vždy obmedzená, čiže predpoklad perfektnej znalosti  $H$  v prijímači nie je celkom realistický. Na druhej strane pre účely tejto práce je model systému s úplnou znalosťou CSI postačujúci, pričom prípadná simulačná analýza realistickejšieho modelu je ľahko implementovateľná pomocou pridania náhodného šumu do známeho  $H$ .

## 4.6 Detekcia symbolov

V OFDM rovnako ako v klasickom systéme rozhodnutie o logických hodnotách prijatých bitov vychádza z hľadania maximálnej aposteriórnej pravdepodobnosti t.j. pravdepodobnosti vyslania daného symbolu za predpokladu prijatia určitej hodnoty kanálového pozorovania. Samotný proces je zvykom popisovať pomocou systému náhodných premenných: náhodná premenná  $S(k)$  predstavuje hodnotu skutočne vysielaného symbolu  $k$ -tej subnosnej vo frekvenčnej oblasti, náhodná premenná  $S'(k)$  zase príslušnú hodnotu kanálového pozorovania v prijímači.  $N(k)$  je neznáma hodnota šumovej vzorky AWGN s varianciou  $\sigma_k^2$ . Podľa rozmeru signálového priestoru sú všetky uvedené náhodné premenné reálne čísla (jednorozmerná BPSK) alebo komplexné čísla (dvojrozmerná QAM).

V súvislosti s označením z predchádzajúcej podkapitoly je symbol  $S(k)$  ( $S'(k)$ )  $k$ -tým komponentom vektora  $S$ , ( $S'$ ) a je zvykom (29, 34) uvažovať platnosť aproximácie stochastickej nezávislosti komponentov týchto vektorov. Preto je možné v ďalších úvahách index  $k$  úplne vynechať.

Pre zjednodušenie rovníc je v tejto práci uvažovaná len jednorozmerná modulácia BPSK, vzorce pre dvojrozmerné modulácie je možné odvodiť nahradením skalárnych veličín vektorovými alebo nájsť v literatúre (34).

Pre BPSK moduláciu v AWGN kanály, nadobúda  $S$  jednu z dvoch hodnôt z množiny  $\{-1, +1\}$  a pre prijatý symbol (binit) subnosnej platí podmienené rozdelenie pravdepodobnosti:

$$p(S' / S) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{S' - S}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (4.25)$$

Pomocou známej Bayesovej schémy (30) je možné odvodiť dve základné kritériá rozhodovania o logickej hodnote bitu.

Prvým je kritérium MAP (maximum a posteriori probability) formulované pomocou aposteriorných pravdepodobností symbolov pre BPSK nasledovne:

$$p(S = +1 / S') \underset{H_2}{>} \underset{H_1}{<} p(S = -1 / S') \quad (4.26)$$

kde  $H_1$  znamená priradenie  $\hat{S} := +1$  a  $H_2$  priradenie  $\hat{S} := -1$ , čo znamená, že ak je pravdepodobnosť vyslania symbolu  $S = +1$  podmienená pozorovaním hodnoty  $S'$  v prijímači väčšia ako rovnako podmienená pravdepodobnosť vyslania hodnoty  $S = -1$ , odhadu symbolu  $\hat{S}$  v prijímači bude priradená hodnota  $+1$ . Druhým kritériom je ML (max likelihood) pri ktorom odhad vyslaného symbolu určuje podmienená pravdepodobnosť  $p(S' / S)$ :

$$p(S' / S = +1) \underset{H_2}{>} \underset{H_1}{<} p(S' / S = -1) \quad (4.27)$$

kde hypotézy  $H_1$  a  $H_2$  sú rovnaké ako pri MAP. Kritérium ML je zjednodušením optimálneho kritéria MAP. Pri tomto zjednodušení sa predpokladá rovnosť pravdepodobností vysielaných symbolov:

$$p(S = +1) = p(S = -1) \quad (4.28)$$

Tento predpoklad je pre prípad kvalitného entropického kódovania zdroja prenášanej postupnosti často splnený. Preto je kritérium ML, nevyžadujúce znalosť informácie o apriórnych pravdepodobnostiach prenášaných symbolov v prijímači, často používané. Kritérium MAP, ktoré ako ukazuje nasledujúce preformulovanie rovnice (4.26) pomocou Bayesovho vzorca:

$$p(S' / S = +1) \cdot p(S = +1) \underset{H_2}{>} \underset{H_1}{<} p(S' / S = -1) \cdot p(S = -1) \quad (4.29)$$

nadobúda na význame najmä v kontexte prenosu kódovaného samoopravným kódom – konkrétne v dekódovacom procese. Toto je bližšie popísané v nasledujúcej kapitole.

Pre AWGN kanál sa praktické kritérium ML redukuje na hľadanie minimálnej Euklidovej vzdialenosti medzi prijatým pozorovaním kanála a všetkými bodmi z množiny bodov konštelácie  $\mathbf{C}$  použitej modulácie:

$$\hat{S} = \arg \min_{\hat{S} \in \mathbf{C}} \{d_E(S' - \hat{S})\} \quad (4.30)$$

## 4.7 Zhrnutie

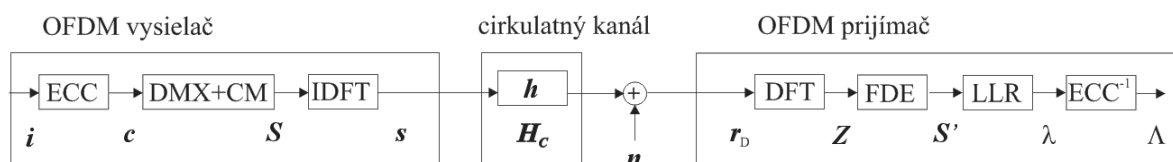
Táto kapitola sa zaoberá frekvenčnou ekvalizáciou používanou v existujúcich OFDM systémoch. Analyzuje tento proces pomocou formálneho aparátu definovaného v kapitole 3, s dôrazom na podrobné vysvetlenie extrakcie cirkulantnej submatice z necirkulantnej konvolučnej matice kanála, čím prispieva k naplneniu cieľa číslo 2. Táto analýza nie je samoúčelná. Umožňuje totiž pochopiť neskorší dizajn modifikovaného prijímača, podrobne rozvedený v kapitole 6..

Táto kapitola zároveň prezentuje súvislosti medzi jednotlivými modelmi OFDM prenosu, definovanými na rôznych rozhraniach systému. Uvedené modely slúžia ako základ pre neskoršie simulačné overovanie teoretických poznatkov.

# Kapitola 5

## Kódovanie v OFDM

Riadenie chybovosti je jednou z podstatných úloh definovaných pre linkovú vrstvu ľubovoľného komunikačného systému. Preto aj každý moderný OFDM systém používa nejakú formu automatickej retransmisie a samoopravného kódovania (Error Correction Coding (ECC)), ktoré je hlavnou témou tejto kapitoly. Cieľom pri použití samoopravných kódov je samozrejme zníženie bitovej chybovosti (Bit Error Ratio - BER) systému. Za hlavnú príčinu chybovosti sa vo všeobecnosti považuje šum v kanály, avšak je potrebné si uvedomiť, že v kombinácii z ďalšími technikami je samoopravný kód v OFDM používaný aj na vysporiadanie sa s únikmi v kanály, či nepresnosťami v synchronizácii (27). Moderné systémy založené na OFDM používajú silné samoopravné kódy, často sa jedná o kombináciu konvolučného kódovania s Reed Solomonovým kódom, alebo z konvolučných kódov vychádzajúce turbo kódy. Každý OFDM systém je teda v skutočnosti kódovaný (Coded-OFDM (COFDM)) systém. Najmodernejšie štandardy (IEEE 802.16e, DVB-S2) špecifikujú použitie účinných Low-Density Parity-Check (LDPC) kódov s vynikajúcimi opravnými vlastnosťami. Táto kapitola približuje LDPC kódy ako aj skladanie kódov známe z turbo zapojení. Pre potreby ďalších úvah je pri radení kódov popísané aj sériové zapojenie. Obrázok 5.1 ilustruje zjednodušený model OFDM prenosu a rekapituluje označenie symbolov na rozhraní jednotlivých blokov.



Obr. 5.1: Zjednodušený model kódovaného OFDM prenosu.

## 5.1 Mäkké dekódovanie

Cieľom samoopravného kódovania je zmenšiť chybovosť prenosu. Ako už odvodil Shannon (45) chybovosť prenosu závisí od pomeru  $E_b/N_0$ , pričom pri fixácii tohto parametra je chybovosť možné znižovať použitím silnejšieho a tým pádom zložitejšieho samoopravného kódu. Opravná schopnosť kódu spravidla rastie spolu so znižovaním rýchlosti kódu  $R$  a predlžovaním dĺžky  $n$  kódového slova  $c$  (Gallager (3)). Pravdivosť tohto tvrdenia je možné overiť aj pri analýze kódov používaných v moderných komunikačných štandardoch. Používajú sa dva prístupy: prvým je použitie LDPC kódov s veľmi veľkou dĺžkou kódového slova – až 64800 v DVB-S2 (16), a veľmi veľkým počtom paritných rovníc – tiež rádovo v tisícoch ( $m = 48600$ ). Druhým prístupom je vytváranie zložitých kódov pomocou spájania už existujúcich jednoduchších kódov pri použití premiešavania. Toto spájanie sa označuje ako turbo-princíp. Kódy, ktoré sú na ňom založené sa označujú ako turbo-kódy a dekodéry ako turbo-dekodéry. V praxi sa najčastejšie používajú turbo-kódy založené na rekurzívnych systematických konvolučných (Recursive Systematic Convolutional (RSC)) kódach.

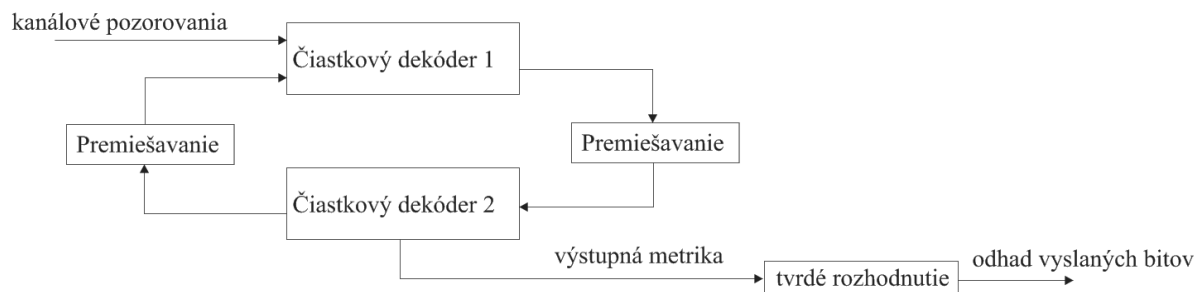
Obidva prístupy majú spoločný cieľ - na základe pozorovaní sekvencie symbolov z kanála a na základe znalosti závislostí medzi bitmi kódového slova pridaných úmyselne kóderom vo vysielacom, vybrať v prijímači postupnosť, ktorá maximalizuje aposteriórne pravdepodobnosti jednotlivých bitov:

$$\hat{i}_k = \arg \max_{i_k \in \{0,1\}} \{p(i_k / \mathbf{S}')\}, \quad \forall k = 1, \dots, k \quad (5.1)$$

V rovnici (5.1) symbol  $i_k$  predstavuje  $k$ -ty bit užitočného informačného slova  $\mathbf{i}$ , a  $\mathbf{S}'$  je vektor vzoriek reprezentujúcich kanálové pozorovania pre celé kódové slovo. Rovnica (5.1) teda znova definuje kritérium MAP už definované v predchádzajúcej kapitole v (4.26), ale tento krát nie pre individuálne nezávislé symboly, ale pre celé sekvencie kódom viazaných symbolov. Je vhodné si uvedomiť, že veľkosť vektora  $\mathbf{S}'$ , rovnajúca sa rozmeru DFT  $N$ , na zjednodušenom modeli systému na obr. 5.1 nemusí byť v reálnom systéme totožná s dĺžkou kódového slova. V praxi je teda potrebné dodatočné spracovanie – rozdeľovanie a spájanie prijatých blokov. Pre jednoduchosť bude ďalej vektor  $\mathbf{S}'$  považovaný za vektor vzoriek prislúchajúci k práve jednému kódovému slovu, čiže jeden OFDM symbol bude niesť jedno kódové slovo ECC kódu.

Napriek jednoduchej formulácii, je pre praktické rozmery informačného slova nájdenie maxima v rovnici (5.1) veľmi zložitá a výpočtovo náročná operácia. Z tohto dôvodu existuje

pri oboch prístupoch snaha rozdeliť dekodovanie do jednoduchších funkčných blokov a medzi týmito blokmi vymieňať informáciu vo forme metriky úmernej pravdepodobnostiam bitov ako je ilustrované obrázkom 5.2:



Obr. 5.2: Princiálne zapojenie iteratívneho zložkového dekodéra.

Tu je možné postrehnúť posun od starších metód tvrdého dekodovania. Pri tvrdom dekodovaní prijímač vykoná individuálne rozhodnutie o každom z prijatých symbolov podľa niektorého z kritérií MAP alebo ML (4.26), (4.27) a takýto bit potom vstupuje do dekodéra samoopravného kódu, ktorý už neberie do úvahy spoľahlivosť predchádzajúceho rozhodnutia.

Vylepšením pri mäkkom dekodovaní je zohľadňovanie spoľahlivosti odhadu bitov vstupujúcich do dekodéra z predchádzajúceho detekčného bloku. Tento postup je možný len vtedy ak každý bit informácie už nie je reprezentovaný pomocou Boolovej algebry, teda binárne, ale pomocou nejakej miery spoľahlivosti vyjadrenej reálnym číslom (alebo aspoň prvkom mohutnejšej množiny).

Dekodovanie je teda pri LDPC rovnako ako turbo kódoch iteratívny proces pozostávajúci z aplikácie jednoduchších subdekóderov. Literatúra (29,41) definuje logaritmickej metrike LLR, označovanú aj  $\lambda(x)$  a popísanú v nasledujúcom odseku ako mieru spoľahlivosti bitov a vhodný prostriedok pre vymieňanie informácie medzi blokmi v procese dekodovania. Rovnako sú pomocou tejto metriky definované aj algoritmy vnútri týchto blokov.

Tieto algoritmy sú označované ako Soft-Input Soft-Output (SISO) algoritmy a pre turbo-kódy sú najčastejšie používané algoritmy log-MAP a max-log-MAP založené na algoritme MAP (alebo BCJR) definovanom v (72). Všetko sú to algoritmy definované na grafoch, konkrétne mriežkach (trellis) kódov.

Pre LDPC kódy sú definované odlišné grafové štruktúry. Najčastejšie varianty prakticky používaného dekodovacieho algoritmu Min-Sum, založeného na algoritme Sum-Product

definovanom v (7), inak nazývaného aj Belief-Propagation alebo Message-Passing, sú definované na tzv. Tannerovom grafe kódu. Pri dekódovaní LDPC kódov nie je zvykom dekódovanie explicitne rozdeľovať ako na obr. 5.2, ale algoritmus rovnako používa logaritmické metriky vyjadrujúce spoľahlivosť bitov. Rovnako ako pri dekódovaní turbo-kódov je algoritmus dekódovania LDPC iteratívny, pričom v každej iterácii sa striedavo vykonávajú tzv. horizontálny a vertikálny krok, ktoré si vymieňajú informácie podobne ako na obr. 5.2, takže existuje určitá podobnosť v dekódovaní oboch skupín kódov.

Táto podobnosť je formálne opísaná pomocou Faktor-Grafov (6,7), ktoré predstavujú spoločnú nadmnožinu mriežok aj Tannerových grafov a formálne spájajú oba prístupy k dekódovaniu zložitých kódov s dobrými opravnými vlastnosťami.

## 5.2 Log Likelihood Ratio

Pojem LLR úzko súvisí z detekciou signálu – procesom, pri ktorom prijímač odhaduje hodnotu vyslaného bitu na základe pozorovania kanála. Z praktického hľadiska sa ukázalo vhodné definovať metriku LLR, označovanú  $\lambda(x)$  pre binárnu diskretnú náhodnú premennú  $x$  s alternatívnym rozdelením pravdepodobnosti ako (40):

$$LLR(x) = \lambda(x) = \ln \left( \frac{p(x=1)}{p(x=0)} \right) \quad (5.2)$$

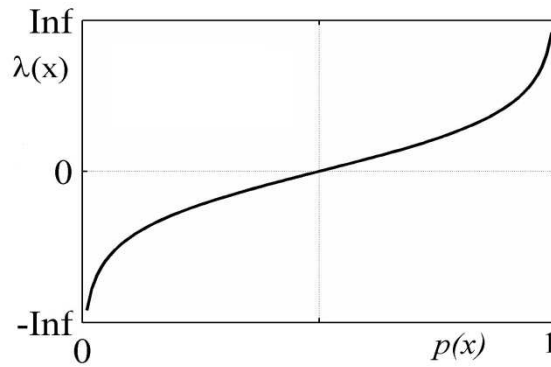
Pomocou tejto definície je potom možné vyjadriť pravdepodobnosti nadobudnutia jednotlivých binárnych hodnôt premennou  $x$ , ak je známa jej LLR pomocou:

$$p(x=1) = \frac{e^{\lambda(x)}}{1 + e^{\lambda(x)}} \quad (5.3)$$

a

$$p(x=0) = 1 - p(x=1) = \frac{1}{1 + e^{\lambda(x)}} \quad (5.4)$$

Pričom znamienko  $\lambda(x)$  určuje tvrdé rozhodnutie o hodnote binitu (0 alebo 1) a absolútna hodnota  $\lambda(x)$  určuje spoľahlivosť tohto rozhodnutia, priebeh  $\lambda(x)$  v závislosti od pravdepodobnosti  $p(x=1)$  ukazuje obr. 5.3.



Obr. 5.3: Priebeh LLR metriky  $\lambda(x)$  v závislosti od pravdepodobnosti  $p(x = 1)$ .

V súvislosti s detekciou binárnych symbolov, popísanou v kapitole 4.6, je pomocou LLR možné vyjadriť *aposteriornu* pravdepodobnosť prijatého symbolu pre BPSK (29):

$$\lambda(S / S') = \ln \left( \frac{p(S = +1 / S')}{p(S = -1 / S')} \right) = \ln \left( \left( \frac{p(S' / S = +1)}{p(S' / S = -1)} \right) \cdot \left( \frac{p(S = +1)}{p(S = -1)} \right) \right) \quad (5.5)$$

kde  $p(S = +1 / S')$  je pravdepodobnosť, že bol vyslaný symbol  $S = +1$ , za podmienky pozorovania hodnoty  $S'$  v prijímači. Podobne  $p(S = -1 / S')$  znamená pravdepodobnosť vyslania symbolu  $S = -1$ , podmienenú pozorovaním hodnoty  $S'$ . Pravdepodobnosť  $p(S = +1)$  je apriórna pravdepodobnosť vyslania symbolu  $S = +1$ , teda pravdepodobnosť že bol vyslaný symbol  $S = +1$ , a  $p(S' / S = +1)$  označuje podmienenú pravdepodobnosť pozorovania hodnoty  $S'$  v prijímači za predpokladu vyslania hodnoty  $S = +1$ .

LLR definovanú v (5.5) je možné rozdeliť na súčet dvoch členov:

$$\lambda(S / S') = \lambda_c(S') + \lambda(S) \quad (5.6)$$

kde  $\lambda(S)$  je *apriórna* LLR symbolu  $S$  nezávislá od kanála:

$$\lambda(S) = \ln \left( \frac{p(S = +1)}{p(S = -1)} \right) \quad (5.7)$$

a  $\lambda_c(S')$  udáva informáciu o spoľahlivosti kanálového pozorovania nezávislú od rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej  $S$  popisujúcej vysielaný signál :

$$\lambda_c(S') = \ln \left( \frac{p(S' / S = +1)}{p(S' / S = -1)} \right). \quad (5.8)$$

Do rovnice (5.8) je možné pre AWGN kanál ďalej dosadiť podmienenú hustotu pravdepodobnosti Gausovského rozdelenia z rovnice (2.2):



$$\lambda_c(S') = \ln \left( \frac{p(S' / S = +1)}{p(S' / S = -1)} \right) = \ln \left( \frac{\frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{S-1}{\sigma_n} \right)^2 \right]}{\frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{S+1}{\sigma_n} \right)^2 \right]} \right) = \frac{2}{\sigma_n^2} \cdot S' \quad (5.9)$$

a preformulovať kritérium detekcie symbolu ML z nerovnice (4.27) na rozhodnutie o znamienku  $\lambda_c(S')$

$$\lambda_c(S') \underset{H_2}{\overset{H_1}{>}} 0 \quad (5.10)$$

pričom vzťah (5.9) dáva priamy návod na výpočet metriky  $\lambda_c(S')$  z prijatých vzoriek  $S'$  pomocou predelenia varianciou šumu v kanály  $\sigma_n^2$ , ktorú musí prijímač odhadnúť.

### 5.3 Extrinzická informácia a Log-Likelihood algebra

LLR metriku je možné použiť pri detekcii symbolov, ale jej hlavnou aplikáciou je jej použitie pri iteratívnom dekódovaní, keď sú bity kódového slova viazané pomocou paritných rovníc definovaných kódom a keď je potrebné informáciu o hodnote bitu vyjadriť pomocou hodnôt ostatných bitov.

Extrinzická informácia je informácia o hodnote (a spoľahlivosti) bitu kódového slova, ktorá pochádza od ostatných bitov v kódovom slove, viazaných s týmto bitom.

Extrinzická informácia sa dá vyjadriť aj pri použití tvrdého vyjadrenia väzby medzi bitmi pomocou paritnej rovnice:

$$b_1 + b_2 + \dots + b_m = 0 \quad (5.11)$$

V rovnici (5.11) sú logické hodnoty bitov  $b_1$  až  $b_m$  definované nad množinou GF(2) a symbol + znamená operáciu XOR. Je veľmi jednoduché vyjadriť informáciu o ľubovoľnom bite pri znalosti ostatných bitov:

$$b_1 + b_2 + \dots + b_{i-1} + b_{i+1} + \dots + b_m = b_i \quad (5.12)$$

Pre vyjadrenie extrinzickej informácie pre LLR je situácia zložitejšia. Ako vo svojej práci uvádza Hagenauer (40), pre nezávislé náhodné premenné  $b_1$  a  $b_2$  je možné vyjadriť LLR ich XOR súčtu ako:

$$\lambda(b_1 + b_2) = \ln \left( \frac{1 + e^{\lambda(b_1)} \cdot e^{\lambda(b_2)}}{e^{\lambda(b_1)} + e^{\lambda(b_2)}} \right) \quad (5.13)$$

a definovať nový operátor súčtu LLR  $\oplus$  podľa (5.13):

$$\lambda(b_1) \oplus \lambda(b_2) := \lambda(b_1 + b_2) \quad (5.14)$$

ktorý po dodefinovaní pomocou ďalších pravidiel:

$$\lambda(b) \oplus \infty = \lambda(b) \quad (5.15)$$

$$\lambda(b) \oplus -\infty = -\lambda(b) \quad (5.16)$$

$$\lambda(b) \oplus 0 = 0 \quad (5.17)$$

vyjadruje ekvivalent paritnej rovnice (5.11) pre metriky LLR:

$$\sum_{i=1}^m \oplus \lambda(b_i) = 2 \arctan h \left( \prod_{i=1}^m \tanh \left( \frac{\lambda(b_i)}{2} \right) \right) \quad (5.18)$$

čo je možné aproximovať výrazom:

$$\sum_{i=1}^m \oplus \lambda(b_i) \cong \left( \prod_{i=1}^m \text{sign}(\lambda(b_i)) \right) \cdot \min_{i=1 \dots m} |\lambda(b_i)| \quad (5.19)$$

Vzťahy (5.13) až (5.19) sa v literatúre označujú ako Log-Likelihood algebra.

Podľa výrazov (5.18) a (5.19) je možné preformulovať rovnicu (5.12) vyjadrujúcu extrinzickú informáciu pre  $i$ -ty bit paritnej rovnice  $b_i$  nasledovne:

$$\lambda_e(b_i) = 2 \arctan h \left( \prod_{j \in \{1, \dots, m\} \setminus \{i\}} \tanh \left( \frac{\lambda(b_j)}{2} \right) \right) \quad (5.20)$$

alebo zjednodušené:

$$\lambda_e(b_i) \cong \left( \prod_{j \in \{1, \dots, m\} \setminus \{i\}} \text{sign}(\lambda(b_j)) \right) \cdot \min_{j \in \{1, \dots, m\} \setminus \{i\}} |\lambda(b_j)| \quad (5.21)$$

V kontexte dekódovania kódovaného prenosu teda možné aposteriórnu spoľahlivosť bitu  $i$  informačného slova  $\mathbf{i}$  vyjadriť pomocou modifikácie vzťahu (5.6):

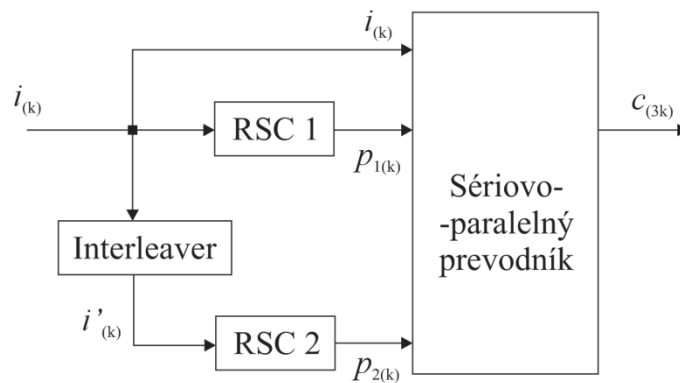
$$\Lambda(i) = \lambda_c(i) + \lambda(i) + \lambda_e(i) \quad (5.22)$$

Kde  $\Lambda(i)$  je aposteriórna LLR,  $\lambda(i)$  je apriórna LLR a  $\lambda_c(i)$  je kanálová LLR bitu  $i$ .

$\lambda_e(i)$  je extrinzická informácia o bite  $i$  informačného slova  $\mathbf{i}$ , získaná od ostatných bitov kódového slova  $\mathbf{c}$ .

## 5.4 Radenie kódov: turbo-princíp

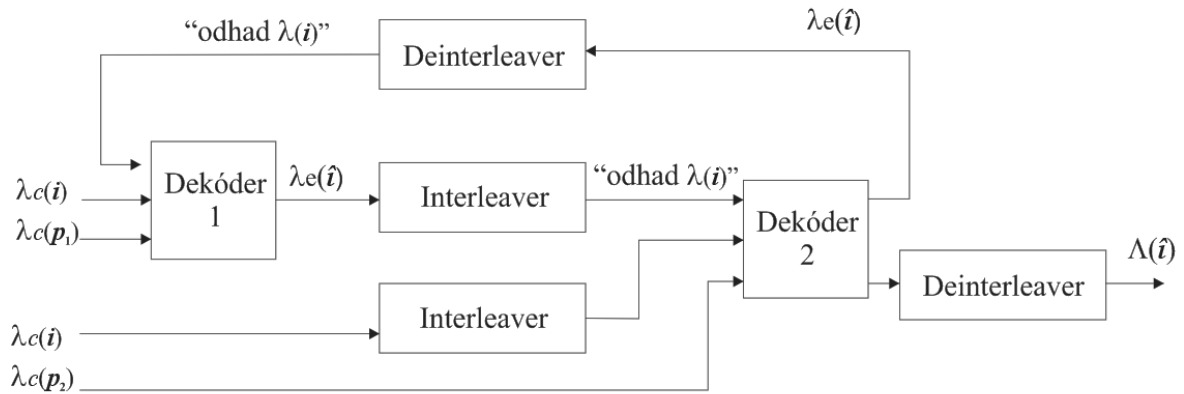
Základným princípom pri kódovaní pomocou turbo-kódov je paralelné radenie dvoch alebo viacerých jednoduchých kóderov. V praxi najpoužívanejšie je použitie konvolučných kódov.



Obr. 5.4: Štruktúra kódera pre turbo kód s rýchlosťou  $R=1/3$ . Pre každý informačný binit  $i_{(k)}$  generuje kóder na výstupe tri binity kódového slova  $c_{(3k)}$ .

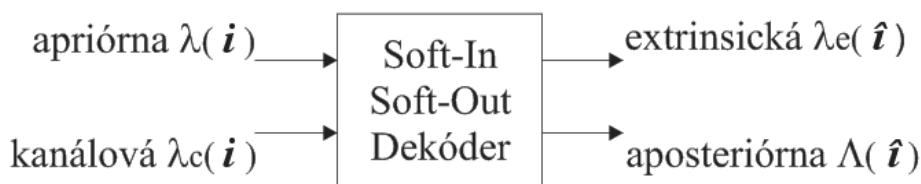
Štruktúra kódera pozostáva z dvoch prípadne viac paralelne radených rekurzívnych systematických konvolučných (RSC) kóderov, pričom nie je nevyhnutné použiť rovnaké kóдеры (aj keď je to často používané riešenie). Druhý kóder prijíma na vstupe rovnaké dáta ako prvý, len v inom poradí, pričom zmenu poradia informačnej postupnosti  $i_{(k)}$  na postupnosť  $i'_{(k)}$  zabezpečuje premiešavač (interleaver). Informačné bity sú vysielané priamo bez zmeny cez hornú vetvu turbo-kódera, zatiaľ čo RSC kóдеры implementujú len paritné sekvencie  $p_{1(k)}$  a  $p_{2(k)}$ . Výstupy všetkých vetiev, skombinované do niekoľkonásobne rýchlejšieho toku binitov, sú po paralelno-sériovom prevode určené na moduláciu a prenos.

Výhodou turbo kódera je jednoduchosť jeho realizácie, a s ňou súvisiaca energetická úspornosť, ktorá takýto kóder robí vhodným pre mobilné zariadenia. S jednoduchosťou kódera kontrastuje zložitosť iteratívneho turbo-dekódera na obr. 5.5.



Obr. 5.5: Štruktúra turbo dekodéra pre kóder z obr. 5.5.

Dekódovanie prebieha vo viacerých cykloch, každý kompletný cyklus (iterácia) sa skladá z dvoch poditerácií, jednej pre každý kód. Obidva subdekódery sú mäkké dekodéry SISO odovzdávajúce si extrinzičnú informáciu o informačných bitoch  $\lambda_e(\hat{\mathbf{i}})$ . Vstupmi prvého dekodéra sú LLR systematickej postupnosti  $\lambda_c(\mathbf{i})$  a parity postupnosť  $\lambda_c(\mathbf{p}_1)$ , ktoré boli zakódované v prvom kóde RSC 1, obe pochádzajúce z kanálového pozorovania. Tretím vstupom dekodéra č.1 je prídavná (extrinzičná) informácia, pôvodne pochádzajúca z výstupu druhého dekodéra  $\lambda_{e2}(\hat{\mathbf{i}})$ . Táto informácia slúži po odpremiešaní (deinterleaving) ako odhad apriórnej informácie  $\lambda(\mathbf{i})$ . Fakt, že sa jedná o odhad je v obr. 5.5 naznačený úvodzovkami. Pre druhý dekodér sú vstupmi LLR kanálovej parity sekvencie  $\lambda_c(\mathbf{p}_2)$ , premiešaná postupnosť LLR systematických bitov  $\lambda_c(\mathbf{i})$  a prídavná (extrinzičná) informácia z výstupu prvého dekodéra  $\lambda_{e1}(\hat{\mathbf{i}})$ , slúžiaca po premiešaní ako odhad apriórnej informácie  $\lambda(\mathbf{i})$ . Generovaním druhého odhadu extrinzičkej informácie  $\lambda_{e2}(\hat{\mathbf{i}})$  sa zavŕši jedna iterácia dekódovania. Proces vzájomnej výmeny odhadov  $\lambda_e(\hat{\mathbf{i}})$  sa opakuje, pokiaľ nie je dosiahnuté určité zastavovacie kritérium, typicky stanovený počet iterácií. Spravidla platí, že čím je počet iterácií väčší, tým je nižšia dosiahnutá chybovosť, ale zároveň sa znižuje zlepšenie chybovosti medzi po sebe nasledujúcimi iteráciami.



Obr. 5.6: SISO dekodér.

Dekodéry 1 a 2 sú tzv. Soft-In Soft-Out (SISO) dekodéry, ktorých vstupmi sú LLR kanálových pozorovaní a odhady apriórnych LLR, a ktorých výstupmi sú odhady aposteriórnych LLR informačných bitov a mäkkej extrinziekej informácie. Pri kódoch s pravidelnými mriežkami, ako sú konvolučné kódy, implementujú niektorý zo spomínaných dekodovacích algoritmov MAP, log-MAP, max-log-MAP, či SOVA. Ich podrobný popis nie je pre účely tejto práce potrebný a je dostupný v literatúre (29, 41, 72).

## 5.5 Sériové radenie kódov

Sériovo radený zložený kóder predstavuje priamočiaru alternatívu k paralelne radeným turbo kóderom kedy spolupracujú dva jednoduché kóдеры zaradené do kaskády pričom výstup vonkajšieho kódera vchádza do premiešavača odkiaľ je privedený na vstup vnútorného kódera (41):



Obr. 5.7: Sériové radenie kódov

Spojením dvoch jednoduchých kóderov dochádza opäť k synergickému efektu kedy výsledný kód môže vykazovať veľmi dobré opravné vlastnosti. Všetky princípy dekódovania sú pre sériový systém obdobné ako pre už popísaný paralelný systém na obr. 5.4 s tým rozdielom, že SISO Dekóder 2 – dekodér vonkajšieho kódu má pri dekódovaní sériovo radených kódov len jeden vstup – odpromiešanú LLR z výstupu dekodéra vnútorného kódu

## 5.6 LDPC kódy

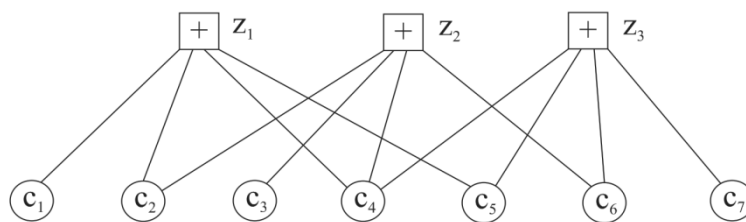
Na rozdiel od turbo-kódov spájajúcich viaceré jednoduchšie kódy, LDPC kódy sú klasické Lineárne Blokové Kódy (LBK) prvý krát popísané Gallagerom v (3). Pre svoje výnimočné opravné vlastnosti si v posledných rokoch našli cestu (aspoň ako nepovinné - optional) do komunikačných štandardov ako IEEE 802.16e či IEEE 802.11n.

Ich špecifikom je veľmi veľká dĺžka kódového slova ( $n$  až 64800 v DVB-S2 (16)) a definovanie kódu nie ako je všeobecne zvykom pomocou generujúcej matice kódu  $\mathbf{G}$ , ale pomocou kontrolnej matice  $\mathbf{H}$ . Spojenie Low-Density v skratke LDPC naznačuje vlastnosti kontrolnej matice - matica  $\mathbf{H}$  musí byť riedka, teda musí obsahovať oveľa menej jednotiek ako núl.

Existuje veľmi veľa LDPC kódov, ale len malá časť z nich je určená na praktické použitie v mobilných systémoch. Dôvodom je okrem výpočtovej zložitosti dekódovacieho algoritmu aj vo všeobecnosti zložitá kódovanie. Z tohto dôvodu je v štandardoch použitá podmnožina LDPC kódov so špeciálnym tvarom  $\mathbf{H}$  matice, ktorý umožňuje vykonať systematické kódovanie bez znalosti matice  $\mathbf{G}$ , priamo použitím kontrolnej matice kódu  $\mathbf{H}$ . Algoritmy pre kódovanie sú bližšie popísané priamo v štandarde (14) alebo v (4,5).

V spojitosti s témou tejto práce je viac zaujímavé dekódovanie LDPC kódov v prijímači. Algoritmov mäkkého dekódovania je niekoľko, pričom všetky sú založené na grafickej reprezentácii matice  $\mathbf{H}$  – Tannerovom grafe. Riadky matice  $\mathbf{H}$  predstavujú paritné rovnice, ich počet je  $m = n - k$  kde  $n$  je dĺžka kódového slova a  $k$  dĺžka informačného slova. Nenulové pozície v riadku určujú bity kódového slova participujúce v danej paritnej rovnici.

Tannerov graf (6,7) je bipartitný graf obsahujúci dva druhy uzlov - uzly premenných (variable nodes) zodpovedajúce bitom kódového slova a kontrolné uzly (check nodes) reprezentujúce riadky matice  $\mathbf{H}$  - paritné rovnice vytvárajúce závislosti medzi bitmi.



Obr. 5.8: Tannerov graf pre Hammingov kód (7, 4, 3). z označuje paritné uzly, c uzly premenných.

V Tannerovom grafe môžu vždy susediť len uzly rôznych typov –kontrolné uzly susedia len s uzlami premenných. Definujú sa tzv. „susedstvá“ (neighborhood) uzlov:  $N_{(m)}$  je množina uzlov premennej participujúcich v  $m$ -tej paritnej rovnici a  $M_{(n)}$  je množina kontrolných uzlov v rovniciach ktorých participuje  $n$ -tý uzol premennej.

## 5.7 Algoritmus Min-Sum

Jedným z najpoužívanejších algoritmov pre dekódovanie LDPC kódov je algoritmus Min-Sum. Ide o iteratívny algoritmus mäkkého dekódovania, aproximujúci algoritmus posielania správ SPA (Sum-Product Algorithm). SPA implementuje proces marginalizácie pre spoločné rozdelenie pravdepodobnosti všetkých náhodných premenných popisujúcich pozície (symboly) kódového slova. Pre Tannerov graf bez cyklov sú výstupom tohto algoritmu aposteriórne pravdepodobnosti pre všetky uzly premenných. Pre matice  $\mathbf{H}$  praktických kódov, takmer vždy obsahujúcich cykly, sú ale výstupom algoritmu len aproximácie aposteriórnych pravdepodobností, niekedy označované ako pseudoposteriórne pravdepodobnosti (29).

Vstupom algoritmu Min-Sum sú metriky LLR kanálových pozorovaní  $\lambda_c(c_n)$  pre všetky bity kódového slova. Algoritmus opakuje iterácie zložené vždy z troch podkrokov. Pre ich úplné pochopenie je potrebné ešte zaviesť niekoľko označení:

Ak  $N_{(m)}$  je množina uzlov premennej participujúcich v  $m$ -tej paritnej rovnici, potom  $N_{(m)} \setminus n$  označuje množinu týchto uzlov s výnimkou  $n$ -tého uzla. Ak  $M_{(n)}$  je množina kontrolných uzlov v rovniciach ktorých participuje  $n$ -tý uzol premennej, potom  $M_{(n)} \setminus m$  označuje túto množinu s výnimkou uzla  $m$ . Ďalej  $\lambda_{e_{mn}}$  je správa posielaná z uzla premennej  $n$  do kontrolného uzla  $m$ . Je to LLR pre bit  $n$ , získaná od ostatných kontrolných uzlov okrem uzla  $m$ . Symbol  $L_{mn}^{(k)}$  označuje správu posielaná z kontrolného uzla  $m$  do uzla premennej  $n$ . Je to LLR splnenia paritnej rovnice  $m$  pri fixácii bitu  $n$ , pričom ostatné bity sú nezávislé s LLR metrikami  $\lambda_{e_{mn'}}$ ,  $n' \in N_{(m)} \setminus n$ . Tento pomerne komplikovaný slovný popis je vhodné spolu s algoritmom Min-Sum ilustrovať graficky, čo je uvedené hneď za definíciou algoritmu MS.

Pomocou uvedených pojmov je algoritmus Min-Sum definovaný nasledovne:

### Algoritmus 5.1:

1. Horizontálny krok (aktualizácia kontrolných uzlov).

Pre  $\forall m \in \{1, \dots, m\}$  - všetky riadky matice  $\mathbf{H}$  a  $\forall n \in N_{(m)}$  :

$$L_{mn}^{(k)} = \left( \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \text{sgn}(\lambda e_{mn'}^{(k-1)}) \right) \times \left( \min_{n' \in N(m) \setminus n} (\lambda e_{mn'}^{(k-1)}) \right) \quad (5.23)$$

$L_{mn}^{(k)}$  je nová hodnota kontrolného uzla m.

## 2. Vertikálny krok (aktualizácia uzlov premenných)

Pre  $\forall n \in \{1, \dots, n\}$

$$\lambda e_{mn}^{(k)} = \lambda_c(c_n) + \sum_{m' \in M(n) \setminus m} L_{m'n}^{(k)} \quad (5.24)$$

## 3. Dekódovanie

Sa skladá z troch podkrokov:

- a) Výpočet LLR odhadov aposteriórnej pravdepodobnosti pre každý bit kódového slova:

$$\Lambda(\hat{c}_n)^{(k)} = \lambda_c(c_n) + \sum_{m' \in M(n)} L_{m'n}^{(k)} \quad (5.25)$$

- b) Tvrdé rozhodnutie o bitoch na základe týchto odhadov

$$\hat{c}_n := \begin{cases} 1, & \Lambda(\hat{c}_n) > 0 \\ 0, & \Lambda(\hat{c}_n) < 0 \end{cases} \quad (5.26)$$

- c) Overenie ortogonalít – splnenia maticovej rovnice:

$$\mathbf{H} \times \mathbf{c} = \mathbf{0} \quad (5.27)$$

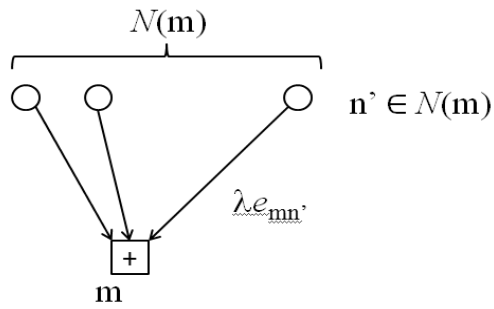
je ekvivalentné splneniu všetkých paritných rovníc definovaných maticou  $\mathbf{H}$ .

Ak nie je podmienka ortogonalít splnená, algoritmus pokračuje ďalšou iteráciou.

Algoritmus MS môže byť ilustrovaný graficky spolu s použitými pojmami. Na nasledujúcich obrázkoch je ilustrovaná jedna iterácia algoritmu, spolu s inicializáciou.

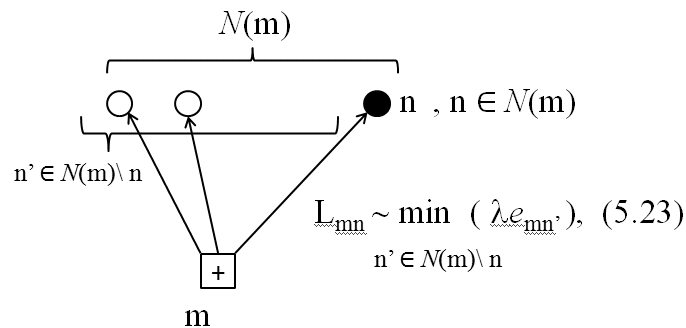
1. Prvotné poslanie správ - LLR od uzlov premenných do kontrolného uzla m. Ako aproximácia  $\lambda e_{mn'}$  je použité kanálové pozorovanie  $\lambda c$ .





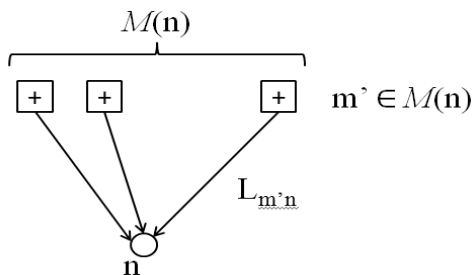
Obr. 5.9: Posielanie správ od uzlov premenných.

2. Výpočet hodnôt správ  $L_{mn}$  a posielanie týchto správ z kontrolného uzla  $m$  do incidentných uzlov premenných. Do každého uzla premennej je posielaná iná správa, pričom špeciálne je vyznačená správa  $L_{mn}$  pre uzol premennej  $n$ .



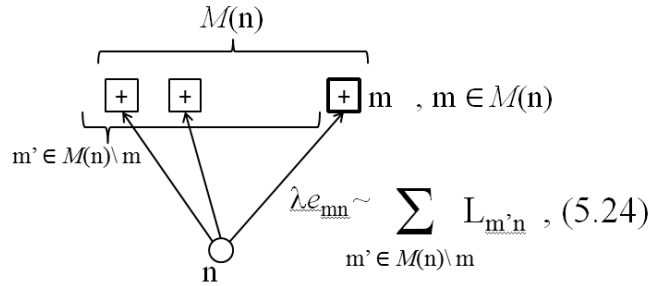
Obr. 5.10: Posielanie správ od kontrolného uzla.

3. Predchádzajúci krok zobrazený z pohľadu uzla premennej, prijímajúceho správy od všetkých incidentných kontrolných uzlov:



Obr. 5.11: Posielanie správ od kontrolných uzlov.

4. Výpočet hodnôt správ  $\lambda e_{mn}$  posielaných z uzla premennej  $n$  do všetkých incidentných kontrolných uzlov. Do každého kontrolného uzla je posielaná iná správa, pričom špeciálne je vyznačená správa pre kontrolný uzol  $m$ .



Obr. 5.12: Posielanie správ od uzla premennej.

Počet iterácií algoritmu Min-Sum je možno limitovať nastavením prahovej hodnoty. Pri jej prekročení algoritmus končí aj bez dosiahnutia ortogonalít – výsledné odhady bitov teda nemusia tvoriť kódové slovo kódu, čo je plne v súlade s dekódovaním typu MAP pre sekvencie. Výhodou je, že algoritmus poskytuje indikáciu konvergencie ku kódovému slovu vo forme syndrómu (5.27). Napriek tomu, že algoritmus vykonáva tvrdé rozhodnutia pre vyhodnotenie zastavovacej podmienky (5.27), môžu byť jeho výstupom mäkké hodnoty LLR metrick odhadov aposteriorných pravdepodobností bitov.

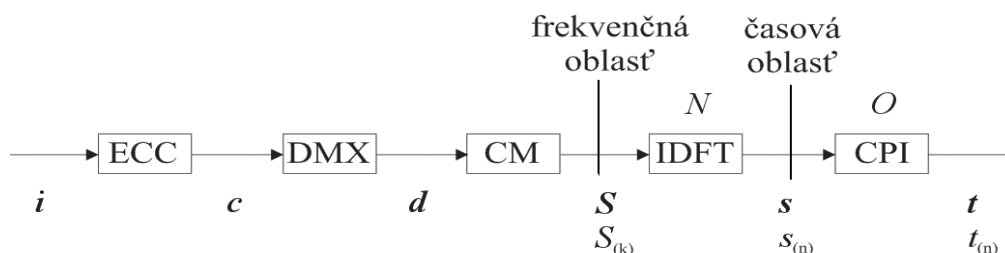
## 5.8 Zhrnutie

Táto kapitola sa zaoberá bližším popisom súčasných samoopravných kódov, používaných v moderných komunikačných systémoch. Definícia konkrétnych parametrov týchto kódov je súčasťou komunikačných štandardov definujúcich aj parametre OFDM. Pretože nová metóda extrakcie redundancie prítomnej v cyklickom prefixe OFDM využíva prítomnosť silného samoopravného kódu, súčasťou tejto práce je aj implementácia prezentovaného algoritmu Min-Sum pre dekódovanie LDPC kódov. Zároveň dizajn modifikovaného OFDM prijímača v nasledujúcej kapitole vychádza z prezentovaného turbo princípu. Preto aj keď táto neprináša vlastné originálne postupy, jej zaradenie je nutné pre pochopenie nasledujúcich kapitol.

# Kapitola 6

## Využitie redundancie v OFDM

Predchádzajúce kapitoly buď popisovali existujúce postupy používané v moderných OFDM systémoch a popísané v literatúre, alebo zavádzali prvky vlastného formálneho aparátu. Táto kapitola popisuje výhradne vlastné nové originálne postupy prinášajúce dodatočné zníženie chybovosti prenosu v kódovanom OFDM systéme, využívajúc pritom znalosti a formalizmus uvedený v predošlých kapitolách. Podrobne sa venuje cieľom 3 a 4 - je odvodená nová metóda pre extrakciu redundancie prítomnej v COFDM vo forme cyklického prefixu a táto je využitá na zníženie chybovosti prenosu za využitia samoopravného kódu už prítomného v systéme. Je navrhnutá modifikácie prijímača, ktorá kladie dôraz na kompatibilitu s existujúcimi štandardmi. Nová metóda teda nezasahuje ani do štruktúry vysielča, ani do existujúcich komunikačných protokolov. Predpokladom pre zlepšenie chybovosti je prítomnosť silného samoopravného kódu v systéme. Kompatibilita s už existujúcimi protokolmi je podmienkou potenciálnej praktickej implementácii tejto modifikácie. Ďalšou okolnosťou, ktorú návrh berie do úvahy, je implementácia na platforme softvérového rádia SDR (Software Defined Radio). Prezentované modifikácie prijímača sú preto vyjadrené aj vo forme všeobecných algoritmov, bez orientácie na konkrétny jazyk.



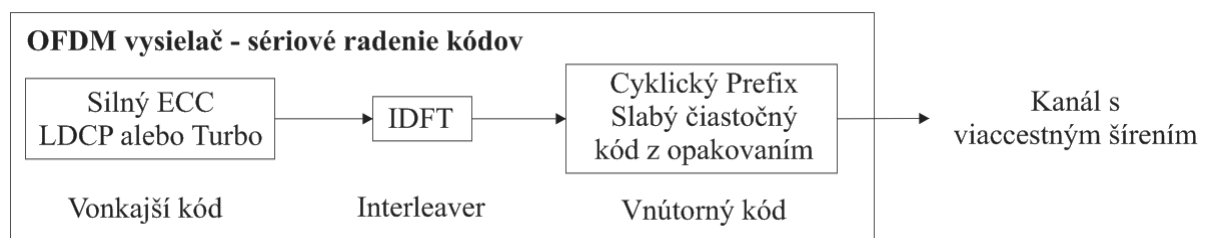
Obr. 6.1: Rekapitulácia zjednodušenej štruktúry vysielča z obr. 1.8.

## 6.1 Redundancia v cyklickom prefixe

Ako bolo uvedené v kapitole 2.5, pri OFDM prenose sa do vysielaného bloku vkladá cyklický prefix zabezpečujúci posilnenie odolnosti prenosu voči medziblokovej interferencii. Cyklický prefix predstavuje redundanciu pretože časť vzoriek z konca bloku je skopírovaná na začiatok bloku. Vzorky CP sa potom v bežnom OFDM prijímači zahadzujú v dôsledku ich (očakávaného) znehodnotenia medziblokovou interferenciou. Aká časť bloku tvorí CP definuje komunikačný štandard. Pre IEEE 802.16e je počet redundantných vzoriek  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$  alebo  $1/32$  počtu dátových vzoriek (14).

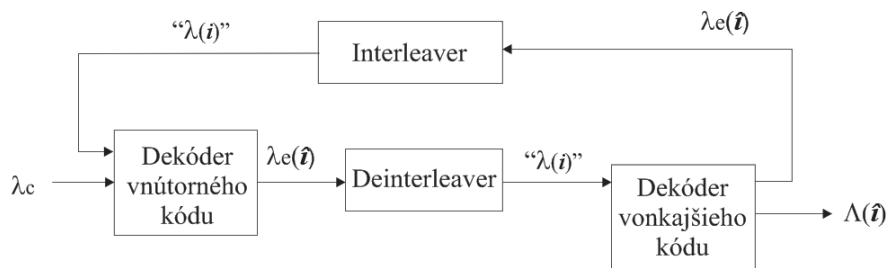
Celá táto kapitola je postavená na troch originálnych kľúčových pozorovaniach:

1. Vkladanie cyklického prefixu je vlastne čiastočný kód s opakovaním.
2. IDFT vo vysieláči je možné vnímať ako premiešavač (interleaver).
3. COFDM vysieláč je vlastne systém so sériovým radením kódov, ako ukazuje obr. 6.2, kde vonkajším kódom je samoopravný kód špecifikovaný komunikačným štandardom a vnútorný kód je vkladanie cyklického prefixu.



Obr. 6.2: Sériové radenie kódov v OFDM vysieláči.

Ako uvádzajú kapitoly 5.4 a 5.5, vychádzajúce z  $(41,72)$ , takýto systém so sériovým radením kódov je teoreticky možné dekódovať pomocou iteratívneho dekodéra, kde si dekóder vnútorného a dekóder vonkajšieho kódu cez premiešavač (interleaver) a odpremiešavač (deinterleaver) vymieňajú informáciu o spoľahlivosti symbolov. Takýto dekóder je zobrazený na obr. 6.3.



Obr. 6.3: Iteratívny dekódér sériovo radených kódov.

Použitie tohto existujúceho princípu pre dekódovanie OFDM naráža na niekoľko závažných problémov:

Iteratívny dekódér na obr. 6.3 je definovaný len pre kódy nad binárnou abecedou ( $GF(2)$ ) alebo pre kódy definované nad rozšírenou binárnou abecedou ( $GF(2^r)$ ). Čiže pre dekódovanie OFDM nemožno jednoducho aplikovať existujúce publikované postupy.

Opakované vyslanie vzoriek je proces analogický opakovanému vysielaniu bitov avšak v tomto prípade sú kópie dostupné len pre niektoré dátové vzorky. Pre uvedené dĺžky cyklického prefixu predstavuje vkladanie CP kód z opakovaním s rýchlosťou  $R = 4/5, 8/9, 16/17$  alebo  $32/33$ . Navyiac od binárneho kódu s opakovaním sa vkladanie CP v OFDM líši. Opakované vzorky nie sú bity ale symboly v časovej oblasti, ktoré s hodnotami bitov súvisia cez proces mapovania a následnú IDFT (obr. 6.1). Implementácia aj veľmi jednoduchého mäkkého dekodéra kódu z opakovaním v časovej oblasti potom naráža na ďalšie problémy. Napríklad vo všeobecnosti používaná metrika LLR (5.2) je veličina definovaná len pre binárne náhodné premenné a časové vzorky vysielaného OFDM symbolu rozhodne binárnymi veličinami nie sú.

Iným problémom je dôvod zahadzovania CP v súčasných systémoch – vzorky CP sú poškodené medziblokovou interferenciou, teda závisia od dvoch po sebe nasledujúcich OFDM symbolov.

Ďalším problémom je použitie IDFT na premiešavanie. IDFT totiž na rozdiel od existujúcich premiešavačov zavádza závislosti medzi premiešavané symboly a mení aj obor hodnôt symbolov (Transformuje symboly modulačnej abecedy na ich komplexné lineárne kombinácie .)

Riešenie uvedených problémov postupne prinášajú jednotlivé nasledujúce podkapitoly. Nasledujúca podkapitola popisuje dekódovanie kódu s opakovaním.

## 6.2 Kód s opakovaním

Asi najjednoduchším možným samoopravným kódom je kód s opakovaním. Pri takomto kódovaní je každý informačný bit vysielaný do kanála niekoľkokrát – čiže sa jedná len o opakovanie vyslania. Pre potreby tejto analýzy je postačujúce sústrediť sa na veľmi jednoduchý takýto kód - kód s rýchlosťou  $R = 1/2$ , kde je každý bit jedenkrát zopakovaný. Takýto kód je z hľadiska opravnej schopnosti veľmi slabý, viaže totiž vždy iba dva vyslané bity – originálny dátový bit a jeho kópiu. Pretože minimálna Hammingova vzdialenosť je nezávislá od dĺžky kódového slova a je rovná  $d_{min} = 2$ , algoritmy tvrdého dekódovania sami o sebe neprinášajú pre takýto kód žiadne zníženie chybovosti. Pri aplikácii mäkkého (SISO) dekódovania s použitím metriky LLR, popísaného rovnicou (5.20):

$$\lambda_e(b_i) = 2 \operatorname{arctan} h \left( \prod_{j \in \{1, \dots, m\} \setminus \{i\}} \tanh \left( \frac{\lambda(b_j)}{2} \right) \right)$$

je, pri uvážení, že bit  $b_i$  je viazaný iba s jediným ďalším bitom - svojou kópiou  $b_j$ , možné túto rovnicu ľahko zjednodušiť na nasledujúci tvar:

$$\lambda_e(b_i) = \lambda(b_j) \quad , \text{ kde bit } b_j \text{ je kópiou bitu } b_i \quad (6.1)$$

Teda extrinzickou informáciou pre dátový bit je priamo LLR kanálového pozorovania jeho kópie (a naopak).

Napriek tomu, že sa jedná o slabý kód, prináša však aj niekoľko výhod. Prvou je výpočtovo veľmi nenáročný proces mäkkého aposteriórneho dekódovania spočívajúci v jednoduchom sčítaní príslušných LLR podľa (5.22). Druhou výhodou tohto kódu je evidentná schopnosť kódovať symboly ľubovoľnej abecedy. Iný pohľad na kód s opakovaním prezentuje pojem časovej diverzity, ktorý má najmä v kontexte mobilného kanála s viaccestným šírením veľký význam (24, 25).

Cyklický prefix v OFDM predstavuje ale len čiastočný kód s opakovaním - kód kedy sú vysielané kópie len pre niektoré symboly. Čo sa týka opravnej schopnosti je tento kód ešte slabší ako kód s jedným opakovaním každého symbolu.

## 6.3 Dekódovanie CP v časovej oblasti

Cyklický prefix je čiastočný kód s opakovaním definovaný nad množinou komplexných čísel (Complex Field Code (CFC)). V literatúre sú popísané metódy, ako je možné dekódovať niektoré takéto jednoduché kódy. Vzhľadom na ich povahu sa tieto metódy označujú ako metódy ekvalizácie, najznámejšou a v praxi používanou je Viterbiho ekvalizér, ktorého výstupom je ML odhad informačného slova kódu nad komplexnými číslami. Inou metódou pre nájdenie ML odhadu je metóda sférického dekódovania (sphere decoding), založená na QR rozklade matice kanála (24).

Praktické použitie existujúcich metód pre dekódovanie CP ako CFC je v kontexte OFDM sporné. Dôvody sú nasledovné:

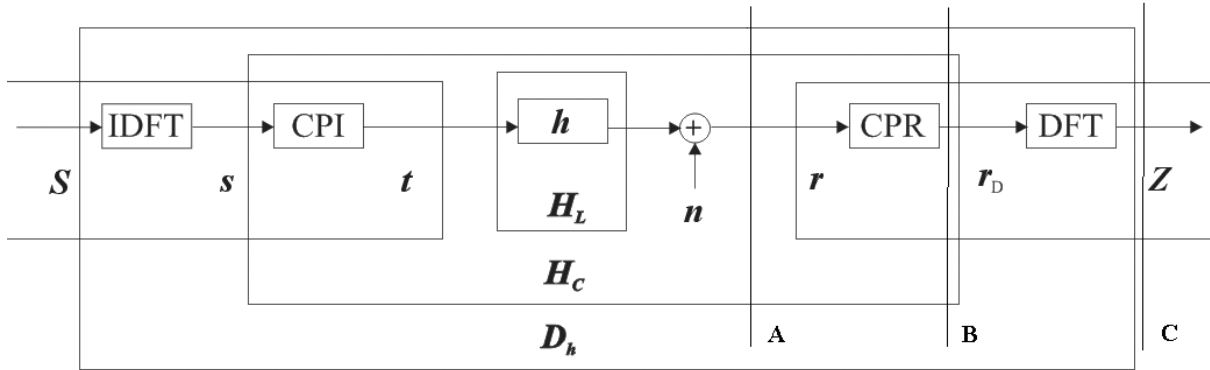
OFDM symbol v časovej oblasti je tvorený lineárnou kombináciou (IDFT) veľkého množstva, až v ráde tisícov, subsymbolov nastavených podľa modulačnej abecedy vo frekvenčnej oblasti. Teda počet možných hodnôt symbolov v časovej oblasti je obrovský. S veľkým počtom hodnôt súvisí aj obrovský rozmer mriežok (trellis) takýchto kódov, preto existujúce metódy ako Viterbiho ekvalizér by viedli k neimplementovateľne vysokej zložitosti prijímača. Rovnakým neduhom trpí aj metóda sférického dekódovania.

Druhým problémom dekódovania CP v časovej oblasti je spojenie dekodérov na obr. 6.3. pomocou DFT. Aj keby bol k dispozícii odhad nejakých metrík pre jednotlivé symboly v časovej oblasti, po transformácii do frekvenčnej oblasti, kde operuje dekoder vonkajšieho samoopravného kódu, by boli k dispozícii opäť iba lineárne kombinácie až tisícov hodnôt metrík v časovej oblasti. Využiť tieto lineárne kombinácie na posilnenie existujúceho dekodéra vonkajšieho kódu je veľmi zložitá úloha.

Našťastie riešenie tejto situácie existuje, a je jedným z podstatných prínosov tejto práce. Je to presun dekódovania informácie v CP kompletne do frekvenčnej oblasti. Pre odvodenie metódy pre tento presun, je potrebné zaviesť novú segmentáciu matice kanála, podobnú ako bola definovaná v kapitole 3.

## 6.4 Nová segmentácia konvolučnej matice kanála

V kapitole 3.9 bola v (3.50) zavedená segmentácia konvolučnej matice kanála. S definíciou (3.50) súvisí aj definovaná segmentácia vysielaného vektora  $\mathbf{t}$  (3.48) a prijatého vektora  $\mathbf{r}$  (3.49). Ako sa ukázalo v kapitole 4, toto rozdelenie bolo vytvorené pre formalizáciu cirkularizácie matice lineárnej konvolúcie - nájdenie cirkulantnej matice  $\mathbf{H}_c$  v zovšeobecnenej Toeplitzovej matici kanála  $\mathbf{H}_L$ . V nasledujúcich odstavcoch bude definovaná nová segmentácia - nové rozdelenie matice  $\mathbf{H}_L$ , vysielaného vektora ošetreného cyklickým prefixom  $\mathbf{t}$  a prijatého vektora  $\mathbf{r}$ , predĺženého v dôsledku konvolúcie s impulznou odpoveďou kanála  $\mathbf{h}$ . Rozdelenie bude tentoraz motivované snahou o nájdenie druhej cirkulantnej submatice  $\mathbf{H}_c$  v matici kanála  $\mathbf{H}_L$ . Obr. 6.4 pripomína označenie symbolov ako aj rôzne modely OFDM prenosu zavedené v kapitole 4.4.



Obr. 6.4: Modelovanie OFDM prenosu na rôznych rozhraniach pomocou matíc  $\mathbf{H}_L$ ,  $\mathbf{H}_c$ ,  $\mathbf{D}_h$ .

Segmentácia matice  $\mathbf{H}_L$  je podobne ako v kapitole 3.9 určená segmentáciou vektorov  $\mathbf{t}$  a  $\mathbf{r}$ . Ako už bolo uvedené v (3.48), vektor  $\mathbf{t}$  vzniká z vektora  $\mathbf{s}$  nesúceho užitočné dáta pridaním cyklického prefixu a je teda zreťazením vektora  $\mathbf{t}_{CP2}$  a  $\mathbf{s}$ :

$$\mathbf{t}^{((N+O) \times 1)} = \left[ \mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel \mathbf{s}^{(N \times 1)} \right] = \left[ \mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{NP}^{((N-O) \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{CP}^{(O \times 1)} \right]$$

Pre účely extrakcie kópie informácie v cyklickom prefixe  $\mathbf{t}_{CP2}$  je daná segmentácia postačujúca. Je len vhodné označiť druhú kópiu vektora nesúceho užitočnú informáciu -  $\mathbf{s}_2$ . Tento vektor bude používaný pri popise dodatočného spracovania prijatého vektora  $\mathbf{r}$ :

$$\mathbf{t}^{((N+O) \times 1)} = \left[ \mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{NP}^{((N-O) \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{CP}^{(O \times 1)} \right] = \left[ \mathbf{s}_2^{(N \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{CP}^{(O \times 1)} \right] \quad (6.2)$$

teda

$$\mathbf{s}_2^{(N \times 1)} = \left[ \mathbf{t}_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel \mathbf{t}_{NP}^{((N-O) \times 1)} \right] \quad (6.3)$$



Na druhej strane segmentáciu vektora  $\mathbf{r}$  z (3.49) :

$$\mathbf{r}^{((Nc+v-1)\times 1)} = \left[ \mathbf{r}_{CP}^{(O\times 1)} \parallel \mathbf{r}_D^{(N\times 1)} \parallel \mathbf{r}_T^{((v-1)\times 1)} \right]$$

je potrebné modifikovať tak, aby vyjadrovala vyberanie druhej kópie prijatých dát - vektora  $\mathbf{r}_{D2}$ . Tento vektor musí závisieť od vzoriek cyklického prefixu  $\mathbf{t}_{CP2}$  a jeho dĺžka by mala byť rovná rozmeru Fourierovej transformácie  $N$ . (Dôvody pre túto voľbu budú uvedené v ďalšom texte.) Tieto podmienky definujú nasledujúcu voľbu segmentácie vektora  $\mathbf{r}$ :

$$\mathbf{r}^{((Nc+v-1)\times 1)} = \left[ \mathbf{r}_{CP}^{(O\times 1)} \parallel \mathbf{r}_D'^{((N-O)\times 1)} \parallel \mathbf{r}_D''^{(O\times 1)} \parallel \mathbf{r}_T^{((v-1)\times 1)} \right] \quad (6.4)$$

Ďalej spracovávaný vektor  $\mathbf{r}_{D2}$  je potom definovaný:

$$\mathbf{r}_{D2}^{(N\times 1)} = \left[ \mathbf{r}_{CP}^{(O\times 1)} \parallel \mathbf{r}_D'^{((N-O)\times 1)} \right] \quad (6.5)$$

Segmentácia vektora  $\mathbf{r}$  (6.4) je zároveň zvolená tak, aby bola kompatibilná s už zavedenou segmentáciou v kapitole 3. Aj vektor  $\mathbf{r}_D$  je možné vyjadriť pomocou subvektorov definovaných v (6.4):

$$\mathbf{r}_D^{(N\times 1)} = \left[ \mathbf{r}_D'^{((N-O)\times 1)} \parallel \mathbf{r}_D''^{(O\times 1)} \right] \quad (6.6)$$

Rozdelenia vektorov  $\mathbf{t}$  a  $\mathbf{r}$  v rovniciach (6.2) a (6.4) určujú novú segmentáciu matice kanála  $\mathbf{H}_L$ :

$$\mathbf{H}_L^{((Nc+v-1)\times Nc)} = \left[ \begin{array}{ccc} \mathbf{H}_{11}^{(O\times O)} & \mathbf{H}_{12}^{(O\times(N-O))} & \mathbf{H}_{13}^{(O\times O)} \\ \mathbf{H}_{21}^{((N-O)\times O)} & \mathbf{H}_{22}^{((N-O)\times(N-O))} & \mathbf{H}_{23}^{((N-O)\times O)} \\ \mathbf{H}_{31}^{(O\times O)} & \mathbf{H}_{32}^{(O\times(N-O))} & \mathbf{H}_{33}^{(O\times O)} \\ \mathbf{H}_{41}^{((v-1)\times O)} & \mathbf{H}_{42}^{((v-1)\times(N-O))} & \mathbf{H}_{43}^{((v-1)\times O)} \end{array} \right] \quad (6.7)$$

Pričom rozmery a štruktúra matíc  $\mathbf{H}_{11}$ ,  $\mathbf{H}_{12}$ ,  $\mathbf{H}_{13}$ , zostáva rovnaká ako v kapitole 3.9. Rovnako pre matice  $\mathbf{H}_{41}$ ,  $\mathbf{H}_{42}$ ,  $\mathbf{H}_{43}$  zase platia definície matíc  $\mathbf{H}_{31}$ ,  $\mathbf{H}_{32}$ ,  $\mathbf{H}_{33}$  z kapitoly 3.9. Matice  $\mathbf{H}_{21}$ ,  $\mathbf{H}_{22}$ ,  $\mathbf{H}_{23}$  z kapitoly 3.9 sú podľa novej segmentácie (6.7) rozdelené na dve časti.

Pre prehľadnosť a rekapituláciu je vhodné podobne ako v kapitole 3 uviesť príklad novej segmentácie.

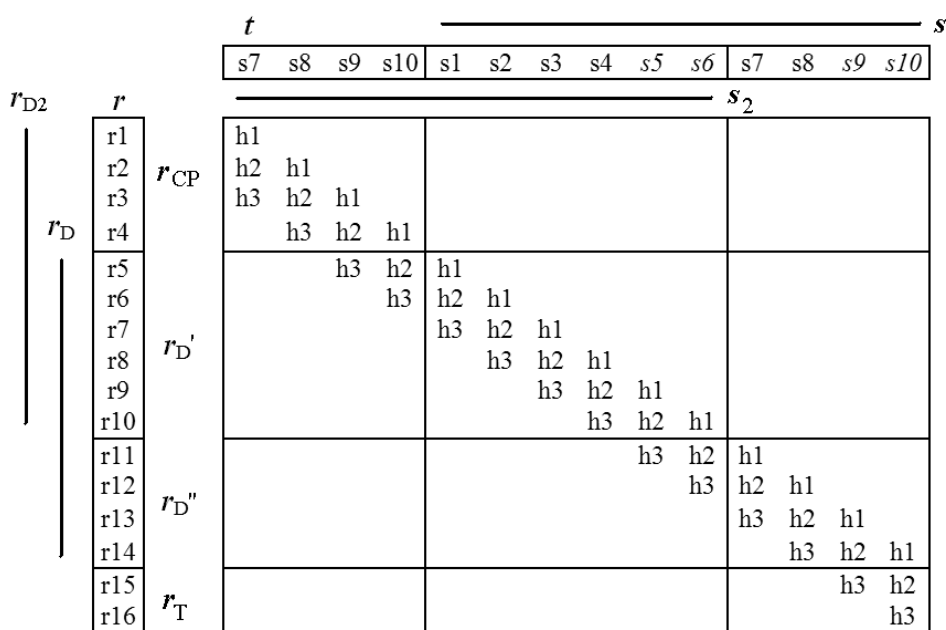
### Príklad 6.1

Nech rozmer Fourierovej transformácie v OFDM systéme  $N = 10$  a nech veľkosť cyklického prefixu je  $O = 4$  vzorky. Nech dĺžka impulznej odpovede kanála s viaccestným šírením je

- c) Menšia ako maximálna povolená:  $\nu = 3 < O$ .
- d) Maximálna pri akej ešte CP plne potláča IBI:  $\nu = 5 = O + 1$ .

Obr. 6.5 zobrazuje segmentáciu matice  $\mathbf{H}_L$  podľa rovnice (6.7). Ďalej naznačuje aj rozdelenie vektorov  $\mathbf{t}$  a  $\mathbf{r}$  podľa (6.2) a (6.4), pričom v bežnom OFDM prijímači je ďalej spracovávaný len vektor  $\mathbf{r}_D$  a zvyšné vzorky vektora  $\mathbf{r}$  sú zahadzované. V navrhovanej modifikovanej metóde budú ďalej analyzované a spracovávané aj vektory  $\mathbf{r}_{CP}$  a  $\mathbf{r}_{D2}$ .

Prázdne miesta v matici  $\mathbf{H}_L$  znamenajú nulové hodnoty na príslušných súradniciach. Matica je rozdelená na sieť  $4 \times 3$  submatic pričom v ľavej časti obrázka je zobrazený prijatý vektor  $\mathbf{r}$  ako aj jeho všetky disjunktne subvektory:  $\mathbf{r}_{CP}$ ,  $\mathbf{r}_D'$ ,  $\mathbf{r}_D''$ , a  $\mathbf{r}_T$ . Vektory  $\mathbf{r}_D$  a  $\mathbf{r}_{D2}$  nie sú disjunktne, obsahujú 6 spoločných vzoriek  $r_5$  až  $r_{10}$ .



Obr. 6.5: Druhé rozdelenie matice  $\mathbf{H}_L$  na submatice pre  $N = 10$ ,  $O = 4$  a  $\nu = 3 < O$ .

V obrázku je ďalej nad maticou zobrazený výstup vysielača  $\mathbf{t}$  a jeho dva významné subvektory  $\mathbf{s}$  a  $\mathbf{s}_2$  (6.3). Každý z týchto subvektorov sám o sebe neobsahuje nadbytočnosť.

Obr. 6.5 teda graficky znázorňuje rovnicu (3.33) - násobenie vektora  $\mathbf{t}$  maticou  $\mathbf{H}_L$ .

Pre hraničný prípad b) je druhá segmentácia matice kanála nasledovná:

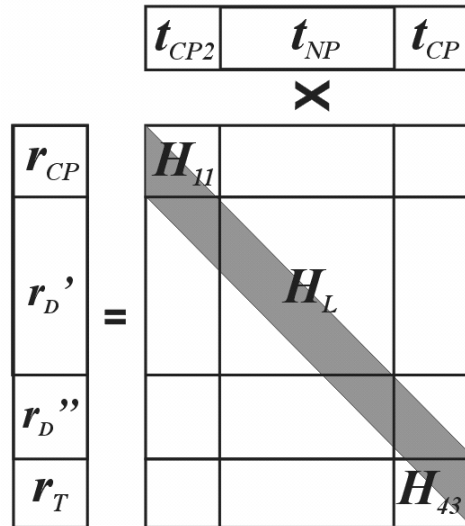
		$t$				$s$													
						s7	s8	s9	s10	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
$r_{D2}$	$r$	r1																	
	$r_{CP}$	r2	h1																
		r3	h2	h1															
		r4	h3	h2	h1														
	$r_D$	r5	h4	h3	h2	h1													
		r6	h5	h4	h3	h2	h1												
	$r_{D'}$	r7		h5	h4	h3	h2	h1											
		r8			h5	h4	h3	h2	h1										
		r9				h5	h4	h3	h2	h1									
		r10					h5	h4	h3	h2	h1								
	$r_{D''}$	r11					h5	h4	h3	h2	h1								
		r12						h5	h4	h3	h2	h1							
		r13							h5	h4	h3	h2	h1						
		r14								h5	h4	h3	h2	h1					
	$r_T$	r15									h5	h4	h3	h2					
		r16										h5	h4	h3					
		r17											h5	h4					
		r18												h5					

Obr. 6.6: Rozdelenie matice  $H_L$  na submatice pre  $N = 10$ ,  $O = 4$  a  $v = O + 1 = 5$



## 6.5 Odstránenie medziblokovej interferencie

V časti 4.2 pri popise významu vkladania cyklického prefixu bolo na obr. 4.2 graficky naznačené násobenie vyslaného bloku  $t$  konvulčnou maticou kanála spolu s jej rozdelením na submatice. Nové kompatibilné rozdelenie približuje obrázok 6.7. Tento graficky zjednodušene reprezentuje násobenie vyslaného vektora  $t$  maticou kanála  $H_L$  ako aj segmentáciu matice kanála podľa rovnice (6.7). Neoznačené submatice majú v kontexte týchto úvah len okrajový význam, pričom matica  $H_L$  obsahuje nenulové prvky len na ploche zobrazenej šedou farbou. Biele plochy označujú nulové submatice:



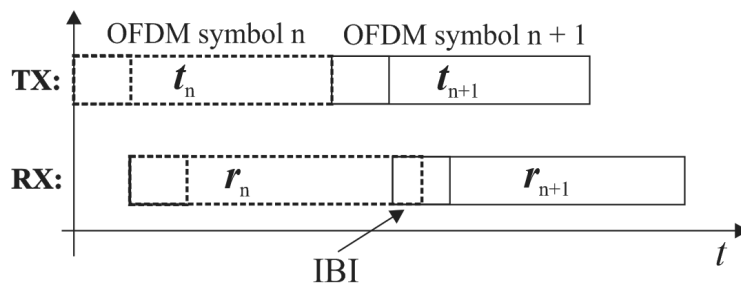
Obr. 6.7: Nové rozdelenie matice kanála na submatice.

Z maticovej rovnice (3.33) je s uvážením (6.2), (6.4) a (6.7) možné ľahko formulovať rovnice pre jednotlivé subvektory:

$$r_{CP} = H_{11} \times t_{CP2} + H_{12} \times t_{NP} + H_{13} \times t_{CP} = H_{11} \times t_{CP2} \quad (6.8)$$

$$r_T = H_{41} \times t_{CP2} + H_{42} \times t_{NP} + H_{43} \times t_{CP} = H_{43} \times t_{CP} \quad (6.9)$$

Okrem rozdelenia na submatice je potrebné si ďalej spomenúť na sériové vysielanie OFDM symbolov ilustrované v časti 2.4 popisujúcej medziblokovú a medzisymbolovú interferenciu kedy jednotlivé bloky sú vysielané jeden za druhým:



Obr. 6.8: Medzibloková interferencia pri použití cyklického prefixu.

Vyslaný blok  $t$  sa vplyvom násobenia s konvolučnou maticou  $H_L$  predĺži na vektor  $r$ . Ak sú OFDM bloky vysielané jeden za druhým, potom vzorky subvektora  $r_T$  zasahujú do nasledujúceho prijatého OFDM bloku kde spôsobujú medziblokovú interferenciu IBI. Na mieste označenom v obr. 6.8 ako IBI prijímač pozoruje súčet vzoriek  $r_T$  s predchádzajúceho OFDM bloku s hodnotami vzoriek  $r_{CP}$  aktuálneho bloku.

Po zavedení časového indexu  $n$  OFDM bloku v postupnosti prenášaných blokov je možné z rovníc (6.8) a (6.9) formálne vyjadriť vzorky zasiahnuté IBI z obr. 6.8 pomocou submatíc  $\mathbf{H}_L$ :

$$\mathbf{r}_{IBI(n)} = \mathbf{r}_{CP(n)} + \mathbf{r}_{T(n-1)} = \mathbf{H}_{11(n)} \times \mathbf{t}_{CP2(n)} + \mathbf{H}_{43(n-1)} \times \mathbf{t}_{CP(n-1)} \quad (6.10)$$

Za predpokladu znalosti  $\mathbf{t}_{CP(n-1)}$  poskytuje rovnica (6.10) priamy návod na odstránenie IBI pomocou jednoduchého odčítania korekčného vektora  $\mathbf{r}_{cor1(n-1)}$ :

$$\mathbf{r}_{CP(n)} = \mathbf{r}_{IBI(n)} - \mathbf{r}_{cor1(n-1)} \quad (6.11)$$

Pričom korekčný vektor je vlastne len vektor vzoriek  $\mathbf{r}_T$  presahujúci z predchádzajúceho bloku:

$$\mathbf{r}_{cor1(n-1)} = \mathbf{r}_{T(n-1)} = \mathbf{H}_{43(n-1)} \times \mathbf{t}_{CP(n-1)} \quad (6.12)$$

Výstup vysielateľa  $\mathbf{t}_{CP}$  však prijímaču nie je známy, štandardný prijímač má k dispozícii len výstup kanála po zahodení cyklického prefixu v bloku CPR (označený  $\mathbf{r}_D$ , pozri obr. 6.4), navyše poškodený šumom. Tento vektor potom vstupuje do procesu ekvalizácie a dekódovania samoopravného kódu ako bolo popísané v predchádzajúcich kapitolách.

Riešením tohto problému je vypočítať v prijímači odhad výstupu vysielateľa  $\mathbf{t}_{CP}$ . Pretože sa v OFDM prijímači nachádza dekóder silného samoopravného kódu, je vhodné výpočet odhadu výstupu vysielateľa – vektora  $\mathbf{t}_{CP}$  založiť na už dekódovaných bitoch. V dekódovanom bitovom toku je predpoklad nízkej pravdepodobnosti výskytu chýb realistický, preto takto vypočítaný odhad je možné považovať za spoľahlivý.

V prijímači je teda potrebné implementovať blok rekonštrukcie výstupu vysielateľa - vektora  $\mathbf{t}$ . Konkrétne pre výpočet korekcie  $\mathbf{r}_{cor1}$  je potrebné vypočítať len časť vyslaného vektora  $\mathbf{t}$  - subvektor  $\mathbf{t}_{CP}$ .

Pri uvážení reálneho komunikačného systému s duplexným prenosom je zrejmé, že takýto blok už v systéme implementovaný je – je to samotný vysielateľ. Pri znalosti CSI sú teda výpočet (6.12) a aplikácia (6.11) korekcie medziblokovej interferencie jednoduché a presnosť týchto krokov závisí od chybovosti dekódovania vonkajšieho samoopravného kódu a presnosti algoritmov odhadu stavu kanála (Channel Estimation CE), ktorých popis, spadajúci mimo rámec tejto práce, je možné nájsť v (28,52,53). Navyac v systéme typu SDR, kde je snahou implementovať funkčné bloky v softvéri, môže byť takáto realizácia takejto modifikácia veľmi jednoduchá.

## 6.6 Algoritmus štandardného prijímača OFDM

Pred odvođením novej metódy využitia nadbytočnosti cyklického prefixu je vhodné presne formulovať algoritmus existujúceho prijímača. Táto formulácia umožní presne definovať a začleniť navrhovanú modifikáciu do prijímača OFDM. Činnosť prijímača z obr. 1.10 je možné opísať nasledovným algoritmom:

### Algoritmus 6.1:

1. Analógovo digitálny prevod, ktorého výsledkom je vektor  $\mathbf{r}$  zasiahnutý IBI a ISI.
2. Odhad parametrov kanála  $\mathbf{H}$  a  $\sigma_n$ .
3. Vybranie subvektora  $\mathbf{r}_D$  z prijatého bloku  $\mathbf{r}$  podľa (3.49), teda vybranie  $(O+1)$ -ej až  $(N+O+1)$ -ej vzorky vektora  $\mathbf{r}$ .
4. Transformácia  $\mathbf{r}_D$  do frekvenčnej oblasti - aplikácia  $N$  bodovej DFT (2.8). Získ vektora  $\mathbf{Z}$  vzoriek vo frekvenčnej oblasti.
5. Prenásobenie  $\mathbf{Z}$  inverznými koeficientmi  $\mathbf{H}$  podľa (4.22). Získ vektora  $\mathbf{S}'$ .
6. Výpočet LLR hodnôt  $\lambda_c$  predelením vzoriek  $\mathbf{S}'$  hodnotou  $\sigma_n$  podľa (5.9).
7.  
Dekódovanie samoopravného kódu LDPC, aplikácia algoritmu 5.1.  
Alternatíva: Dekódovanie turbo-kódu aplikáciou algoritmu BCJR (72).  
Výsledkom je odhad aposteriorných LLR - vektora  $\mathbf{\Lambda}$ .
8.  
Tvrde rozhodnutie o hodnotách bitov informačného alebo kódového slova podľa nerovnice (5.10) (z dosadením aposteriorných pravdepodobností). Výsledkom je odhad informačného slova  $\hat{\mathbf{i}}$  alebo kódového slova  $\hat{\mathbf{c}}$ .

Táto práca sa nezaobrá implementáciou krokov 1. a 2. algoritmu 6.1, ale ich výsledky využíva. Pri použití algoritmu 5.1 (Min-Sum) pre dekódovania LDPC kódov v bode č. 7 je krok č. 6 nepovinný. Pri použití iného typu samoopravných kódov, napr. turbo-kódov je tento krok nutný (v závislosti od zvoleného dekódovacieho algoritmu). Pri dekódovaní LDPC kódov udáva algoritmus 5.1, definovaný v kapitole 5, odhady hodnôt aposteriorných pravdepodobností pre všetky bity kódového slova  $\mathbf{c}$ , zatiaľ čo pri dekódovaní turbo-kódov algoritmy definované na mriežke kódu udávajú túto informáciu len pre informačnú časť

kódového slova. Ako sa ukáže neskôr, dostupnosť odhadu aposteriórnej LLR  $\Lambda$  pre všetky bity kódového slova je výhodou minimálne z praktického hľadiska nižšej výpočtovej zložitosti.

## 6.7 Algoritmus odstránenia medziblokovej interferencie IBI

Formulácia algoritmu pre odstránenie medziblokovej interferencie je pri použití už definovanej segmentácie matice kanála (6.7), uvážení postupu definovaného v kapitole 6.5 a známej informácii o stave kanála CSI pomerne jednoduchá:

### Algoritmus 6.2:

1. Vykonanie algoritmu existujúceho OFDM prijímača 6.1
2. Výpočet odhadu výstupu vysielača:
  - a. Kódovanie odhadov bitov  $\hat{t}$  príslušným samoopravným kódom - rekonštrukcia odhadu vyslaného kódového slova  $\hat{c}$ .
  - b. Mapovanie bitov  $\hat{c}$  na symboly modulačnej abecedy podľa rovnakej schémy aká bola použitá vo vysielači – získ odhadu  $\hat{S}$  vyslaného vektora  $S$  vo frekvenčnej oblasti.
  - c. Transformácia  $\hat{S}$  do časovej oblasti  $N$  bodovou IDFT (2.9) a získ odhadu  $\hat{s}$  vyslaného vektora  $s$  v časovej oblasti, pričom  $t_{CP}$  je subvektor  $s$ .
3. Výpočet korekcie  $r_{cor1}$  s použitím odhadu stavu kanála – vzoriek vektora  $h$  podľa (6.12). Korekciu je potrebné uložiť do pamäte pre použitie pri spracovaní nasledujúceho OFDM symbolu.
4. Aplikácia korekcie (6.11) pri spracovaní nasledujúceho OFDM symbolu.

V uvedenom algoritme je možné kroky 2.c a 3 optimalizovať, pretože ako definuje (6.12), korekcia  $r_{cor1}$  je závislá len od subvektora  $t_{CP}$  vektora  $s$  (pozri (3.48)). Preto nie je nutné počítať celú IDFT o šírke  $N$ , ale len je jej časť –  $O$  vzoriek. Metódy efektívneho výpočtu čiastočnej DFT (a najmä jej optimalizovanej varianty FFT) sú uvedené v (28).

## 6.8 Presun dekódovania vnútorného kódu do frekvenčnej oblasti

Ako už bolo uvedené, pri dekódovaní sériového radenia kódov v OFDM je potrebné vyriešiť niekoľko problémov:

Prvým problémom je dôvod zahadzovania CP v súčasných systémoch – vzorky CP sú poškodené medziblokovou interferenciou, teda závisia od dvoch po sebe nasledujúcich OFDM symbolov. Odstránenie tohto problému pomocou subtraktívnej korekcie popisujú predchádzajúce podkapitoly.

Závažnejším problémom je fakt, že v časovej oblasti pred vstupom prijatých vzoriek do bloku DFT v prijímači nie je možné vykonať dekódovanie vnútorného kódu s opakovaním pomocou metriky LLR, pretože každá časová vzorka obsahuje informáciu o všetkých bitoch daného OFDM symbolu, čiže každá vzorka je lineárnou kombináciou až tisícov frekvenčných vzoriek. Neexistuje teda jednoznačné mapovanie, ktoré by jednej časovej vzorke priradilo LLR metriku alebo malú množinu LLR metrík pre jednotlivé bity. Táto podkapitola zavádza novú vlastnú metódu na obídenie tohto problému, založenú na segmentácii matice kanála (6.7) a príslušnom rozdelení vektorov  $\mathbf{t}$  a  $\mathbf{r}$  na subvektory.

Po odstránení IBI je možné dosiaľ zahadzovaný blok cyklického prefixu  $\mathbf{r}_{CP}$  transformovať do frekvenčnej oblasti pomocou DFT, čím sa odstráni uvedená lineárna kombinácia a bude možné zaviesť LLR metriku. Problémom je ale nie len samotná transformácia, ale aj súvisiaca ekvalizácia bloku cyklického prefixu. Každá vzorka prijatého OFDM symbolu  $\mathbf{r}$  je totiž aj bez prítomnosti IBI stále lineárnou kombináciou viacerých vzoriek vysielaného OFDM symbolu a je nutné korigovať skreslenie spôsobené kanálom s viaccestným šírením.

Riešenie oboch problémov je jedným z prínosov tejto práce a vychádza z popisu ekvalizácie vo frekvenčnej oblasti v kapitole 4.2 a 4.3, kde je jednoduchá frekvenčná ekvalizácia prijatého bloku umožnená vďaka väzbe vysielaného dátového vektora  $\mathbf{s}$  (pred pridaním CP) a prijatej dátovej časti  $\mathbf{r}_D$  prostredníctvom násobenia cirkulantnou maticou  $\mathbf{H}_c$  v rovnici (4.6). Preto by bolo veľmi pohodlné, využiť rovnaký postup jednoduchej frekvenčnej ekvalizácie aj pri spracovaní doposiaľ zahadzovaného  $\mathbf{r}_{CP}$  – vybrať z prijatej postupnosti taký subvektor  $\mathbf{r}_{D2}$  dĺžky  $N$ , ktorý obsahuje redundantné vzorky  $\mathbf{r}_{CP}$ . Takýto subvektor už bol definovaný v (6.5) pri zavedení novej segmentácie matice  $\mathbf{H}_L$  je zobrazený na obrázkoch 6.5 a 6.6 vľavo.  $\mathbf{r}_{D2}$  je teda zret'azením vektorov  $\mathbf{r}_{CP}$  a  $\mathbf{r}_D$ .



## 6.9 Druhá cirkulantná submatica v matici kanála

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{s}_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{t}_{CP2} & \mathbf{t}_{NP} & \mathbf{t}_{CP} \\ \hline \end{array} \\
 \times \\
 \mathbf{r}_{D2} = \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{r}_{CP} \\ \hline \mathbf{r}_D' \\ \hline \mathbf{r}_D'' \\ \hline \mathbf{r}_T \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \mathbf{H}_{11} & & \\ \hline & \mathbf{H}_L' & \\ \hline & & \\ \hline & & \mathbf{H}_{43} \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

Obr. 6.9: Druhá kópia prijatých dát  $\mathbf{r}_{D2}$  závislá od vyslaného subvektora  $\mathbf{s}_2$  podľa segmentácie (6.7).

Ako naznačuje obr. 6.9, pomocou (6.7) je možné vyjadriť vektor  $\mathbf{r}_{D2}$  ako transformáciu subvektora  $\mathbf{s}_2$  vyslaného vektora  $\mathbf{t}$ . Vektor  $\mathbf{s}_2$  definovaný v (6.3) obsahuje vzorky  $\mathbf{t}_{CP2}$ , pričom cieľom je využiť redundanciu prítomnú v týchto vzorkách. S uvážením nulového tvaru matic  $\mathbf{H}_{12}$ ,  $\mathbf{H}_{13}$  a  $\mathbf{H}_{23}$  je podľa (6.7) je možné vyjadriť rovnice pre jednotlivé subvektory vektora  $\mathbf{r}_D$  nasledovne:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_{CP} &= \mathbf{H}_{11} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{12} \times \mathbf{t}_{NP} + \mathbf{H}_{13} \times \mathbf{t}_{CP} = \mathbf{H}_{11} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{12} \times \mathbf{t}_{NP} = \\
 &= \mathbf{H}_{11} \times \mathbf{t}_{CP2}
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

$$\mathbf{r}_D' = \mathbf{H}_{21} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{22} \times \mathbf{t}_{NP} + \mathbf{H}_{23} \times \mathbf{t}_{CP} = \mathbf{H}_{21} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{22} \times \mathbf{t}_{NP} \tag{6.14}$$

Pomocou (6.13) a (6.14) je potom jednoduché opísať závislosť vektorov  $\mathbf{r}_{D2}$  a  $\mathbf{s}_2$  nasledovne:

$$\mathbf{r}_{D2} = \mathbf{H}_L' \times \mathbf{s}_2 \tag{6.15}$$

kde matica  $\mathbf{H}_L'$  je submaticou  $\mathbf{H}_L$  definovaná pomocou submatic (6.7) ako:

$$\mathbf{H}_L' = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \tag{6.16}$$

Matica  $\mathbf{H}_L'$  evidentne nie je cirkulantná. Preto, aby bolo možné použiť postup jednoduchej frekvenčnej ekvalizácie je ale nutné aby cirkulantná bola. Je teda potrebné nejakým spôsobom zabezpečiť, aby vektory  $\mathbf{r}_{D2}$  a  $\mathbf{s}_2$  boli viazané pomocou násobenia cirkulantnou maticou. Toto je možné zabezpečiť aplikáciou novej aditívnej korekcie  $\mathbf{r}_{cor2}$ .

V kapitole 3.9 bola v (3.52) uvedená podrobná štruktúra matice  $\mathbf{H}_{11}$ :

$$\mathbf{H}_{11}^{(O \times O)} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \dots & & 0 \\ \vdots & h_1 & 0 & & \\ h_\nu & & \ddots & 0 & \\ 0 & & & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & & & h_1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & h_\nu & \dots & h_1 \end{bmatrix}$$

Ďalej v kapitole 4.3 bola v (4.8) a (4.9) podrobne opísaná štruktúra submatic  $\mathbf{H}_{21}$  a  $\mathbf{H}_{22}$  podľa prvej segmentácie matice kanála definovanej rovnicou (3.50). Druhá segmentácia  $\mathbf{H}_L$  (6.7), je kompatibilná, teda zachováva formálny popis matice  $\mathbf{H}_{11}$  a  $\mathbf{H}_{12}$  a matice  $\mathbf{H}_{21}$  a  $\mathbf{H}_{22}$  z kapitoly 4 ďalej rozdeľuje na dve submatice:

$$\mathbf{H}_{21}^{(N \times O)} (\text{podľa 3.50}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{21}^{(N-O \times O)} \\ \mathbf{H}_{31}^{(O \times O)} \end{bmatrix} \quad (\text{podľa 6.7}) \quad (6.17)$$

kde  $\mathbf{H}_{21}$  podľa (6.7) má nasledovnú štruktúru:

$$\mathbf{H}_{21}^{(N-O \times O)} = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & \dots & 0_{1,O-\nu+1} & h_\nu & \dots & h_3 & h_2 \\ \vdots & & & 0 & \ddots & & h_2 \\ & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & & & 0 & h_\nu \\ & & & & & & 0_{\nu,O} \\ & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & & & & & 0_{N-O,O} \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

a  $\mathbf{H}_{31}$  je nulová matica. Rovnako ako v kapitole 4 sú nulové prvky v maticových rovniciach označené indexmi riadka a stĺpca vyjadrujúcimi polohu v matici zatiaľ čo prvky impulznej odpovede sú indexované svojou pozíciou v  $\mathbf{h}$ . V extrémnom prípade keď  $\nu = O + 1$  nebude posledný riadok matice  $\mathbf{H}_{11}$  obsahovať žiadne nulové prvky a bude tvorený len vzorkami  $\mathbf{h}$  (bez poslednej vzorky  $h_\nu$ ). Podobne prvý riadok matice  $\mathbf{H}_{21}$  bude celý tvorený len prvkami  $\mathbf{h}$  (okrem prvej vzorky  $h_1$ )

Rovnako je rozdelená aj matica  $\mathbf{H}_{22}$ :

$$\mathbf{H}_{22}^{(N \times (N-O))} (\text{podľa 3.50}) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{22}^{((N-O) \times (N-O))} \\ \mathbf{H}_{32}^{(O \times (N-O))} \end{bmatrix} \quad (\text{podľa 6.7}) \quad (6.19)$$

kde štruktúra matíc  $\mathbf{H}_{22}$  a  $\mathbf{H}_{32}$  je nasledovná:

$$\mathbf{H}_{22}^{((N-0)\times(N-0))} = \begin{bmatrix} h_1 & 0_{1,2} & \cdots & \cdots & 0_{1,N-0} \\ h_2 & h_1 & & & \vdots \\ \vdots & h_2 & \ddots & & \\ h_v & \vdots & \ddots & & \\ 0_{v+1,1} & h_v & & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & h_1 & 0_{N-0-1,N-0} \\ 0_{N-0,1} & \cdots & 0_{N-0,N-0-v} & h_v & \cdots & h_2 & h_1 \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

$$\mathbf{H}_{32}^{(0\times(N-0))} = \begin{bmatrix} 0_{1,1} & \cdots & 0_{1,N-0-v+1} & h_v & \cdots & h_2 \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ & & & & & h_v \\ & & & & & 0_{v,N-0} \\ & & & & & \vdots \\ 0_{O,1} & \cdots & & \cdots & & 0_{O,N-0} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Prakticky je štruktúra uvedených matic demonštrovaná príkladom 6.1.

Štruktúra submatic  $\mathbf{H}_{11}$ ,  $\mathbf{H}_{12}$ ,  $\mathbf{H}_{21}$  a  $\mathbf{H}_{22}$  jednak definuje štruktúru matice  $\mathbf{H}_L'$  z (6.16) :

$$\mathbf{H}_L'^{(N\times N)} = \begin{bmatrix} h_1 & 0_{1,2} & \cdots & \cdots & 0_{1,N} \\ h_2 & h_1 & & & \vdots \\ \vdots & h_2 & \ddots & & \\ h_v & \vdots & \ddots & & \\ 0_{v+1,1} & h_v & & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & h_1 & 0_{N-1,N} \\ 0_{N,1} & \cdots & 0_{N,N-v} & h_v & \cdots & h_2 & h_1 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

a na druhej strane opisuje aj štruktúru matice druhej korekcie, ktorú je potrebné aplikovať na zavedenie požadovaného cirkulantného vzťahu medzi vektory  $\mathbf{r}_{D2}$  a  $s_2$ . Ak bude totiž k subvektoru  $\mathbf{r}_{CP}$  pripočítaná nasledujúca korekcia:

$$\mathbf{r}_{cor2} = \mathbf{H}_{32} \times \mathbf{t}_{NP} \quad (6.23)$$

potom s uvážením nulových hodnôt v maticiach  $\mathbf{H}_{12}$  a  $\mathbf{H}_{13}$  rovnica (6.13) prejde do tvaru:

$$\mathbf{r}_{CP}' = \mathbf{H}_{11} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{32} \times \mathbf{t}_{NP} \quad (6.24)$$

Kde vektor  $\mathbf{r}_{CP}'$  je vektor  $\mathbf{r}_{CP}$  po uplatnení korekcie  $\mathbf{r}_{cor2}$ :

$$\mathbf{r}_{CP}' = \mathbf{r}_{CP} + \mathbf{r}_{cor2} = \mathbf{H}_{11} \times \mathbf{t}_{CP2} + \mathbf{H}_{32} \times \mathbf{t}_{NP} \quad (6.25)$$

a (6.24) spolu so (6.14) definujú nový vzťah medzi vektormi  $\mathbf{r}_{D2}$  a  $s_2$ :

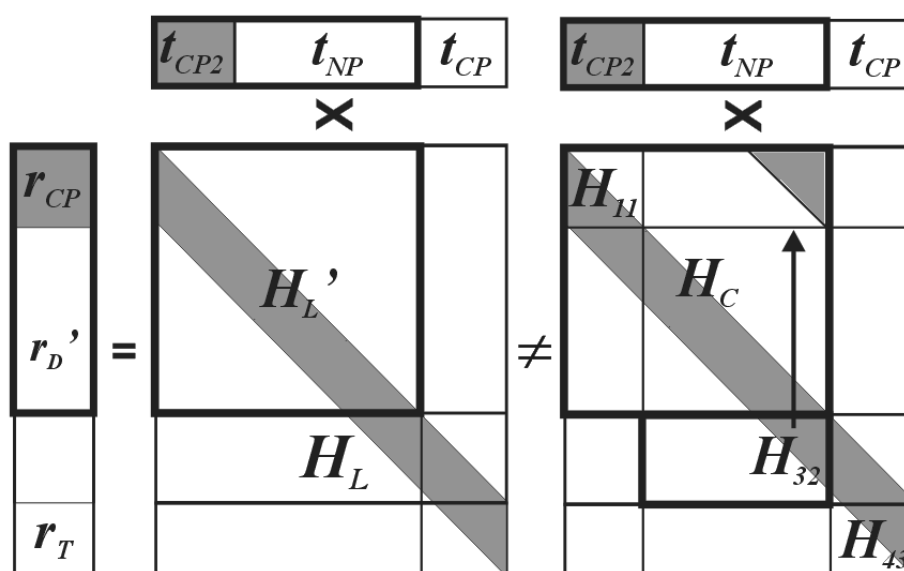
$$\mathbf{r}_{D2} = \mathbf{H}_c \times s_2 \quad (6.26)$$

Kde matica  $\mathbf{H}_c$  je štvorcová cirkulantná matica o dĺžke strany rovnaj rozmeru DFT  $N$ . Táto matica je úplne rovnaká cirkulantná matica, aká bola identifikovaná v (4.7) pri popise frekvenčnej ekvalizácie v štvrtej kapitole . Pri použití druhej korekcie je matica  $\mathbf{H}_c$  presne definovaná pomocou segmentácie (6.7) nasledovne:

$$\mathbf{H}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{32} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Že sa jedná o cirkulantnú maticu je pri pohľade na štruktúru matíc  $\mathbf{H}_{11}$ ,  $\mathbf{H}_{32}$ ,  $\mathbf{H}_{21}$  a  $\mathbf{H}_{22}$  uvedenú v (3.52), (6.21), (6.18) a (6.20) zřejmé. Korekcia  $\mathbf{r}_{cor2}$  teda dopĺňa maticu  $\mathbf{H}_L'$  na cirkulantný tvar.

Zjednodušene graficky reprezentuje uvedený postup obrázok 6.10:



Obr. 6.10: Vybranie subbloku dĺžky  $N$  z prijatej postupnosti, obsahujúceho dosiaľ zahadzované vzorky. Vľavo – skutočný stav, vpravo – želaný stav.

Rovnako ako pri odstraňovaní medziblokovej interferencie je pre výpočet korekcie  $\mathbf{r}_{cor2}$  potrebné mať k dispozícii dobrý odhad výstupu vysielača  $\mathbf{s}$ , presnejšie jeho subvektora  $\mathbf{t}_{NP}$ . Tento je možné získať z dekódovaných bitov výstupu štandardnej vetvy OFDM prijímača, ako je to definované v algoritme rekonštrukcie výstupu vysielača 6.2 .

Rovnice v tejto kapitole boli formulované za predpokladu, že už je algoritmom 6.2 odstránená medzibloková interferencia od predchádzajúceho OFDM bloku – teda že od prijatého subvektora  $\mathbf{r}_{CP}$  už bola odpočítaná korekcia  $\mathbf{r}_{cor1}$ . Zároveň je potrebné si uvedomiť, že hodnota korekcie  $\mathbf{r}_{cor1}$  sa vypočítava so vzoriek aktuálneho bloku a aplikuje sa pri

spracovaní nasledujúceho bloku, zatiaľ čo hodnota korekcie  $r_{cor2}$  sa aplikuje priamo pri spracovaní aktuálneho bloku. S uváženíím sériového prenosu OFDM blokov je pri zavedení indexu bloku  $n$  druhá aditívna korekcia v prijímači definovaná nasledovne:

$$r_{cor2(n)} = \mathbf{H}_{32(n)} \times t_{NP(n)} \quad (6.28)$$

Po aplikácii oboch korekcií je žiadaná rovnica (6.26) v platnosti, čo otvára cestu jednoduchej frekvenčnej ekvalizácii druhej kópie dát, obsahujúcej redundanciu prítomnú v cyklickom prefixe. Tento proces je úplne rovnaký ako už bolo popísané v kapitole 4.3, cirkulantná submatica  $\mathbf{H}_c$  na obr. 6.10 je rovnaká ako cirkulantná submatica na obr. 4.4.

V modifikovanom prijímači budú teda vo frekvenčnej oblasti k dispozícii dva ekvalizované a šumom zasiahnuté vektorové OFDM symboly  $\mathbf{S}'$  a  $\mathbf{S}_2'$ . Spracovanie prvého – výpočet LLR metrík a dekódovanie samoopravného kódu už bolo popísané v kapitole 5. Ako je možné spojiť informáciu obsiahnutú v oboch je popísané v nasledujúcej podkapitole. Ešte predtým je ale potrebné venovať pozornosť jednému javu:

Na obr. 6.10, ako aj z definícií (3.48) a (6.3) je vidno, že vektor  $s_2$  je pravým cyklickým posuvom (rotáciou) vektora  $s$  v časovej oblasti. Vektor  $\mathbf{S}_2'$  je výstupom spracovania vektora  $s_2$  a vektor  $\mathbf{S}'$  zasa pochádza z vektora  $s$ . Z vlastností Fourierovej transformácie (28) je zrejmé, že táto rotácia sa prejavuje aj vo frekvenčnej oblasti vo forme fázového posunu - rotácie modulačnej konštelácie v signálovom priestore. Aby bolo možné kombinovať LLR metriky pochádzajúce z vektorov  $\mathbf{S}'$  a  $\mathbf{S}_2'$  je nutné túto rotáciu kompenzovať. Pre rotáciu o  $O$  miest je potrebné aplikovať fázovú korekciu pre každý prvok ekvalizovaného vektora  $\mathbf{S}_2'$ :

$$S_2(k)'' = S_2(k)' \cdot e^{j2\pi \frac{O}{N}(k-1)} ; k = 1, \dots, N \quad (6.29)$$

Takto ošetrený fázovo posunutý vektor  $\mathbf{S}_2''$  môže byť použitý v dekódovacom procese.

## 6.10 Algoritmus zisku druhej kópie dát vo frekvenčnej oblasti

Predchádzajúca podkapitola opísala niektoré operácie, potrebné na zisk druhej kópie dát vo frekvenčnej oblasti použiteľnej pre posilnenie dekodéra samoopravného kódu v OFDM systéme. Tieto kroky teraz uvádza do správnej postupnosti nasledujúci algoritmus:

### Algoritmus 6.3:

1. Vykonalie algoritmu existujúceho OFDM prijímača 6.1
2. Vykonalie algoritmu odstránenia medziblokovej interferencie 6.2
3. Výpočet korekcie  $\mathbf{r}_{cor2}$  s použitím odhadu stavu kanála – vzoriek vektora  $\mathbf{h}$  podľa (6.23). Na tento výpočet je možné použiť odhad vyslaného subbloku  $\mathbf{t}_{NP}$  – medzivýsledok algoritmu 6.2.
4. Aplikácia korekcie  $\mathbf{r}_{cor2}$  – jej pripočítanie k prijatému vektoru podľa (6.25). Zisk vektora  $\mathbf{r}_{CP}'$  vzoriek v časovej oblasti.
5. Vykonalie  $N$  bodovej DFT vektora  $\mathbf{r}_{CP}'$ . Zisk druhej kópie dát  $\mathbf{Z}_2$  vo frekvenčnej oblasti.
6. Vykonalie ekvalizácie vo frekvenčnej oblasti - prenasobenie  $\mathbf{Z}_2$  inverznými koeficientmi  $\mathbf{H}$  podľa (4.22). Zisk vektora  $\mathbf{S}_2'$ .
7. Vykonalie multiplikatívnej korekcie fázového posunu vo frekvenčnej oblasti podľa (6.29). Zisk vektora  $\mathbf{S}_2''$ .
8. Výpočet LLR hodnôt  $\lambda_{e2}$  predelením vzoriek  $\mathbf{S}_2'$  hodnotou  $\sigma_n$  podľa (5.9).

Výstupom algoritmu 6.3 je nový vektor LLR hodnôt  $\lambda_{e2}$ . Na tomto mieste budú v prijímači prítomné dva vektory LLR. Prvý, výstup štandardnej vetvy  $\lambda_e$  je transformáciou prijatého subbloku  $\mathbf{r}_D$ . Druhým je vektor  $\lambda_{e2}$  pochádzajúci zo vzoriek predtým zahadzovaného cyklického prefixu. Ako tieto vektory skombinovať a aké sú obmedzenia a nedostatky tejto kombinácie popisuje nasledujúca kapitola.

## 6.11 Použitie Fourierovej transformácie ako premiešavača

Ako už bolo uvedené, jedným z problémov pri vnímaní vysielača OFDM ako systému so sériovým radením kódov je použitie IDFT vo funkcii premiešavača. IDFT totiž na rozdiel od existujúcich premiešavačov zavádza závislosti medzi premiešavanými symbolmi. Každý symbol na výstupe IDFT (alebo DFT) je lineárnou kombináciou všetkých symbolov na vstupe transformácie. Toto je paradoxne výhoda pretože pri veľkej hodnote  $N$ , používanej v praktických komunikačných štandardoch ( $N$  rádovo v stovkách až tisícoch) je možné použiť

aproximáciu vychádzajúcu z centrálnej limitnej vety. Formulácia aproximácie prevzatá z literatúry (25) je nasledovná:

Nech  $\mathbf{G}$  je unitárna matica rozmerov  $N \times N$ . Nech  $\mathbf{x}$  je vektor nezávislých komplexných náhodných premenných so strednou hodnotou  $E\{x_k\} = 0$  a varianciou  $E\{x_k \cdot x_k^*\} = \sigma_k^2$ . Potom komponenty vektora  $\mathbf{y}$ , ktorý je transformáciou vektora  $\mathbf{x}$ :  $\mathbf{y} = \mathbf{G} \times \mathbf{x}$ , je možné aproximovať ako *nezávislé* komplexné náhodné premenné so strednou hodnotou  $E\{y_k\} = 0$  a varianciou  $E\{y_k \cdot y_k^*\} = \sigma_k^2$ . To isté platí pre inverznú transformáciu  $\mathbf{y} = \mathbf{G}^{-1} \times \mathbf{x}$ .

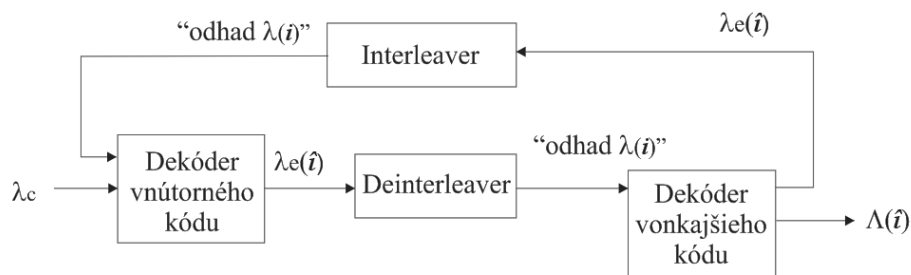
Keďže matica Fourierovej transformácie (3.1) je unitárna matica (3.4) je pri veľkom  $N$  možné závislosti, ktoré IDFT (DFT) vnáša medzi spracovávané symboly zanedbať. Uvedenú aproximáciu je možné vnímať aj intuitívne - pretože výstupný symbol je závislý od veľkého počtu vstupných symbolov, tak závislosť medzi jedným vstupným symbolom a výstupným symbolom je veľmi slabá. Toto platí pre všetky výstupné symboly a teda aj vzájomné závislosti medzi dvoma náhodne vybranými výstupnými symbolmi budú veľmi slabé.

Uvedená aproximácia ďalej hovorí aj o štatistických vlastnostiach náhodného šumu v rovniciach (4.20) a (4.21) : AWNG šum v časovej oblasti sa po transformuje na AWGN šum vo frekvenčnej oblasti, pričom výkon šumu sa vďaka unitárnosti transformácie zachováva. Ďalšie použitie DFT ako obdoby premiešavača pre odstránenie zhukov chýb je tiež opísané v (25).

Hlavným argumentom pre použitie IDFT je ako premiešavača je, že *splňa základný účel premiešavača - rozbija zhluky*, či už chýb alebo užitočných prototypov na izolované realizácie. Uvedená aproximácia potom hovorí, že nechcené vnesené závislosti je možné zanedbať.

## 6.12 Nová metóda dekódovania OFDM ako systému so sériovým radením kódov

Ako uvádza časť 6.2, OFDM vysielač je možné považovať za systém so sériovým radením kódov. OFDM prijímač by potom mal implementovať dekóder prepájajúci dekódovanie obidvoch kódov ako bolo popísané v kapitole 5.4 a 5.5 a ako približuje obr. 6.11 kde si mäkké dekodéry vonkajšieho a vnútorného kódu vymieňajú informácie vo forme LLR metrík pre prijaté binity:



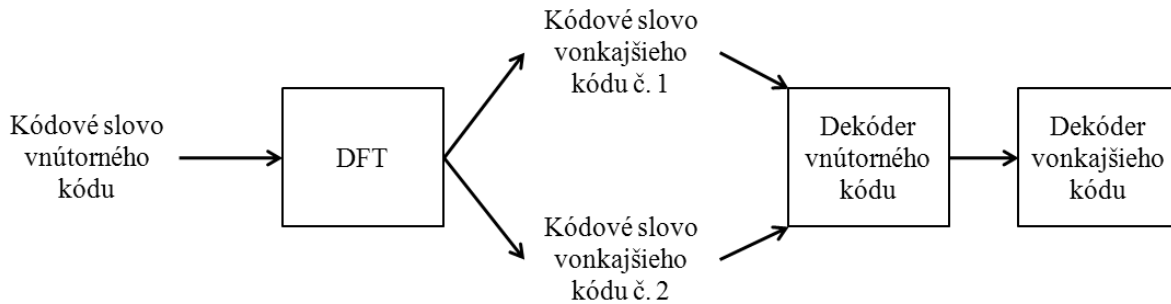
Obr. 6.11: Iteratívny dekóder sériovo radených kódov.

Takéto iteratívne zapojenie môže priniesť dodatočný zisk kódovania, podobne ako je tomu pri dekódovaní v súčasnosti často používaných turbo kódov.

Oproti praktickým turbo-kódom je ale OFDM systém predsa len odlišný: Pri turbo-kódoch sú spájané kódy s podobnými opravnými vlastnosťami. Napr. aj kóder z kapitoly 5.4 používa dva konvulučné kódy, v praxi sa zväčša jedná o úplne identické kódy (42).

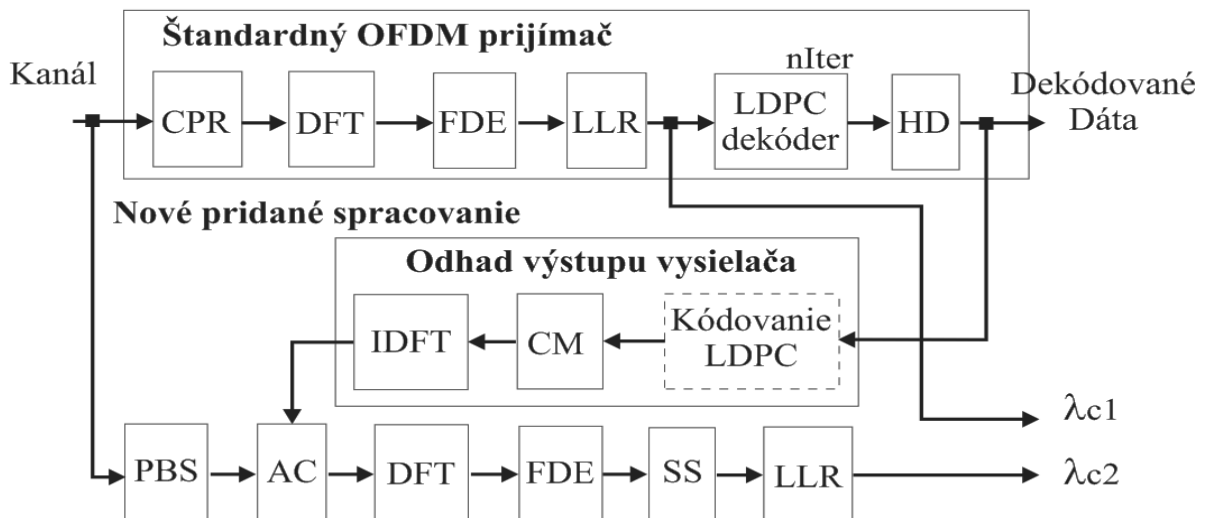
V OFDM je vnútorný kód s čiastočným opakovaním veľmi slabý a naopak štandardom definovaný moderný samoopravný kód veľmi silný (Teda umožňuje opravu veľkého počtu chýb). Ďalej je dekódovanie silného LDPC alebo turbo-kódu veľmi výpočtovo náročné – je to totiž zložitý iteratívny proces. Z týchto dôvodov je vhodné iteratívnu schému 6.11 so spätnou väzbou zjednodušiť, najlepšie eliminovaním spätnej väzby a zaviesť len jednoduché posilnenie LLR hodnôt vstupujúcich do dekodéra vonkajšieho kódu aplikáciou dekodéra vnútorného kódu. Ako popisuje kapitola 6.3, dekódovanie vnútorného kódu spočíva len v súčte príslušných LLR hodnôt. Schéma 6.11 by sa potom dala, so zreteľom na informácie v predchádzajúcich podkapitolách, nasledovne pretransformovať:





Obr. 6.12: Dekóder OFDM ako systému so spoluprácou dekodérov.

Dôvodov na zmenu organizácie dekodovacej schémy z obr. 6.11 je však viac. Jedným z nich je fakt, že prijímač získava hodnoty kanálových LLR  $\lambda_{c2}$  pre vzorky CP s oneskorením oproti LLR pre štandardne spracovávané vzorky  $\lambda_{c1}$ , pretože na zisk  $\lambda_{c2}$  musí najprv prebehnúť dekodovanie v štandardnej vetve. Toto poradie spracovania je nutné a definujú ho aj algoritmy 6.2 a 6.3. Presnú schému nového OFDM prijímača so ziskom dvoch kópií LLR potom zobrazuje nasledujúca schéma:



Obr. 6.13: Modifikovaný OFDM prijímač extrahujúci dáta z cyklického prefixu.

Modifikovaný prijímač z obr. 6.13 sa skladá z dvoch vetiev. Prvou je štandardný OFDM prijímač, popísaný v literatúre, druhou je modifikácia popísaná v tejto práci.

Bloky odstránenia cyklického prefixu (CPR) a výberu prefixného bloku (PBS) robia v podstate to isté – vyberajú z prijatého vektora kanálových vzoriek subvektory o dĺžke  $N$ . Rozdiel je len v tom, ktorý subblok vyberajú. CPR zahadzuje všetky vzorky patriace do bloku prijatého cyklického prefixu  $r_{CP}$ , zatiaľ čo PBS práve tieto do vybraného subvektora zahŕňa.

Blok ekvalizácie vo frekvenčnej oblasti (FDE) implementuje rovnicu (4.22), pričom sa považuje znalosť informácie o stave kanála (CSI), teda hodnoty frekvenčnej charakteristiky kanála  $\mathbf{H}$ , za perfektne známu. Ekvalizácia prebieha jednoduchým skalárnym pre násobením kanálových vzoriek inverznými hodnotami  $N$ -bodovej frekvenčnej charakteristiky kanála. Blok FDE je rovnaký v oboch vetvách prijímača. Blok LLR prepočítava kanálové pozorovania na hodnoty LLR metrík  $\lambda_{c1}$  definované v časti 5.2. Metriky vstupujú do dekodéra samoopravného kódu – na obr. 6.13 je to dekodér LDPC kódu. Výsledné LLR odhadov aposteriorných pravdepodobností potom vstupujú do procesu tvrdého rozhodovania HD kde sú mapované na binárne hodnoty .

Pridaná vetva spracovania využíva dekódované dáta na skonštruovanie odhadu výstupu vysielača – vektora  $s$ , vstupujúceho ďalej do bloku AC výpočtu aditívnych korekcií  $r_{cor1}$  a  $r_{cor2}$ . Ako naznačujú indexy v rovnicach (6.11) a (6.28) korekcia  $r_{cor2}$  sa uplatňuje pre aktuálne spracovávaný blok OFDM, zatiaľ čo korekciu  $r_{cor1}$  je nutné uložiť do pamäti a použiť pri spracovaní nasledujúceho bloku. Pri výpočte oboch korekcií nie je potrebné poznať všetky vzorky vektora  $s$  ale len ich podmnožinu. Ostatné bloky pridanej vetvy sú totožné s blokmi štandardnej vetvy s výnimkou bloku spektrálnej fázovej korekcie (Spectral Shift (SS)) implementujúceho rovnicu (6.29). Výsledkom sú potom LLR kanálových pozorovaní  $\lambda_{c1}$  nesúce informáciu o bitoch vyslaného vektora  $s$ , a  $\lambda_{c2}$  nesúce informáciu o bitoch vyslaného vektora  $s_2$ .

Prijímač teda získava dve kópie LLR metrík pre kanálové pozorovania. Ich využitie potom vychádza z postupu dekódovania kódu z opakovaním opísaným kapitolou 6.3 - teda spojenie týchto metrík je implementované jednoduchým súčtom. Získané posilnené hodnoty LLR môžu byť (mali by byť) vstupom do dekodéra samoopravného kódu, ako uvádza nasledujúci algoritmus:

#### Algoritmus 6.4

1. Vykonanie algoritmu existujúceho OFDM prijímača 6.1
2. Vykonanie algoritmu zisku druhej kópie dát vo frekvenčnej oblasti 6.3 . Zisk dvoch kópií kanálových LLR  $\lambda_{c1}$  a  $\lambda_{c2}$ .
3. Dekódovanie kódu z opakovaním - sčítanie LLR  $\lambda_{c1}$  a  $\lambda_{c2}$ .
4. Aplikácia iteratívneho algoritmu dekódovania vonkajšieho samoopravného kódu na súčet LLR. Zisk vylepšených odhadov  $\Lambda$  aposteriorných LLR.

Prijímač z obr. 6.13 nie je z výpočtového hľadiska optimálny, pretože nedokonale využíva už dekodovanú aposteriornú LLR zo štandardnej vetvy. Algoritmus a štruktúra vylepšeného prijímača sú uvedené v nasledujúcich kapitolách.

## 6.13 Alternatíva k metóde dekódovania OFDM ako systému so sériovým radením kódov

Čitateľovi isto neuniklo, že vektory  $s$  a  $s_2$  definované v (3.47) a (6.13) ako subbloky vyslaného vektora  $t$ :

$$s^{(N \times 1)} = \left[ t_{NP}^{((N-O) \times 1)} \parallel t_{CP}^{(O \times 1)} \right]$$

$$s_2^{(N \times 1)} = \left[ t_{CP2}^{(O \times 1)} \parallel t_{NP}^{((N-O) \times 1)} \right]$$

majú neprázdny prienik  $t_{NP}$ . To znamená, že informácia vo vzorkách  $t_{NP}$  sa premieta do všetkých vzoriek ako  $\lambda_{c1}$  tak aj  $\lambda_{c2}$ , čo je zjavnou nevýhodou popisovanej modifikácie prijímača. Pri akomkoľvek ďalšom spoločnom dekódovaní vektorov bude informácia pochádzajúca zo vzoriek  $t_{NP}$  započítaná dvakrát. Na druhej strane, vďaka lineárnej kombinácii vzoriek v IDFT, vzorky v  $t_{NP}$  nesú informáciu o všetkých vysielaných subnosných  $S$ . Vďaka tomuto dvojnásobnému započítaniu hodnôt je navrhovaná modifikácia suboptimálna, ale toto riešenie je spojené s jednoduchou frekvenčnou ekvalizáciou, ktorá je podmienkou potenciálnej praktickej implementácie navrhovanej modifikácie.

Ďalšie úvahy o podobe modifikovaného dekodéra v prijímači OFDM budú vychádzať z aproximácie zanedbávajúcej dvojnásobné započítanie informácie subbloku  $t_{NP}$ . Je teda potrebné overiť efekt tejto aproximácie aj pomocou simulácií.

Alternatívou k uvedeným algoritmom by bola ekvalizácia v časovej oblasti založená na rovnici (6.13):

$$t_{CP2}' = \mathbf{H}_{11}^{-1} \times r_{CP} = (\mathbf{H}_{11}^{-1} \times \mathbf{H}_{11}) \times t_{CP2} \quad (6.30)$$

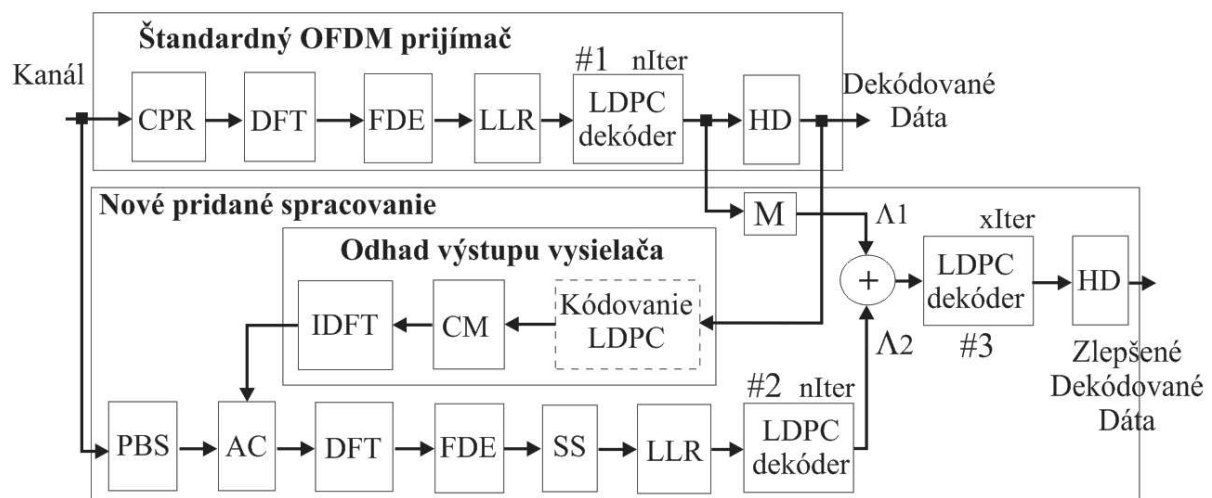
Kedy by odhad vektora  $t_{CP2}'$  v prijímači bol po doplnení nulami na dĺžku  $N$  transformovaný cez DFT do frekvenčnej oblasti. Problémom tohto postupu je ale výpočet inverznej matice k pomerne veľkej matici  $\mathbf{H}_{11}^{-1}$  (V komunikačných štandardoch sú definované rozmery prefixu

určujúce rozmery tejto matice až do  $256 \times 256$ . (15)). Pri praktických výpočtoch v systéme s pevnou rádovou čiarkou sú vektory  $r_{CP}$  ako aj odhady prvkov matice  $H_{11}$  zaťažené šumom, ktorý sa kumuluje pri výpočte inverznej matice, kedy je nutné použiť numericky nestabilné operácie delenia a odčítania, a znehodnocuje tak výpočet. Z dôvodu ohľadu na praktickú stránku sa táto práca sa touto modifikáciou ďalej nezaobrá.

## 6.14 Vylepšená nová metóda dekódovania OFDM ako systému so sériovým radením kódov

Ako už bolo uvedené v 6.12, schéma na obrázku 6.13 opisuje zisk dvoch kópií LLR pre prenášané binity, a uvažuje ich súčet a následné opakovanie dekódovania vonkajšieho kódu. Nevýhodou tohto postupu je úplné zahodenie už dekódovaných dát – výstupu štandardnej vetvy spracovania, ktoré by tým pádom boli použité len na rekonštrukciu výstupu vysielateľa. Výstupom LDPC dekodéra so štandardnej vetvy spracovania sú ale LLR hodnoty už spracované niekoľkými iteráciami dekódovacieho algoritmu. Tieto hodnoty aproximujú aposteriórne pravdepodobnosti a je všeobecne známym faktom, že chybovosť na výstupe iteratívneho dekodéra klesá z počtom vykonaných iterácií.

Pri návrate k obr. 6.13 s uvážením princípu dekódovania na obr. 6.11 sa ponúka jednoduchá možnosť vylepšenia tejto metódy: Použiť odhady aposteriórnych LLR z výstupu dekodéra v štandardnej vetve spracovania a v novej pridanej vetve vykonať rovnaký počet iterácií dekodéra vonkajšieho kódu a až potom sčítať LLR metriky z oboch vetiev. Efektívnejší návrh zobrazuje obr. 6.14:



Obr. 6.14: Finálny modifikovaný OFDM prijímač.

Nová vetva spracovania obsahuje vlastný LDPC dekóder, vykonávajúci rovnaký počet iterácií  $n_{\text{Iter}}$  ako dekóder v štandardnej vetve, pričom v nasledujúcom bloku sa LLR metriky odhadov aposteriorných pravdepodobností vystupujúcich z oboch dekodérov sčítavajú. Oproti obr. 6.13 teda dekódovanie vonkajšieho kódu predchádza dekódovaniu vnútorného kódu, čo je pri iteratívnom dekódovaní kódov použiteľný postup (43). Možnosť vymeniť dekodéry vonkajšieho a vnútorného kódu je zaplatená nutnosťou zaradenia bloku  $M$  pamätajúceho si výstupy štandardnej vetvy  $\Lambda_1$ . Obr. 6.14 navyše zavádza ešte prídavný tretí LDPC dekóder realizujúci určitý počet  $x_{\text{Iter}}$  prídavných iterácií. Takto je vlastne implementované čiastočné iteratívne dekódovanie spojených kódov: Najprv sa vykoná niekoľko iterácií silného vonkajšieho kódu, ich výstup sa spojí súčtom v implementácii dekodéra jednoduchého vnútorného kódu a takto posilnený následne vstupuje opäť do procesu niekoľkých iterácií silného vonkajšieho kódu. Rôzne hodnoty chybovostí sú pre rôzne kombinácie parametrov  $n_{\text{Iter}}$  a  $x_{\text{Iter}}$  prezentované vo formách vodopádových kriviek v nasledujúcej časti zaoberajúcej sa simuláciami. Algoritmus vylepšeného prijímača bude nasledovný:

### Algoritmus 6.5

1. Vykonanie algoritmu existujúceho OFDM prijímača 6.1.
2. Uloženie odhadov aposteriorných LLR  $\Lambda_1$  do pamäte.
3. Vykonanie algoritmu zisku druhej kópie dát vo frekvenčnej oblasti 6.3. Zisk druhej kópii kanálových LLR  $\lambda_{e2}$ .
4. Dekódovanie  $\lambda_{e2}$  ako kódového slova samoopravného kódu (Pri voľbe LDPC kódu ide o vykonanie algoritmu 5.1). Počet iterácií je rovnaký ako v bode 1 -  $n_{\text{Iter}}$ . Zisk druhého vektora odhadov aposteriorných LLR  $\Lambda_2$ .
5. Sčítanie odhadov aposteriorných pravdepodobností  $\Lambda_1$  a  $\Lambda_2$ .
6. Vykonanie ďalších niekoľkých ( $x_{\text{Iter}}$ ) iterácií dekódovacieho algoritmu.
7. Vykonanie tvrdého rozhodnutia a výsledných hodnotách bitov aplikáciou nerovnosti 5.10. Zisk výsledného bloku binitov  $s$  (očakávaným) nižším počtom chýb ako je na výstupe bodu 1.

Spracovanie v novej vetve môže začať až po skončení dekódovania v prvej vetve.

To zároveň znamená, že sa zvyšuje latencia – doba spracovania bloku v prijímači sa zdvojnásobuje. Čiastočným riešením je prúdové spracovanie (pipelining), kedy sú dekódované tri bloky naraz, pričom dekóder #3 dekóduje spojené LLR prvého vyslaného bloku zatiaľ čo dekóder #2 dekóduje dáta cyklického prefixu druhého vyslaného bloku a dekóder #1 dekóduje tretí blok. Blok pamäte  $M$  oneskoruje výsledky dekodéra #1 pre následné sčítanie. Takýto prijímač potom dosahuje maximálnu priepustnosť pri nastavení  $nIter = xIter$ .

Použitie dvoch dekodérov približne zdvojnásobuje aj výpočtovú zložitosť systému. Približne preto, že odhad výstupu vysielateľa je možné považovať za proces výpočtovo oveľa menej náročný ako je algoritmus prijímača. Pre LDPC kódy napr. nie je nutné v kaskáde odhadujúcej výstup vysielateľa vôbec implementovať kóder (na obr. 6.14 vyznačený čiarkovane), pretože algoritmy dekódovania LDPC kódov poskytujú výstup - odhad aposteriorných LLR pre všetky bity kódové slova a nielen pre informačné bity.

## 6.15 Zhrnutie

Táto kapitola popisuje nové originálne postupy prinášajúce dodatočné zníženie chybovosti prenosu v kódovanom OFDM systéme, využívajúc pritom znalosti a formalizmus uvedený v predošlých kapitolách. Popisuje dekódovanie nadbytočnosti prítomnej v OFDM vo forme cyklického prefixu (CP) vo frekvenčnej oblasti, pričom pre umožnenie presunu dekódovania z časovej oblasti a extrakciu informácie prítomnej v prefixe zavádza novú formálnu segmentáciu konvolučnej matice kanála. Definuje tri vlastné korekcie, ktoré je nutné použiť pre umožnenie využitia redundancie CP. Pomocou subtraktívnej korekcie definuje algoritmus 6.2 pre elimináciu medziblokovej interferencie IBI zasahujúcej vzorky cyklického prefixu. Ďalej v časti 6.9 definuje druhú aditívnu korekciu, umožňujúcu nájdenie druhej cirkulantnej submatice v konvolučnej matici kanála a následnú frekvenčnú ekvalizáciu redundantných vzoriek CP. Pomocou tretej multiplikatívnej fázovej korekcie potom umožňuje použiť jednoduchý postup mäkkého dekódovania vnútorného čiastočného kódu z opakovaním - cyklického prefixu. V časti 6.10 prezentovaný algoritmus 6.3 je potom algoritmom extrakcie redundantnej informácie prítomnej v cyklickom prefixe naplňajúci tretí cieľ tejto práce.

Časti 6.12, 6.13 a 6.14 potom v súlade so štvrtým cieľom práce definujú algoritmy a schémy nového vylepšeného OFDM prijímača, plne kompatibilného s existujúcimi komunikačnými štandardmi. Modifikácia prijímača je navrhnutá so zreteľom na minimálne nároky na implementáciu, najmä na využitie už existujúcich funkčných blokov, čo prostredím softvérového rádia (SDR), kam je táto modifikácia prioritne určená, spočíva v jednoduchom doplnení zdrojového kódu prijímača a následnom preklade (kompilácii) do strojového kódu.

Vzhľadom na existenciu ďalších obmedzujúcich podmienok definovaných komunikačnými štandardmi bude analýze praktickej aplikovateľnosti modifikovaného OFDM prijímača venovaná samostatná časť v nasledujúcich kapitolách.

## Kapitola 7

# Verifikácia nových riešení pomocou simulácií

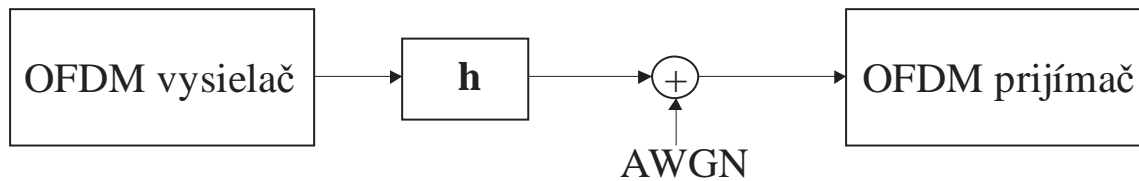
Táto kapitola popisuje postupy a pravidlá použité autorom pri návrhu a implementácii simulačných skriptov slúžiacich na overenie metód, prezentovaných v predchádzajúcich častiach, zlepšujúcich chybovosť prenosu v OFDM systéme.

Všetky simulácie boli implementované autorom vo výpočtovom prostredí MatLab verzie 6.5 a neskôr prepísané pre R2008b. Kóder aj dekóder kódov LDPC boli najprv rovnako implementované ako skripty interpretera MatLab, avšak pre veľkú časovú náročnosť simulácií súvisiacu s veľkou výpočtovou zložitou, boli neskôr autorom implementované ich optimalizované verzie v jazyku C. Takéto nízkoúrovňové implementácie sa ukázali byť až 165 krát rýchlejšie a umožnili tak realizovať simulácie v únosných časoch - rádovo hodinách až desiatkach hodín.

Implementovaný súbor simulačných skriptov pre MatLab by mal neskôr slúžiť ako základ pre vytvorenie knižnice pre simulácie činnosti komunikačných systémov na prvej a druhej vrstve, so zameraním na simulovanie prenosu pomocou OFDM, zabezpečeného LDPC alebo turbo kódom. Táto knižnica bude potom zaradená používaná pri cvičeniach na katedre telekomunikácií. Nie je ambíciou tejto práce byť podrobným manuálom k vznikajúcej simulačnej knižnici.



## 7.1 Modely použité v simuláciách



Obr. 7.1: Základný model OFDM systému a kanála použitý v simuláciách.

Model na obr. 7.1 je veľmi jednoduchý, ale užitočný. Všetky simulácie v tejto práci modelujú kanál s AWGN šumom pri použití BPSK modulácie a kvázi-statického kanála s viaccestným šírením. Dopplerov efekt, viacstavové modulácie ani impulzný šum nie sú v simuláciách zahrnuté z jednoduchého dôvodu: cieľom simulácií je vyhodnotiť zlepšenie chybovosti systému v dôsledku využitia nadbytočnosti prítomnej v cyklickom prefixe a demonštrovať ho pomocou čo najjednoduchšieho modelu systému aj kanála minimalizujú tak možnosť zanesenia chýb, hroziacu pri implementácii komplexnejších modelov.

Všetky simulované priebehy, sú reprezentované diskretnými signálmi konečnej dĺžky – vektormi reálnych a komplexných čísel reprezentovaných na počítači s konečnou presnosťou ako 64 bitové čísla s pohyblivou desatinnou čiarkou. Pretože pri OFDM je prenos reálne organizovaný ako prenos rámcov druhej vrstvy – teda sú prenášané bloky pozostávajúce z viacerých OFDM symbolov (14,15), je aj v simuláciách zvolený tento prístup. Jednotlivé OFDM symboly potom tvoria stĺpce matice reprezentujúcej rámec. V súlade so štandardom IEEE 802.16e (15) bol v simuláciách nastavený počet OFDM symbolov v jednom bloku na 48. Takéto blokové usporiadanie je vhodné aj z hľadiska možnej optimalizácie rýchlosti simulácie pomocou paralelného spracovania. Všetky bloky OFDM systému sú potom modelované funkciami spracúvajúcimi tieto vektory a matice.

## 7.2 Implementácia modelu AWGN kanála

Kanál pozostáva z dvoch modulov – modulu pripočítavania AWGN šumu a modulu napodobňujúceho viaccestné šírenie signálu v kanály. Modul AWGN je vlastne len generátor náhodných čísel s normálnym rozdelením s nulovou strednou hodnotou a jednotkovou varianciou. Tento generátor je internou súčasťou prostredia MatLab. Pre správne generovanie šumových vzoriek je potrebné správne nastaviť hodnotu variancie šumu vygenerovaného náhodného signálu s využitím nasledujúceho vzťahu:

$$\text{var}(cX) = c^2 \text{var}(X) \quad (7.1)$$

Ako ukazuje rovnica (7.1) toto je možné dosiahnuť pre násobením vygenerovanej náhodnej matice požadovanou strednou kvadratickou odchýlkou šumu (teda odmocninou variancie). Postup je nasledovný: Cieľom simulácie je vytvoriť vodopádovú krivku semilogaritmicke zobrazujúcu závislosť bitovej chybovosti systému (BER) od meniaceho sa pomeru  $E_b/N_0$  v decibeloch. Najprv je potrebné prepočítať  $E_b/N_0$  z decibelov na absolútne hodnoty:

$$\frac{E_b}{N_0} = 10^{\frac{\left[ \frac{E_b}{N_0} \right]_{dB}}{10}} \quad (7.2)$$

Pre takúto hodnotu  $E_b/N_0$  potom pri použití BPSK modulácie a zabezpečenia samoopravným kódom s rýchlosťou  $R$  platí na výstupe spriahnutého filtra v prijímači nasledujúci vzťah (30):

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{1}{2\sigma_n^2 R} \quad (7.3)$$

Čo pri úprave udáva hodnotu požadovaného parametra  $\sigma_n$ :

$$\sigma_n = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \left[ \frac{E_b}{N_0} \right] \cdot R}} \quad (7.4)$$

Pomocou (7.4) sa vypočítava parameter  $\sigma_n$ , ktorým je potom pre násobený výstup náhodného generátora, tak aby šum v kanály mal požadovaný výkon.

Pri použití BPSK modulácie s amplitúdou 1 je energia pripadajúca na jeden symbol jednotková a pretože jeden symbol nesie jeden bit, je jednotková aj  $E_b$ .

### 7.3 Implementácia viaccestného šírenia

V teoretických častiach už bolo uvedené, že efekt viaccestného šírenia sa signálu je popísaný pomocou konvolúcie signálu s impulznou odpoveďou kanála. Presne tento postup je použitý aj pri simuláciách, pričom funkcia implementujúca konvolúciu dvoch vektorov je internou súčasťou prostredia MatLab, rovnako ako aj objekt Rayleigho kanála, ktorý je pri vhodnom nastavení možné používať na generovanie náhodných impulzných odpovedí kanála. Pre nastavenie hodnôt relatívnych zosilnení jednotlivých ciest bola použitá nasledujúca tabuľka, prevzatá z (47):

Cesta	Oneskorenie (ns)	Priemerný relatívny výkon (dB)
1	0	-4.9
2	10	-5.1
3	20	-5.2
4	40	-0.8
5	70	-1.3
6	100	-1.9
7	140	-0.3
8	190	-1.2
9	240	-2.1
10	320	0.0
11	430	-1.9
12	560	-2.8
13	710	-5.4
14	880	-7.3
15	1070	-10.6
16	1280	-13.4
17	1510	-17.4
18	1760	-20.9

Tabuľka 7.1: Relatívne zosilnenia ciest pri prenose mestským prostredím.

V simuláciách bola nastavená maximálna hodnota Dopplerovho posuvu na hodnotu 0, pričom sa uvažovalo 18-cestné šírenie signálu a hodnoty zosilnení jednotlivých ciest boli nastavené v zhode s popisom kanála definovaným v (47), ktorý je založený na modely mobilného kanála ITU (35) a popisuje šírenie signálu v mestskom zastavanom vonkajšom prostredí bez priamej viditeľnosti (NLOS) medzi vysielateľom a prijímačom. Hodnoty zosilnení jednotlivých ciest uvedené v tabuľke 7.1 sú relatívne a vzťahnuté vzhľadom na zosilnenie desiatej cesty (Čomu zodpovedá hodnota v dB je 0.0). V simuláciách ich preto bolo prepočítané na koeficienty impulznej odpovede kanála  $\mathbf{h}$  a normovať tak, aby bola splnená nasledujúca podmienka:

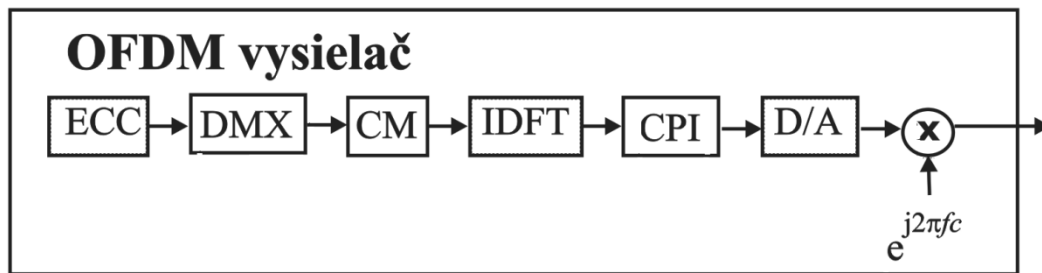
$$\sum |h(n)|^2 = 1 \quad (7.5)$$

teda aby kanál zachovával výkon prenášaného signálu. Implementácia tohto procesu je opäť už internou súčasťou systému MatLab. Samotné hodnoty zosilnení ciest sú potom komplexné náhodné premenné viazané obmedzeniami definovanými v tabuľke 7.1. Pri 18-cestnom šírení signálu sa vplyvom lineárnej konvolúcie v kanály OFDM symbol v diskretnom čase predĺži o 17 vzoriek. V reálnom systéme vzniká medzibloková interferencia IBI, pričom v simulácii keď sú bloky spracovávané po jednom v cykle je potrebné uložiť výstup kanála z predchádzajúcej iterácie do dočasnej premennej a medziblokovú interferenciu vytvoriť manuálne pričítaním príslušne posunutého obsahu tejto premennej k výstupu kanála v aktuálnej iterácii.

Ako už bolo uvedené bol implementovaný kvázi-statický kanál, kde je komplexná impulzná odpoveď  $\mathbf{h}$  generovaná náhodne pre každý rámeček – blok 48 OFDM symbolov. Teda

impulzná odpoveď sa mení s časom, ale nemení sa počas trvania jedného rámca, ani jedného OFDM symbolu. V simuláciách je potrebné vygenerovať veľké množstvo impulzných odpovedí a teda je treba odsimulovať prenos mnohých blokov.

## 7.4 Implementácia OFDM vysielča



Obr. 7.2: Teoretická schéma OFDM vysielča.

Obrázok 7.2 popisuje teoretický model OFDM vysielča. Pretože simulácie narábajú s čisto digitálnymi signálmi, bloky digitálno-analógového prevodu (D/A) a modulácie do preloženého pásma (pre násobenie vysokofrekvenčným kosínusom) neboli implementované. Bola teda simulovaná chybovosť systému pri prenose v základnom pásme, pričom toto zjednodušenie neznižuje kvalitu nameraných výsledkov (Je všeobecne známe, že systém j preloženom pásme je možné analyzovať pomocou ekvivalentného systému v základnom pásme (lowpass equivalent) (34)). Nasledujúce odstavce bližšie popisujú jednotlivé bloky.

V reálnom systéme vstupuje do bloku samoopravného kódéra (ECC) používateľský dátový tok – tok bitov. V simulačnom prostredí je tento tok umelo generovaný generátorom binárnych náhodných čísel s rovnomerným rozdelením. V simuláciách, keď bol použitý, implementoval samoopravný kódér kódovací algoritmus LDPC kódu definovaný štandardom IEEE 802.16e (14), ktorý dokáže vytvoriť kódové slovo LDPC kódu v systematickom tvare priamo použitím riedkej kontrolnej matice  $\mathbf{H}$ . Obmedzením tohto algoritmu je požiadavka špeciálneho tvaru tejto matice, teda algoritmus nie je univerzálny. Na druhej strane všetky LDPC kódy špecifikované uvedeným štandardom – teda kódy používané v praktických komunikačných systémoch, toto obmedzenie spĺňajú. Boli simulované prenosi ošetrené všetkými šiestimi kódmi, definovanými IEEE 802.16e, pričom pre účely demonštrácie zlepšenia chybovosti nového prijímača bol vybraný najsilnejší spomedzi týchto kódov –

LDPC kód s rýchlosťou  $R = 1/2$ . Dĺžka kódového slova bola pri simuláciách, ktorých výsledky sú uvedené v tejto práci zvolená vždy  $n = 1152$ . Štandard IEEE 802.16e podporuje dĺžky kódového slova LDPC kódov v rozmedzí 576 až 2304 s krokom 96 a teda nepodporuje dĺžku  $n = 1024$ , ktorá by v simulácii korešpondovala s rozmerom následnej Fourierovej transformácie daným mocninou dvojky. Rovnaký štandard zároveň prikazuje použitie mocnín dvojky ako rozmeru DFT. Prečo je to tak a ako je toto ošetrené v simuláciách je popísané v ďalších odstavcoch a na obrázku 7.3.

Blok demultiplexora (DMX) nebolo vďaka maticovej organizácii celej simulácie implementovať vôbec – kódové slová boli priamo generované tak, aby tvorili stĺpce v matici reprezentujúcej spracovávaný rámec druhej vrstvy. Jednotlivé bity týchto kódových slov boli potom v bloku CM mapované na komplexné vzorky – reprezentácie amplitúd komplexných nosných v dvojrozmernom signálovom priestore. Pretože bola vždy použitá BPSK modulácia, mapovanie sa zjednodušilo na mapovanie binárnych symbolov  $\{0,1\}$  na hodnoty  $\{-1, +1\}$  podľa jednoduchého predpisu:

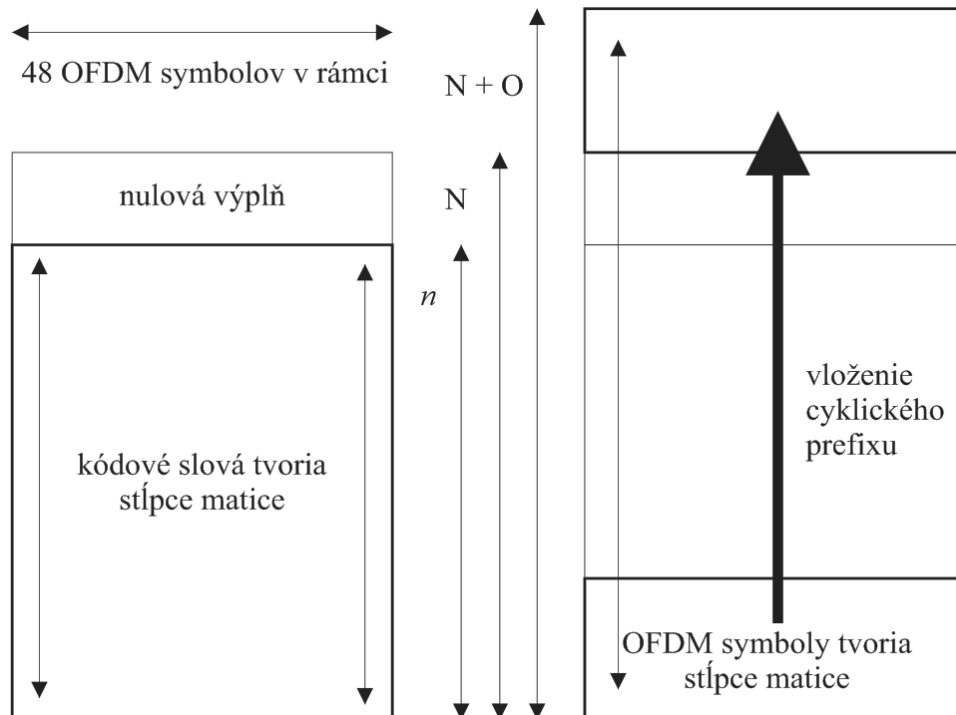
$$\mathbf{S}_k = 2 \times \mathbf{d}_k - 1 \quad (7.6)$$

kde  $\mathbf{S}$  je sekvencia komplexných čísel reprezentujúca binárne symboly v signálovom priestore a  $\mathbf{d}$  je mapovaná postupnosť logických hodnôt - bitov. Výstupom bloku CM bola teda vždy matica obsahujúca symboly z množiny  $\{-1, +1\}$ .

Aj vzhľadom na použitý kanál bez zhukových chýb, nebol zložitejší DMX blok (napr. s pridaným premiešavaním) potrebný. V reálnom systéme nie je OFDM symbol tvorený len vzorkami reprezentujúcimi bity kódového slova, ale obsahuje aj vzorky pilotov a nulové nosné (15) preto by pri rozmere Fourierovej transformácie  $N = 1024$  mohlo byť na prenos vzoriek kódového slova použitých len 720 nosných (14, 15). Sofistikované premiešavanie by teda bolo potrebné. Zároveň je reálny prenos organizovaný do rámcov so štruktúrou uvedenou v kapitole 2.8. Kde jednotlivé oblasti rámca sú priradené rôznym používateľom a teda kódové slová sú v rámci usporiadané inak, ako bolo implementované v simuláciách. Bližšie sa analýze zjednodušení použitých pri simuláciách a ich efektu na praktickú použiteľnosť modifikovaného prijímača venuje samostatná podkapitola.

V simuláciách bola situácia zjednodušená tým, že dĺžka kódového slova  $n$  bola zvolená rovnaká ako rozmer IDFT  $N = 1152$ . Pre prípad, že by dĺžka  $n$  kódového slova LDPC kódu bola menšia ako rozmer Fourierovej transformácie  $N$  bolo pri simulácii implementované dopĺňanie nevýznamných núl pred kódové slovo. Tento prístup ale nebol použitý, pretože

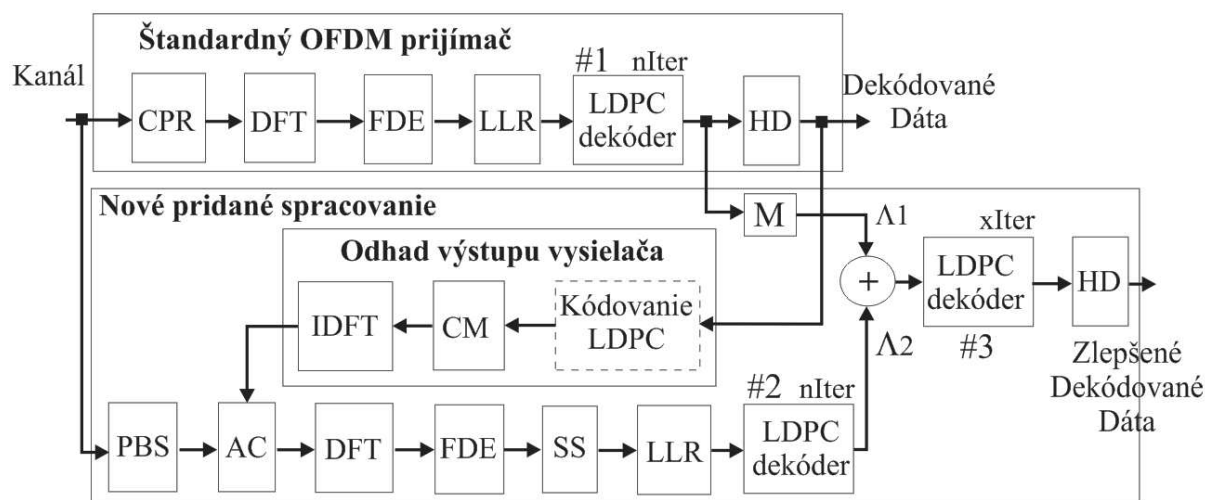
implementácia IDFT v systéme MatLab sa ukázala dostatočne optimalizovaná aj pre rozmer DFT iný ako mocnina dvojky. Tento postup by istotne nebol použitý v prípade reálneho systému sledujúceho maximálnu optimalizáciu výpočtu.



Obr.: 7.3: Usporiadanie kódových slov a OFDM symbolov do matice.

Matica obsahujúca stĺpcovo namapované kódové slová potom vstupuje do procesu IDFT, opäť interne implementovaného systémom MatLab. V časovej oblasti je potom pridaný cyklický prefix dĺžky  $O$ , pričom táto dĺžka je v súlade so štandardom IEEE 802.16e definovaná ako zlomok  $N$ . Štandard definuje viacero možností,  $O \in \{1/4, 1/8, 1/16, 1/32\} \times N$ . Pri výsledkoch uvádzaných v časti venujúcej sa výsledkom simulácií bol zvolený rozmer  $O = N/8$ . Časové vzorky OFDM symbolu usporiadané do matice podľa obrázka 7.3 potom vstupujú do už popísaného kanála.

## 7.5 Implementácia OFDM prijímača



Obr. 7.4: Schéma implementovaného modifikovaného OFDM prijímača.

Ako už bolo uvedené v kapitole 6.13, nový modifikovaný prijímač sa skladá z dvoch vetiev. Prvou je štandardný OFDM prijímač, opísaný v literatúre, druhou je modifikácia opísaná v tejto práci. Rovnako ako pri vysielaní simulácie nemodelujú analógové obvody prijímača a zaoberajú sa maticovým spracovaním komplexných čísel reprezentujúcich dáta. Jednotlivé bloky a ich implementácia budú opäť opísané v nasledujúcich odstavcoch. Dôraz bude kladený na bloky, ktorým ešte nebol venovaný priestor pri opise implementácie blokov na strane vysielateľa. Bloky Diskrétnej Fourierovej Transformácie, LDPC kódovania a mapovania bitov na modulačné konštelácie (CM) teda už nebudú opisované bližšie. Najprv budú popísané bloky štandardnej vetvy spracovania. Podrobný popis niektorých blokov je už uvedený v teoretickej časti – kapitole 6 a preto nebude opakovaný.

V bloku výpočtu LLR je dosadením do (5.9) realizované prepočítanie kanálových vzoriek – pozorovaní na hodnoty ich LLR metriky  $\lambda_c$  definované v časti 5.2. V simuláciách pre AWGN šum je tento výpočet veľmi jednoduchý – vzorky je potrebné len prenásobiť skalárnym faktorom. V prijímači je teda potrebné na základe prijatých vzoriek odhadnúť varianciu šumu v kanály. V simuláciách je použité zjednodušenie, pri ktorom je variancia šumu známa už z procesu jeho generovania a táto hodnota bola aj použitá.

V nasledujúcom bloku LDPC dekodéra bol použitý algoritmus 5.1 dekódovania LDPC kódov Min-Sum, pri ktorom nezáleží na tom, či doň vstupuje LLR metrika alebo priamo vzorka  $\mathbf{Z}$ , resp. ľubovoľne normované metriky založené na  $\mathbf{Z}$ . Zjednodušený výpočet metriky bol  $\lambda$  bol teda vykonaný len pre naznačenie možnosti kompatibility s inými dekódovacími

algoritmami (napr. Sum-Product). Nebolo teda potrebné implementovať niektorú z metód odhadu variancie kanálovej šumu a toto zjednodušenie nemá vplyv na relevanciu získaných simulačných výsledkov.

Pri LDPC dekodéry bola použitá v kapitole 5.7 popísaná základná verzia algoritmu Min-Sum – teda algoritmus bez rôznych modifikácií, ďalej zlepšujúcich jeho opravňové vlastnosti, ako je normovanie alebo ofsetovanie popísané v literatúre (2,5). Pre jeho veľkú výpočtovú náročnosť a súvisiacu dlhú dobu trvania simulácií bol dekodér implementovaný v nízkoúrovňovom jazyku C a skompilovaný do dynamicky linkovanej knižnice volanej prostredím MatLab.

Výstupom LDPC dekodéra sú LLR metriky jednotlivých bitov proporcionálne k aposteriorným pravdepodobnostiam. Tieto ďalej vstupujú do bloku tvrdého rozhodovania HD kde sú mapované na binárne hodnoty jednoducho tak, že záporné hodnoty sú mapované na hodnotu logická „0“ a kladné hodnoty zase na logickú hodnotu „1“.

Vektory logických hodnôt tvoria opravené kódové slová systematického LDPC kódu, ktoré sú v simulačných skriptoch porovnávané s bezchybnými kódovými slovami generovanými vo vysielacom. Počet rozdielných pozícií vzťahnutý ku počtu všetkých prenesených bitov potom udáva výslednú hodnotu pravdepodobnosti chyby na bit BER. Chybovosť sa teda počíta so všetkých bitov – teda aj paritných, čo pri rýchlosti kódu  $R = 1/2$  znamená dvojnásobné zrýchlenie simulácie oproti postupu pri ktorom by paritné bity boli zahodené a chybovosť bola počítaná len z informačných bitov. Vzhľadom na nezávislé realizácie chýb je tento postup korektný (nedá sa predpokladať, že by chybovosť paritnej časti kódového slova bola výrazne odlišná od chybovosti dátovej časti). Týmto je ukončený popis implementácie štandardnej vetvy prijímača.

Modifikáciou prijímača bolo pridanie ďalšej vetvy spracovania, ako je zobrazené na obr. 7.4, kde sú najprv z výstupu štandardnej vetvy odoberané bity opraveného kódového slova, na základe ktorých je rekonštruovaný výstup vysielacza v digitálnej oblasti - čiže vzorky reprezentujúce odhad vektora  $s$  na výstupe bloku IDFT vo vysielacom. Aj dekódované kódové slová obsahujú s určitou nenulovou pravdepodobnosťou chyby, teda kvalita tohto odhadu je závislá od chybovosti na výstupe dekodéra.

Subblok kódovanie LDPC v rámci bloku Odhadu výstupu vysielacza je na obr. 7.4 vyznačený čiarkovane z jednoduchého dôvodu – nie je totiž v simulácii implementovaný



a v prípade použitia LDPC kódov nemusí byť implementovaný ani v reálnom systéme. Výstupom LDPC dekodéra je totiž celé kódové slovo a nie len dátové bity – paritné bity teda nie je potrebné dopočítavať pretože už sú k dispozícii. Blok kódovania je naznačený v schéme preto, že dekodéry niektorých iných, prakticky používaných kódov na výstupe nemusia poskytovať paritnú časť kódového slova. Prakticky sa môže jednať napr. o niektorú implementáciu Viterbiho dekodéra konvulčného alebo turbo kódu . Potom by príslušný kóder musel byť implementovaný, pričom by do systému vnášal ešte dodatočnú chybovosť. Simulácia systému s turbo-kódom bola tiež implementovaná.

Subbloky CM a IDFT v prijímači pracujú presne ako vo vysielači - rekonštruujú časť vysielaného OFDM symbol.

Ako už bolo uvedené, blok PBS (Prefix Block Selection) v novej vetve spracovania len vyberá z prijatej matice vzoriek príslušný blok obsahujúci dáta cyklického prefixu. Tento blok je zaťažovaný medziblokovou interferenciou a zároveň nespĺňa podmienku cirkulantného vzťahu k vyslanému bloku danú rovnicou (6.26). Odstrániť obidva neduhy pomocou aditívnych korekcií (6.11) a (6.25) je úlohou bloku Aditívnej Korekcie AC . Blok spektrálneho posuvu SS aplikuje ďalšiu multiplikatívnu fázovú korekciu (6.29) popísanú v časti 6.9.

Výstup druhej vetvy – LLR metriky  $\Lambda_2$  sa potom sčítavajú s výstupom štandardnej vetvy. Ako ukazujú výsledky simulácií, samotné toto sčítanie prináša mierne zníženie chybovosti systému, pretože ide o implementáciu mäkkého dekodéra jednoduchého kódu s opakovaním. Ďalším zlepšením je pridanie tretieho LDPC dekodéra, ktorý takto posilnené LLR metriky použije ako vstup do ďalších niekoľkých iterácií algoritmu Min-Sum.

Na obr. 7.4 je pri LDPC dekodéroch oboch vetiev naznačený parameter  $n_{Iter}$  – maximálny počet iterácií algoritmu Min-Sum. Pri poslednom LDPC dekodéri je naznačený parameter  $x_{Iter}$  – niekoľko dodatočných iterácií dekodéra s posilnenými metrikami. Simuláciami bol testovaný efekt rôzneho pomeru hodnôt  $n_{Iter}$  a  $x_{Iter}$  a porovnávaný s chybovosťou štandardného OFDM prijímača s jedným LDPC dekodérom, ktorého počet iterácií bol nastavený na hodnotu  $n_{Iter} + x_{Iter}$ . V časti venovanej výsledkom simulácií sú jednotlivé konfigurácie označené ako „prijímač  $n_{Iter} + x_{Iter}$ “. Samozrejme je vo všetkých prípadoch modifikovaný prijímač zložitejší a musí vykonať viacero výpočtových operácií.

## 7.6 Optimalizácia simulácií

Pri analýze výpočtovej náročnosti implementovaných simulačných skriptov pomocou nástroja Profiler v systéme MatLab, bolo zistené, že viac ako 95% simulačného času je spotrebovaných na dekódovanie LDPC kódu. To spolu s požiadavkou na spracovanie veľkého počtu realizácií impulznej odpovede a súvisiaceho veľkého počtu kódových slov vyústilo do nerealisticky vysokých požiadaviek na trvanie simulácií. Tento problém bol riešený dvomi prístupmi:

1. Optimalizovanou implementáciou algoritmu Min-Sum v nízkoúrovňovom jazyku C.
2. Využitím metód distribuovaného spracovania rozdelením výpočtu na menšie časti a paralelným spracovaním týchto častí na katedrovom serverovom clustery .

Prvý prístup si vyžadoval veľmi presné rozvrhnutie pamäti a s ním súvisiacich operácií. Algoritmus Min-Sum totiž nie je veľmi náročný na výpočty, jeho zložitosť tkvie hlavne v komplikovanom indexovaní dát. Našťastie sú indexy plne definované kódom a veľkosťou kódového slova takže je možné tieto predpočítať a pri samotnom dekódovaní používať ich v pamäti uložené kópie. Pri známych parametroch LDPC kódov definovaných v štandarde IEEE 802.16e potom bola vytvorená jednovláknová C implementácia dekodéra so statickou alokáciou pamäte. Z dôvodu maximálnej kompatibility používa táto implementácia len funkcie a operácia definované v ANSI C špecifikácií. Statická alokácia pamäte umožňuje kompilátoru vykonať intenzívne optimalizácie a tým výrazne zvýšiť rýchlosť výpočtu. Táto implementácia je univerzálna, teda je možné vygenerovaný binárny objektový súbor pripojiť (link) k ľubovoľnému spustiteľnému programu. Toto aj bolo vykonané, bol implementovaný tzv. wrapper, spájajúci univerzálnu C implementáciu s maticovo orientovaným systémom MatLab. Pomocou kompilátora Mex, ktorý je súčasťou systému MatLab, bol vytvorený nízkoúrovňový spustiteľný modul dekodéra LDPC, volateľný z prostredia MatLab rovnakým spôsobom ako bežné interpretované funkcie. Prínosom tejto optimalizácie bolo až 165 násobné zrýchlenie procesu dekódovania LDPC kódov. Nevýhodou je potom menšia univerzálnosť takéhoto dekodéra, podporujúceho len LDPC kódy definované štandardom IEEE 802.16e.

Inou výhodou nízkoúrovňovej ANSI C implementácie je fakt, že slúži ako základ pre špecializované implementácie používané v praxi. Konkrétnym príkladom je implementácia pre signálový procesor pre mobilný 3G telefón s výpočtami s pevnou desatinnou čiarkou.

Takáto platforma prináša mnohé obmedzenia organizácie výpočtov, najvýraznejšie najmä čo sa týka pamäťových nárokov. V rámci riešenia projektov na KTL, slúžila používaná univerzálna nízkoúrovňová ANSI C implementácia ako základ pri implementácii LDPC dekodéra pre mobilný WiMax na mobilnom procesore, pri ktorej autor tejto práce asistoval.

Okrem tohto môže nízkoúrovňová implementácia slúžiť aj ako základ pre ďalšie optimalizácie, špeciálne pri využití viacvláknového (multithreaded) spracovania na moderných viacjadrových (multicore) procesoroch. Ešte ďalším posunom je potom implementácia masívne paralelného algoritmu dekodovania, optimalizovaného pre využitie obrovskej výpočtovej kapacity moderných grafických kariet (74).

Druhý prístup k optimalizácii - využitie distribuovaného spracovania ideálne dopĺňa prvý postup. Systém MatLab ponúka integrovanú správu distribuovaných výpočtov, pričom ale z licenčných dôvodov, ako aj dôvodov komplikovanej konfigurácie takéhoto systému nebol tento nástroj použitý. Výpočet bol potom distribuovaný len poloautomatizovaným spôsobom, kedy bol implementovaný skript pre MatLab, rozdeľujúci simuláciu na menšie celky a potom spájajúci čiastkové výsledky. Takýmto spôsobom potom simulácie bežali na katedrovom clustery pozostávajúcom z piatich dvojprocesorových serverov IBM x3550. Každý z procesorov Xeon obsahoval 4 jadrá, čo spolu s uvážením rezervy pre operačný systém dávalo 35 paralelných procesov simulujúcich činnosť OFDM systému.

## 7.7 Zhrnutie

Táto kapitola opisuje postupy použité autorom pri implementácii simulácií dátového prenosu pomocou OFDM v prostredí kanála s viacestným šírením. Autorom boli implementované modely všetkých blokov OFDM systému, ako aj kanála s viacestným šírením v prostredí MatLab. Všetky simulačné skripty narábajú s maticovou reprezentáciou dátových entít a boli implementované s dôrazom na využitie efektívnej implementácie vektorových operácií v prostredí MatLab, ktoré ďalej využíva podporu vektorového spracovania SIMD (Single Instruction Multiple Data) v moderných procesoroch x86. Pri implementácii sa autor v maximálnej miere vyhýbal pomalým konštrukciám obsahujúcim cykly a tieto v maximálnej miere nahradzoval vektorovým spracovaním. Implementácia simulačných skriptov a ich použitie na overenie funkčnosti navrhovaných modifikácií napĺňa piaty cieľ tejto práce.

Pri simuláciách boli ďalej implementované dva druhy optimalizácií: Bola vytvorená nízkoúrovňová optimalizovaná implementácia LDPC dekodéra v jazyku ANSI C. Táto bola potom prostredníctvom kompilátora MEX pripojená k simulačnému prostrediu MatLab, odkiaľ bola volaná. Ďalej bola simulácia rozdelená na viacero (maximálne 35) čiastkových úloh, ktoré boli spracovávané paralelne na katedrovom clustery IBM serverov. Popísaná konfigurácia optimalizácií umožnila skrátenie simulačného času rádovo z desiatok týždňov na jednotky až desiatky hodín.

# Kapitola 8

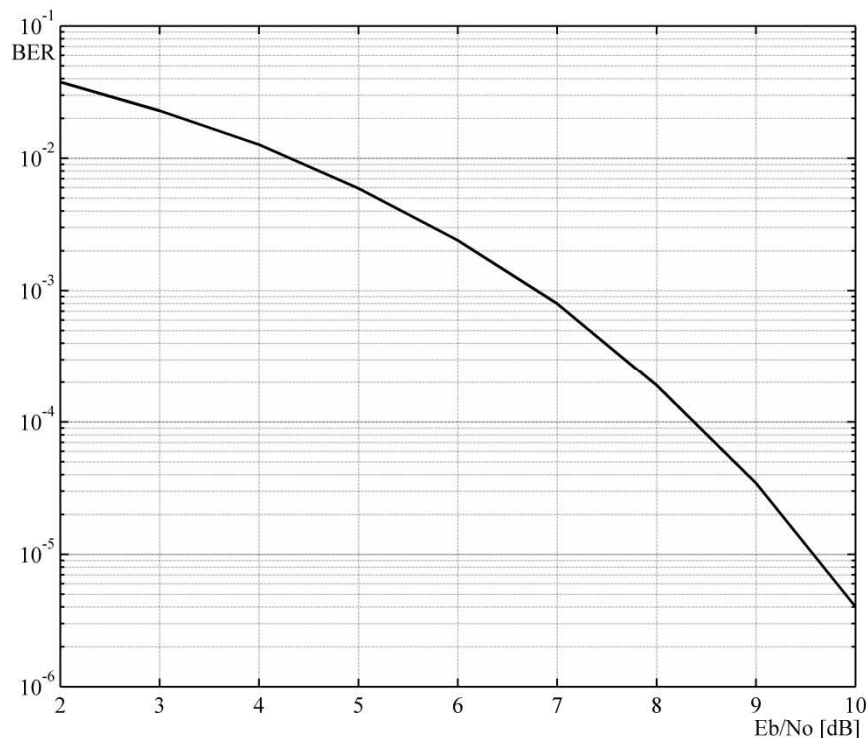
## Výsledky simulácií

Táto kapitola prezentuje kvantitatívne výsledky simulácií, ktorých implementáciu opisuje predchádzajúca kapitola. Pomocou simulácií boli overené metódy, prezentované v predchádzajúcich častiach, zlepšujúce chybovosť prenosu v OFDM systéme. Bolo vykonaných pomerne veľa simulácií, prezentovaná je len vybraná podmnožina, dostatočne demonštrujúca prínos tejto práce.

Všetky simulácie boli implementované autorom vo výpočtovom prostredí MatLab verzie R2008b. Kóder aj dekóder kódov LDPC boli najprv rovnako implementované ako skripty interpretera MatLab, avšak pre ich veľkú časovú náročnosť boli neskôr autorom implementované ich optimalizované verzie v jazyku C. Takéto nízkoúrovňové implementácie sa ukázali byť až 165 krát rýchlejšie a umožnili tak realizovať simulácie v únosných časoch - rádovo jednotkách až desiatkach hodín.

V nasledujúcich podkapitolách sú prezentované vodopádové krivky reprezentujúce chybovosť prenosu v závislosti od pomeru  $E_b/N_0$ .

## 8.1 OFDM BPSK v kanály AWGN



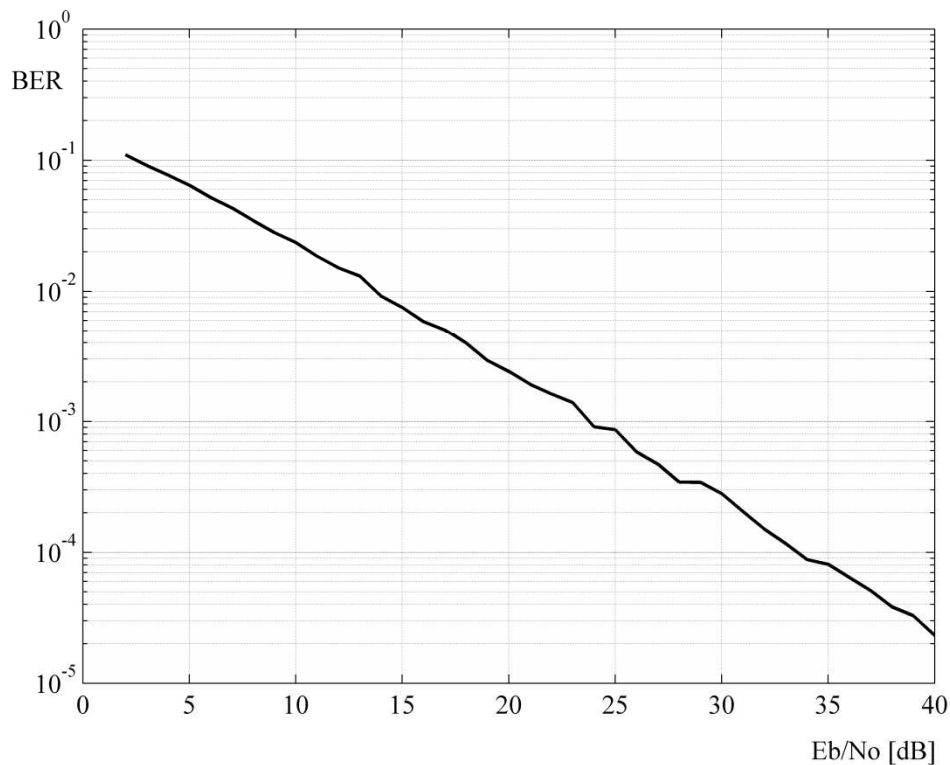
Obr. 8.1: Chybovosť nekódovaného OFDM systému v AWGN kanály pri použití BPSK modulácie.

Prvou implementovanou simuláciou bol jednoduchý prenos BPSK modulovaného bitového toku cez AWGN kanál, teda kanál v ktorom jediným nepriaznivým vplyvom je šum. Hlavným cieľom tejto simulácie bolo overiť, či implementovaný model korešponduje s teoretickým popisom BPSK modulácie. Simulované OFDM usporiadanie 1152 paralelných nosných by teoreticky nijako nemalo ovplyvniť chybovosť prenosu – tá nemá závisieť ani od počtu nosných, ani od softwarovej implementácie modulácie vo frekvenčnej oblasti. Obr. 8.1 zobrazuje výsledky simulácie a zároveň teoretický priebeh chybovosti vypočítaný pomocou (30):

$$BER = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (8.1)$$

Obidva priebehy sú totožné, takže ich ani nie je možné na grafe rozoznať, čo potvrdzuje funkčnosť implementovaných skriptov. Pri simulácii boli prenášané bloky o rozmere 1152 x 48 bitov, pričom počet blokov stúpал v závislosti od  $E_b/N_0$  z hodnoty 80 až na hodnotu 400, simulujúc tak prenos rádovo jednotiek až desiatok Mbit.

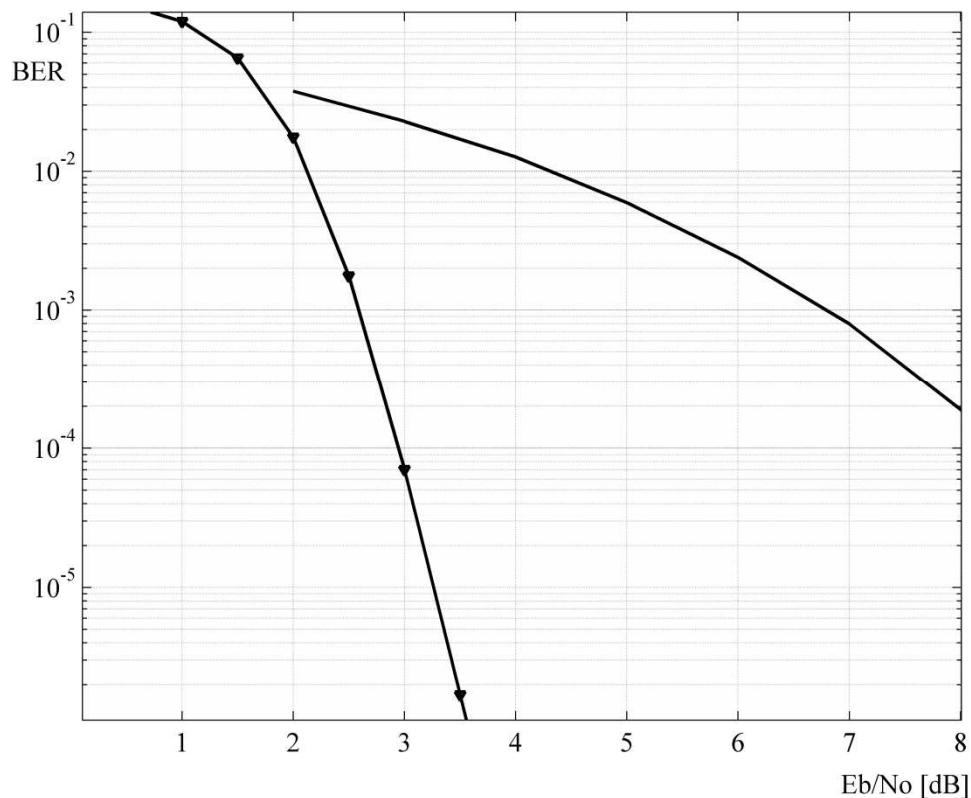
## 8.2 OFDM BPSK v kanály s viaccestným šírením a AWGN



Obr. 8.2: Chybovosť nekódovaného OFDM systému v kanály s viaccestným šírením a AWGN pri použití BPSK modulácie.

Druhá simulácia sa zaoberá nekódovaným OFDM prenosom cez kanál s viaccestným šírením s parametrami definovanými v sekcii 7.3 a AWGN šumom. Je evidentné, že krivka klesá oveľa miernejšie, teda pre dosiahnutie rovnakej bitovej chybovosti je potrebný oveľa väčší pomer  $E_b/N_0$  ako pri AWGN kanály. Krivka zároveň potvrdzuje zhodu simuláciou nameraných hodnôt a teoretického priebehu uvedeného v literatúre (34,36). Zvlnenie krivky je spôsobené vplyvom náhodného generovania impulznej odpovede kanála - najmä pomerne malého počtu realizácií variujúceho od 40 pre  $E_b/N_0 = 2$  dB po 1560 pre  $E_b/N_0 = 40$  dB. Tento relatívne malý počet bol zvolený úmyselne pre demonštráciu nutnosti použitia veľkého počtu realizácií kanála v ďalších simuláciách.

### 8.3 Zlepšenie chybovosti LDPC kódom v kanály AWGN

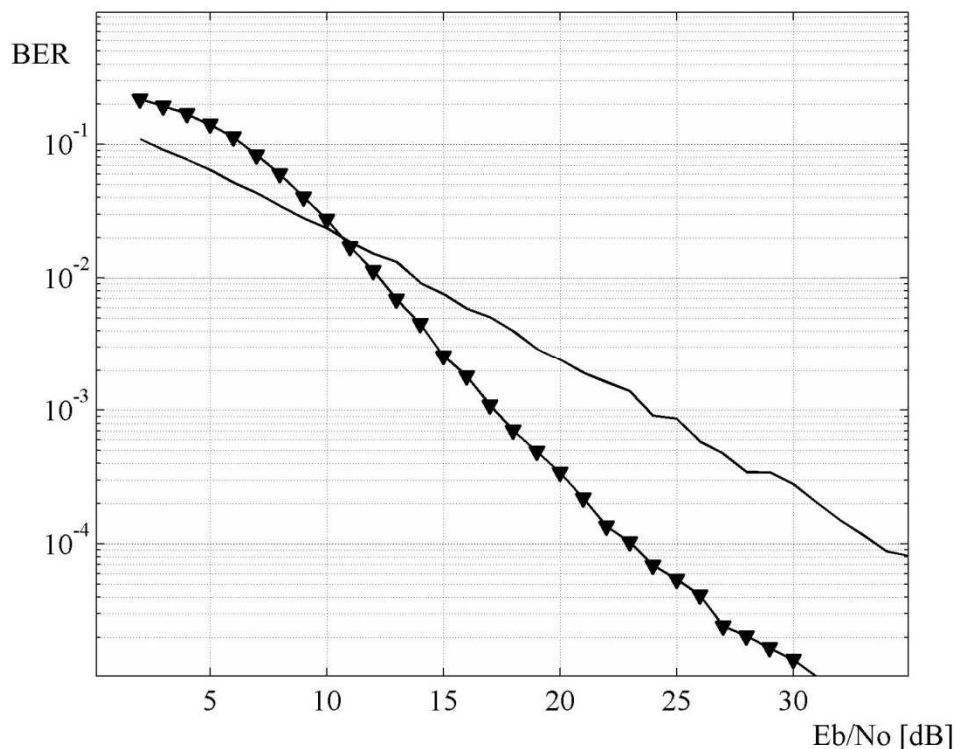


Obr. 8.3: Chybovosť OFDM systému pri použití BPSK modulácie v AWGN kanály, porovnanie nekódovaného systému (bez markéra) a LDPC kódovaného systému (trojuholníkový markér).

Tretia simulácia demonštruje zlepšenie chybovosti prenosu OFDM systému pomocou zabezpečenia LDPC kódom definovaným v štandarde IEEE 802.16e s rýchlosťou kódu  $R = 1/2$ . Kód bol dekódovaný algoritmom Min-Sum bez dodatočných modifikácií s limitom pre maximálny počet iterácií nastaveným na 8. Dĺžka kódového slova bola zvolená  $n = 1152$  bitov. Krivka pre kódovaný prenos klesá podľa očakávania oveľa strmšie. Ako je vidno z obrázka 8.3 už pri chybovosti  $10^{-3}$  prináša zisk kódovania približne 4 decibely. Pri nižších hodnotách chybovosti je zisk kódovania ešte väčší. Účelom tejto simulácie bolo overiť funkčnosť autorom implementovaného LDPC dekodéra pred implementáciou ďalších funkčných blokov simulačného systému.



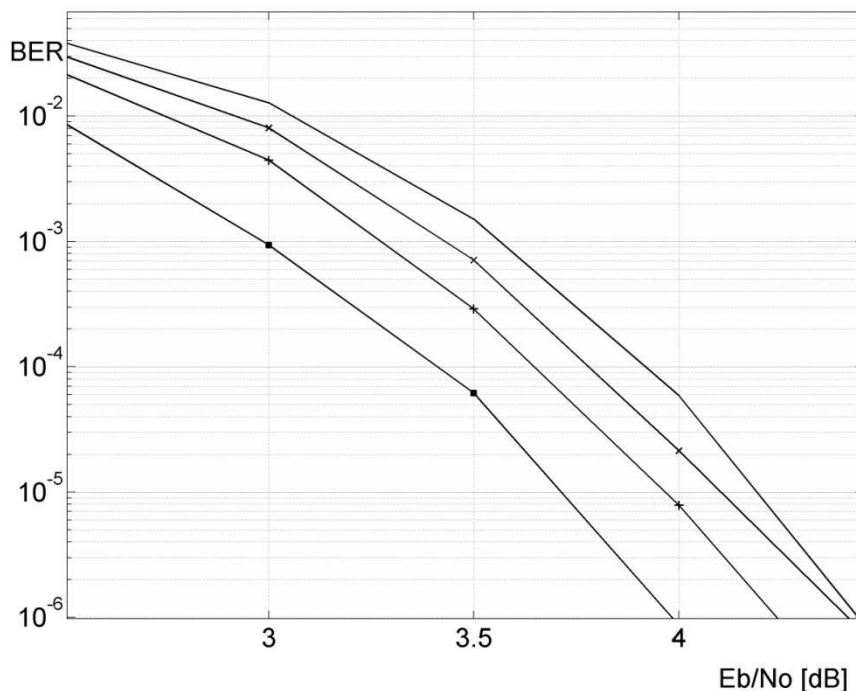
## 8.4 Zlepšenie chybovosti LDPC kódom v kanály s viaccestným šírením a AWGN



Obr. 8.4: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri použití BPSK modulácie a AWGN šumu, porovnanie nekódovaného systému (bez markéra) a LDPC kódovaného systému (trojuholníkový markér).

Obr. 8.4 opäť demonštruje zlepšenie chybovosti OFDM prenosu v dôsledku použitia LDPC kódu, tento krát v kvázi-statickom kanály opísanom v kapitole 7.3 s viaccestným šírením a AWGN šumom. Ako modulácia bola použitá BPSK a pre zabezpečenie prenosu bol opäť použitý kód z rýchlosťou  $R=1/2$  s dĺžkou kódového slova  $n=1152$  a 8 iteráciami dekódovacieho algoritmu Min-Sum. Komplexná impulzná odpoveď kanála bola náhodne generovaná pre každý blok 48 OFDM symbolov. Z obrázka je vidno vysoký zisk kódovania až 10 dB pri hodnote chybovosti  $10^{-4}$ . Krivka chybovosti pre nekódovaný systém v kanály s viaccestným šírením korešponduje s Alamoutiho analýzou (36) uvedenou pri popise využitia diverzity v komunikačných systémoch.

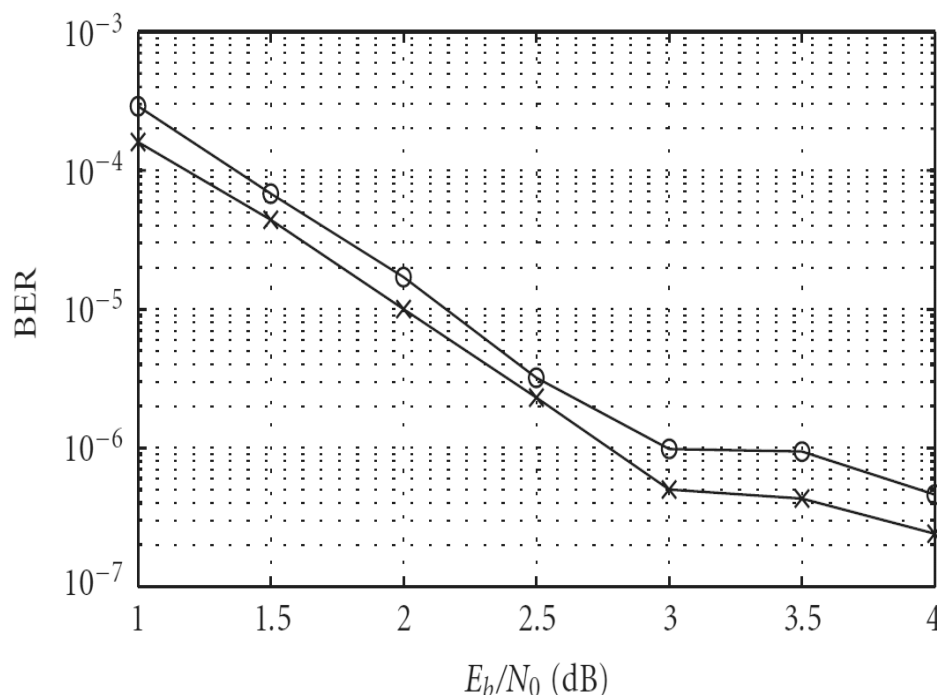
## 8.5 Potenciálne zlepšenie chybovosti LDPC kódu pridaním kódu z opakovaním



Obr. 8.5: Chybovosť LDPC kódovaného prenosu pri použití BPSK modulácie v AWGN kanály. LDPC kód bez kódu z opakovaním (bez markéra) v porovnaní s LDPC kódom s pridaným čiastočným kódom s opakovaním pre  $O = 1/16 N$  (x markér),  $O = 1/8$  (krížový markér) a  $O = 1/4$  (štvorcový markér).

Ďalšia simulácia slúžila ako tzv. proof of concept. Pri tejto simulácii boli porovnávané chybovosti LDPC dekodéra bez aplikácie vnútorného dekodéra čiastočného kódu s opakovaním a s aplikáciou jednoduchého dekodéra tohto kódu. Boli porovnané možné hodnoty zníženia chybovosti pre systém s LDPC kódom s rýchlosťou  $R = 5/6$  pre 5 iterácií algoritmu Min-Sum. Obr. 8.5 zobrazuje vodopádové krivky pre AWGN kanál bez uvažovania viaccestného šírenia pre rôzne veľkosti cyklického prefixu. Ako vidno, systém bez využitia prefixu má najvyššiu chybovosť a chybovosť klesá z veľkosťou použitého CP. Najnižšiu chybovosť, približne o 0,5 dB nižšiu ako systém bez využitia redundancie, má systém s veľkosťou CP rovnou jednej štvrtine kódového slova LDPC kódu. Pri tejto simulácii neboli implementované žiadne metódy extrakcie prefixu, a bol použitý len jednoduchý model kanála.

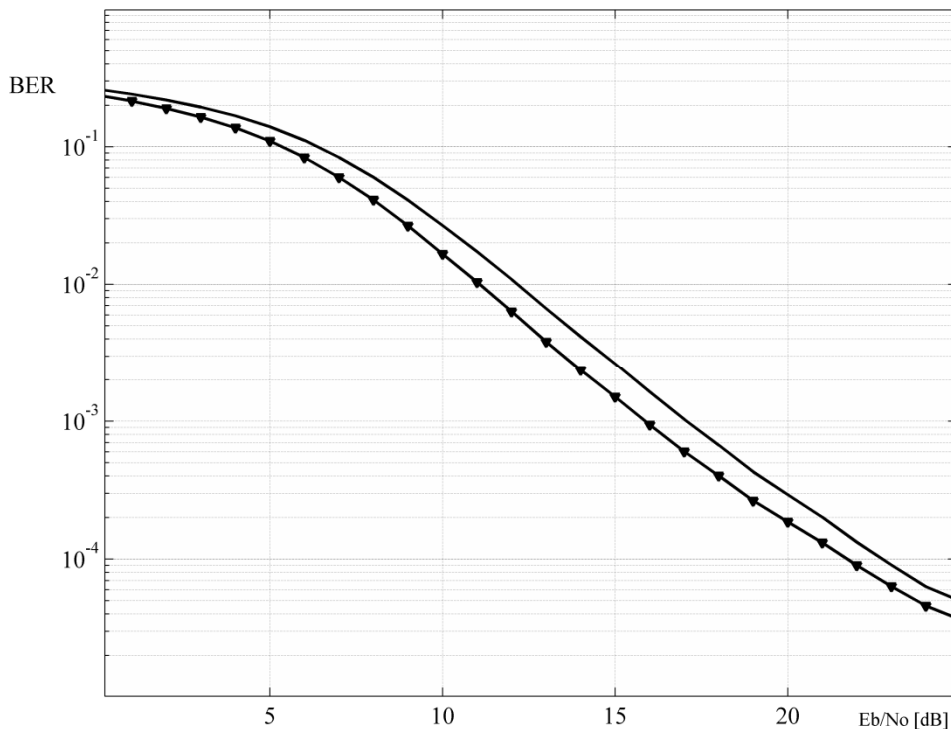
## 8.6 Zlepšenie chybovosti OFDM prenosu pomocou modifikovaného prijímača pre turbo-kód



Obr. 8.6: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri BPSK modulácii a AWGN šume, porovnanie turbo-kódovaného systému so štandardným spracovaním (kruhový markér) a novej modifikovanej metódy (krížový markér) Publikované autorom v (6).

Okrem analýzy zlepšenia chybovosti pre v tejto práci podrobne popísané LDPC kódy, boli implementované aj simulačné skripty pre turbo-kód definovaný v (42). V takomto prípade je v prijímači na obr. 6.13 potrebné implementovať aj kóder turbo-kódu pretože štandardný algoritmus dekódovania Max-log-MAP (31) založený na mriežke kódu poskytuje hodnoty LLR len pre informačné bity kódového slova (Na rozdiel od algoritmu Min-Sum). Pretože ale dekódované informačné slovo môže obsahovať chyby, proces kódovania implementujúci paritnú sekvenciu tieto chyby ešte rozmnoží. Preto, ako bolo predpovedané v kapitole 6, bude efekt zníženia chybovosti v modifikovanom prijímači, závisiaci od kvalitnej rekonštrukcie výstupu vysielateľa, pri použití turbo-kódu menej výrazný ako pri LDPC kódoch. Toto potvrdzuje aj obr. 8.6, kde krivka chybovosti pre nový suboptimálny systém predstavuje zisk kódovania len približne 0.2 dB oproti pôvodnému systému. Pretože je nová metóda perspektívnejšia pri použití LDPC kódov je táto práca viac zameraná práve na tieto kódy. Prínos modifikácie je viditeľný najmä v spodnej časti krivky v oblasti chybového prahu dekódovacieho algoritmu, kedy sa chybovosť už nezmenšuje pridaním počtu iterácií v pôvodnom systéme, ale najmä využitím dodatočnej informácie cyklického prefixu.

## 8.7 Zlepšenie chybovosti OFDM prenosu pomocou modifikovaného prijímača 8 + 0



Obr. 8.7: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri BPSK modulácii a AWGN šume, porovnanie LDPC kódovaného systému so štandardným spracovaním a 8 iteráciami dekodéra (bez markéra) s dvojvetvovým spracovaním s 8 iteráciami a bez dodatočného dekodéra (trojuholníkový markér).

Obrázok 8.7 porovnáva chybovosť štandardného OFDM prijímača nevyužívajúceho redundanciu prítomnú v OFDM a novo navrhovaného prijímača, popísaného algoritmom 6.5 v teoretickej časti 6.14, ktorý túto nadbytočnosť využíva.

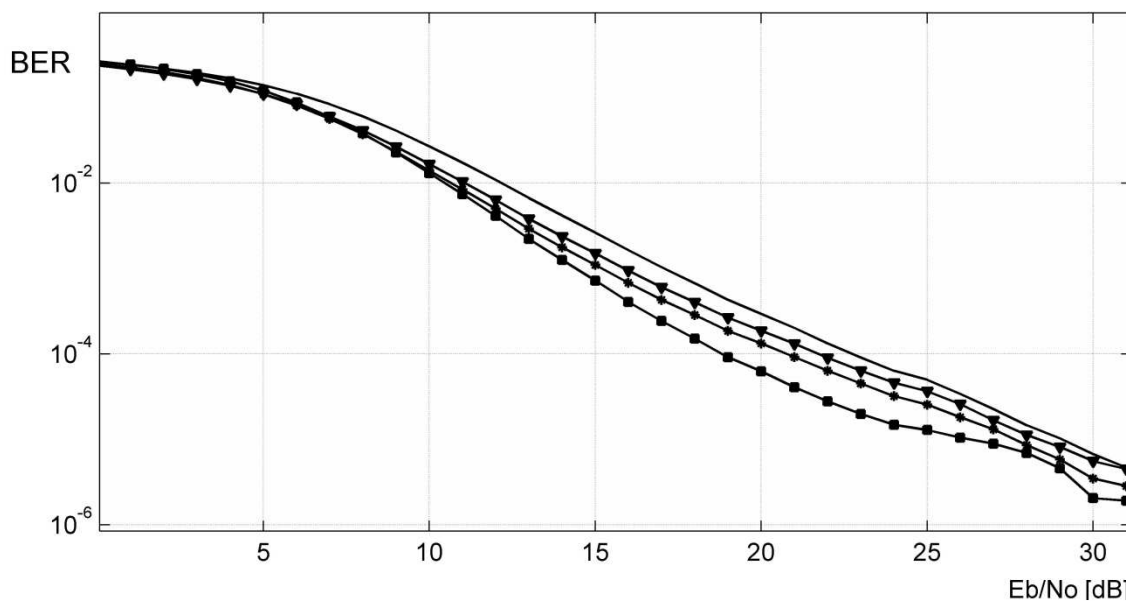
Simulovaný bol dátový prenos náhodného binárneho signálu modulovaného BPSK a ošetreného LDPC kódom s rýchlosťou  $R = 1/2$  definovaným štandardom IEEE 802.16e s dĺžkou kódového slova  $n = 1152$  bitov. Kvázi-statický kanál modeloval 18-cestné šírenie signálu a pripočítaval k signálu AWGN šum.

LDPC dekóder v štandardnom prijímači mal nastavený maximálny limit počtu iterácií  $n_{Iter} = 8$ . Modifikovaný prijímač (obr. 6.14) obsahoval dve vetvy spracovania, každú obsahujúcu LDPC dekóder s rovnakým počtom iterácií  $n_{Iter} = 8$ . Tretí dodatočný LDPC dekóder bol odpojený ( $x_{Iter} = 0$ ), teda súčet LLR metrík na výstupoch oboch vetiev bol priamo vstupom do procesu tvrdého rozhodovania.

Z obrázka 8.7 je viditeľné zlepšenie chybovosti – posunutie vodopádovej krivky pri hodnote chybovosti systému  $BER = 10^{-4}$  o približne 1 dB. Na dosiahnutie tohto zlepšenia musel ale modifikovaný prijímač vykonať približne dvojnásobný počet operácií.

Počet náhodných realizácií kanála (koeficientov impulznej odpovede kanála) varioval od hodnoty 31500 pre  $E_b/N_0 = 0$  dB až po hodnotu 295830 pre  $E_b/N_0 = 30$  dB. Spolu s počtom náhodných realizácií kanála narastal aj počet prenesených blokov a bitov. Počet prenesených blokov sa rovnal počtu realizácii kanála, teda bola uvažovaná zmena parametrov kanála pri každom prenesenom bloku. Každý blok niesol 1152 x 48 bitov, takže počet odsimulovaných bitových prenosov rástol v závislosti od pomeru  $E_b/N_0$  od 1.74 po 16.36 Gbit.

## 8.8 Zlepšenie chybovosti modifikovaných prijímačov



Obr. 8.8: Chybovosť OFDM systému v kanály s 18-cestným šírením signálu pri BPSK modulácii a AWGN šume, porovnanie LDPC kódovaného systému so štandardným spracovaním a 8 iteráciami dekodéra (bez markéra) s dvojitým spracovaním s rôznymi konfiguráciami. Dekóder 8+0 (trojuholníkový markér), dekóder 7+1 (hviezda) a dekóder 5+3 (štvorcový markér).

Obrázok 8.8 opäť porovnáva chybovosť štandardného OFDM prijímača nevyužívajúceho redundanciu prítomnú v OFDM a nového vylepšeného prijímača, ktorý túto nadbytočnosť využíva. Všetky parametre simulácie boli nastavené rovnako ako v predchádzajúcom odseku s výnimkou konfigurácie modifikovaného prijímača.

Obr. 8.8 zhrňuje výsledky viacerých simulácií pre rôzne konfigurácie prijímača.

Vodopádová krivka bez markéra zobrazuje chybovosť štandardného OFDM systému s LDPC dekodérom s maximálnym počtom iterácii  $n_{\text{Iter}} = 8$ . Krivka s trojuholníkovým markérom je zopakovaním krivky z predchádzajúcej podkapitoly – konfiguráciu modifikovaného prijímača s dvoma LDPC dekodermi s počtom iterácii  $n_{\text{Iter}} = 8$  a následným sčítaním výstupných LLR ( $x_{\text{Iter}} = 0$ ). Krivka s hviezdicovým markérom udáva chybovosť modifikovaného prijímača v konfigurácii  $7 + 1$  ( $n_{\text{Iter}} = 7$ ,  $x_{\text{Iter}} = 1$ ) teda LDPC dekodéry #1 a #2, z prijímača na obrázku 6.14, vykonávajú maximálne 7 iterácii, ich výstupné LLR sú potom sčítané a tieto súčty vstupujú do tretieho LDPC dekodéra vykonávajúceho už len jednu iteráciu. Chybovosť systému sa podľa očakávania znižuje. Posledná krivka popisuje chybovosť modifikovaného prijímača v konfigurácii  $5 + 3$  ( $n_{\text{Iter}} = 5$  a  $x_{\text{Iter}} = 3$ ). Zlepšenie oproti štandardnému OFDM prijímaču je zrejme - krivka chybovosti pre modifikovaný prijímač sa posúva pri hodnote chybovosti  $10^{-4}$  približne o 4 dB. Modifikovaný prijímač musel vykonať približne o 60% viac výpočtových operácii.

Počet náhodných realizácií kanála opäť varioval od hodnoty 31500 pre  $E_b/N_0 = 0$  dB až po hodnotu 295830 pre  $E_b/N_0 = 30$  dB, takže počet odsimulovaných bitových prenosov opäť rástol v závislosti od pomeru  $E_b/N_0$  od 1.74 po 16.36 Gbit.

V spodnej časti obr. 8.8 je viditeľný vzrast chybovosti nového modifikovaného prijímača a priblíženie sa vodopádových kriviek späť k pôvodnému prijímaču. Ako ukazuje nasledujúca podkapitola, tento jav vzhľadom na veľký objem simulovaných dát nemôže byť pripísaný štatistickej chybe. Zisk kódovania nového modifikovaného systému je teda najväčší pri hodnotách chybovosti približne  $BER = 10^{-4}$ . Pri nižších hodnotách sa znižuje na hodnotu približne 1-2 dB (podľa konfigurácie). Tento jav je vysvetliteľný použitými aproximáciami. Ako bolo uvedené v kapitole 6.14, pri navrhovanej modifikácii sa pre umožnenie jednoduchej frekvenčnej ekvalizácie cyklického prefixu započítava časť vzoriek symbolu do výpočtu LLR dvakrát. Toto je vlastne chyba, motivovaná praktickou implementovateľnosťou. Táto chyba je pri relatívne vysokých hodnotách bitovej chybovosti  $BER = 10^{-4}$  viac ako kompenzovaná pridaním spracovania informácie prefixu. Pri nízkych hodnotách chybovosti pod  $BER = 10^{-5}$  sa ale výhoda modifikovaného prijímača postupne znižuje, čo je aj hlavnou slabinou prezentovaného riešenia, založeného na uvedených aproximáciách.

## 8.9 Analýza spoľahlivosti výsledkov simulácií

Pretože simulácie implementujú metódy typu Monte Carlo, založené na náhodnom generovaní dát a šumu, výsledné hodnoty chybovosti BER prezentované vo vodopádových krivkách sú náhodnými premennými. Tieto náhodné premenné odhadujú skutočnú hodnotu chybovosti. Otázkou je, aká je presnosť týchto odhadov. Odpovede poskytuje štatistika. V literatúre (76), špeciálne v kontexte simulácií chybovosti prenosu boli formálne presne zavedené nasledujúce parametre vypovedajúce o vzťahu simuláciou odhadovanej chybovosti  $\hat{p}$  a neznámej skutočnej chybovosti  $p$ . V tejto podkapitole je, aj z dôvodu jednoduchšej formulácie vzorcov, zámerne použité označenie bitovej chybovosti BER ako  $p$ .

Dolu uvedené definície prevzaté z (76) umožňujú buď dopredu špecifikovať veľkosť  $r$  simulačnej množiny, alebo vyhodnotiť spoľahlivosť už vykonaných simulácií. Nasledujúca rovnica :

$$S = p(p \in I) \in (0,1) \quad (8.2)$$

definuje spoľahlivosť (confidence) ako pravdepodobnosť, že skutočná hodnota hľadanej chybovosti  $p$  sa bude nachádzať v intervale spoľahlivosti (confidence interval)  $I$ .

Interval spoľahlivosti  $I$  je možné definovať pomocou zlomku  $k$ , odhadovanej chybovosti  $\hat{p}$  :

$$I = (p_1, p_2) = (\hat{p} - k\hat{p}, \hat{p} + k\hat{p}) \quad (8.3)$$

Minimálny počet prvkov  $r$  simulačnej množiny potom závisí od odhadovanej chybovosti  $\hat{p}$  :

$$r = A \frac{1}{\hat{p}} - A \quad (8.4)$$

a parametra  $A$ , pomenovaného v (76) presnosť (accuracy), definovaného ako:

$$A = \left[ \frac{1}{k} \cdot \sqrt{2} \cdot \text{erf}^{-1}(S) \right]^2 \quad (8.5)$$

kde  $\text{erf}()$  označuje známu chybovú funkciu:

$$\text{erf}(x) = \int_0^x \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} du \quad (8.6)$$

Pri zvolení požiadaviek na presnosť simulácie  $k$  a  $S$  je potom počet prvkov simulačnej množiny možné ľahko vypočítať dosadením do (8.5) a (8.4). Z definície (8.3) je zrejmé, že čím menšia bude hodnota  $k$ , tým užší bude interval spoľahlivosti a teda tým presnejší bude

odhad chybovosti  $\hat{p}$ . Zároveň čím vyššia bude požadovaná spoľahlivosť  $S$  tým väčšia je pravdepodobnosť, že skutočná hodnota chybovosti sa nachádza v danom intervale. Ako vidno z (8.5) sú parametre  $k$  a  $S$  zložkami parametra  $A$ . Čím vyššia je teda požadovaná presnosť, tým viac prenosov bitov je potrebné odsimulovať.

Pre analýzu spoľahlivosti už existujúcich simulácií je potrebné rovnice upraviť. Ak je zvolený fixný parameter  $S = 0.99$ , teda je daná požiadavka na 99 percentnú spoľahlivosť, bude možné na základe známeho  $r$  a  $\hat{p}$  vypočítať požadovanú presnosť  $A$

$$A = r \cdot \left( \frac{1}{\hat{p}} - 1 \right)^{-1} = r \cdot \frac{\hat{p}}{1 - \hat{p}} \quad (8.7)$$

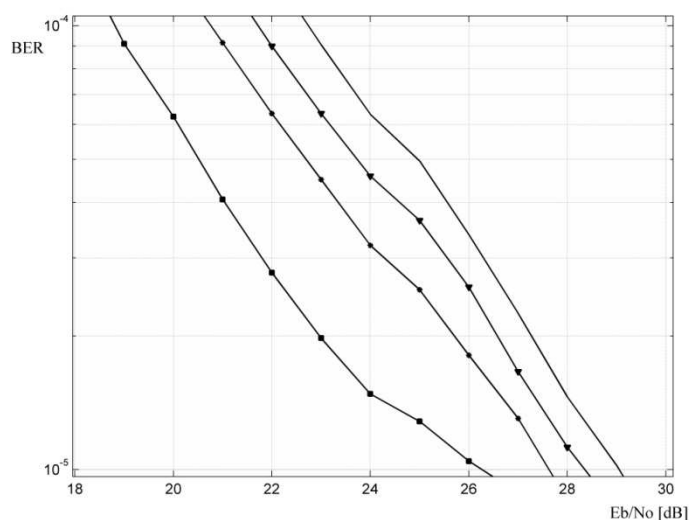
a z nej šírku intervalu spoľahlivosti ako:

$$2k = 2 \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{A}} \cdot \sqrt{2} \cdot \text{erf}^{-1}(S) \right] \quad (8.8)$$

Ako bolo uvedené v 8.8, počet odsimulovaných prenosov OFDM rámcov varioval od hodnoty 31500 pre  $E_b/N_0 = 0$  dB až po hodnotu 295830 pre  $E_b/N_0 = 30$  dB, takže, pri započítaní veľkosti rámcu 48 OFDM symbolov po 1152 bitov, počet odsimulovaných bitových prenosov opäť rástol v závislosti od pomeru  $E_b/N_0$  od 1.74 po 16.36 Gbit. Pre tieto hodnoty a zvolenej 99 percentnej požiadavke na spoľahlivosť hodnota  $k$  vypočítaná podľa (8.8) v závislosti od  $E_b/N_0$  rastie z hodnoty  $k_{0\text{dB}} = 0.0001$  po  $k_{30\text{dB}} = 0.0064$ . Teda aj v najmenej presnom prípade pri  $E_b/N_0 = 30$  dB je odchýlka medzi skutočnou hodnotou chybovosti, a odhadom získaným pomocou simulácií menej ako jedno percento.



## 8.10 Analýza praktickej využiteľnosti novej metódy



Obr. 8.9: Vodopádové krivky modifikácií OFDM systému pre oblasť BER  $10^{-4}$  až  $10^{-5}$ .

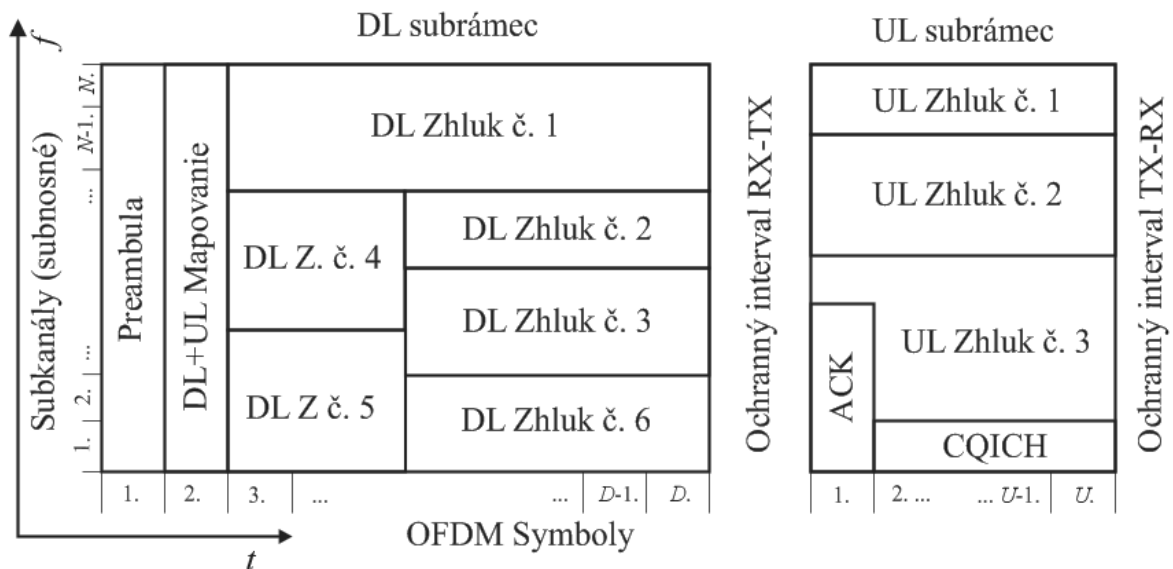
Pri pohľade na vodopádové krivky na obr. 8.8 a 8.9 je zrejmé, že navrhovaný modifikovaný prijímač najviac znižuje chybovosť OFDM prenosu v oblasti relatívne vysokej chybovosti v intervale  $BER = 10^{-5}$  až  $10^{-4}$ . Moderné komunikačné štandardy ale požadujú pre dátové prenosy maximálnu hodnotu chybovosti na výstupe samoopravného kódu  $BER = 10^{-6}$  (14). Navrhovaná modifikácia môže teda byť užitočná najmä pri prenosoch, kde je chybovosť rádovo  $10^{-4}$  akceptovateľná. Toto môžu byť prenosy hlasu alebo videa. Špeciálne pre video prenosy existujú algoritmy skrývania chýb (error concealment) (75) založené na detegovaní a ignorovaní chybných blokov videosignálu a interpolácii ich aproximácie so susediacich blokov. Tieto metódy sa vedia vysporiadať aj s pomerne vysokými hodnotami BER, simulácie v (75) testujú ich účinnosť až do hodnoty  $BER = 0.01215$ .

Na druhej strane bola pri simuláciách na obr. 8.9 zvolená dĺžka cyklického prefixu rovná  $1/8$  užitočného bloku. Pretože je ale dĺžka CP meniteľná v závislosti od charakteristík kanála, je veľmi pravdepodobné, že v mestskom prostredí, kde sú použité malé rozmery buniek, bude použitá aj kratšia dĺžka prefixu. Prínos prezentovanej metódy by bol potom menej výrazný, ako kvantifikuje aj kapitola 8.5, čo spolu so zvýšenými nárokmi na spracovanie v mobilnom prijímači a tým skrátenou výdržou batérie znižuje nasaditeľnosť novej modifikovaného prijímača v takomto prostredí.

Na druhej strane opak je pravdou pre vidiecke oblasti s riedkym pokrytím a veľkými rozmermi buniek, určujúcimi použitie dlhšieho prefixu. Dlhší prefix bude znamenať väčšiu redundanciu a väčšie zlepšenie chybovosti. Pri použití prenosného, ale nie mobilného (portabilného) bezdrôtového terminálu, napájaného zo siete, potom ani zvýšené výpočtové

nároky na spracovanie signálov nepredstavujú problém. Praktickým príkladom je prijímač WiMax, ktorého použitie je v takomto kontexte bežné.

Ešte iným aspektom je uváženie štruktúry rámca protokolu IEEE 802.16e naznačenej na nasledujúcom obrázku:



Obr. 8.10: Štruktúra rámca protokolu IEEE 802.16e.

Ako je zreteľné, rámec v poprúdnom smere je rozdelený na zóny prislúchajúce jednotlivým používateľom, ktorých užitočné dáta sú ošetrené ECC kódom v rámci zobrazených oblastí. Rozloženie týchto oblastí je adaptívne a určované dynamicky bázovou stanicou. Pre efektívne využitie redundancie CP je potom vhodné, aby jednotlivé oblasti pridelené rôznym staniciam kopírovali OFDM symboly - čiže by bolo potrebné alokovať oblasti ako vertikálne pásy. Toto je možné zabezpečiť, pretože alokácia oblastí v rámci nie je predpísaná komunikačným štandardom (aj keď sú dané určité pravidlá). Na druhej strane by si tento postup vyžadoval zásah do algoritmu plánovača na bázovej stanici, čo je komplikované. Opäť sa teda ukazuje, že navrhovaná metóda nie je optimálna pri nasadení v mobilných bunkových sieťach, ale je využiteľná v pripojeniach typu WiMax, kde môže byť pre jednu stanicu alokovaný aj celý rámec.

## Záver

Táto práca sa zaoberá identifikáciou a novým využitím nadbytočnosti prítomnej v OFDM. Špeciálne sa venuje využitiu redundancie cyklického prefixu. Na to aby bolo možné túto nadbytočnosť využiť pre zníženie chybovosti OFDM systému v kanály s viaccestným šírením, využíva táto práca súčasné metódy maticového modelovania OFDM, opísané v kapitole 3. Podkapitoly 3.2, 3.5 a 3.6 prinášajú vlastné maticové modely vkladania a vyberania cyklického prefixu ako aj operácií multiplexovania a demultiplexovania. Ďalej je, v súlade s definovanými cieľmi, novou definíciou segmentácie konvolučnej matice kanála v 3.9 zavedený vlastný formalizmus, potrebný pre odvodenie metód extrakcie redundantnej informácie.

V kapitole 6 táto práca ďalej prináša nový originálny pohľad na COFDM vysielateľ, kde vkladanie cyklického prefixu interpretuje ako čiastočný kód s opakovaním a Fourierovu transformáciu ako premiešavač. V dôsledku týchto interpretácií je potom COFDM vysielateľ možné považovať za systém so sériovým radením kódov, kde vonkajším kódom je samoopravný kód definovaný komunikačným štandardom a vnútorný kód je vkladanie cyklického prefixu. Na základe tohto nového pohľadu práca pomocou zavedeného matematického formalizmu navrhuje novú metódu extrakcie nadbytočnosti v cyklickom prefixe a jej využitia v prijímači.

Ďalej je, opäť v konzistencii s definovanými cieľmi, v častiach 6.12 až 6.14 navrhnutá aj praktická modifikácia OFDM prijímača, so zreteľom na implementáciu v systéme softvérového rádia SDR, kompatibilnú s existujúcimi komunikačnými štandardmi. Nový modifikovaný prijímač teda nevyžaduje žiaden zásah do existujúcej štruktúry rámca linkovej vrstvy ani do algoritmu vysielateľa. Účinnosť novej metódy bola overená simuláciami, pričom sa ukázalo, že naozaj dochádza k zníženiu chybovosti prenosu a to v závislosti od oblasti vodopádovej krivky ako aj ďalších parametrov dekodéra približne o jeden až štyri decibely oproti štandardnému systému. Zlepšenie je ale zaplatené maximálne dvojnásobným zvýšením výpočtovej zložitosti algoritmu prijímača. Zároveň táto praktická metóda vyžaduje určité aproximácie, ktoré ju robia suboptimálnou - nadbytočnosť OFDM teda stále nie je využitá dokonale, čo znamená, že ešte existuje priestor pre ďalší výskum v tejto oblasti.

Pri implementácii simulácií bola vytvorená základná knižnica pre simulovanie činnosti OFDM a kódovanie a dekodovanie moderných LDPC kódov pre prostredie MatLab. Táto knižnica bude neskôr použitá v cvičeniach na katedre telekomunikácií, čím práca napĺňa svoj piaty cieľ. Pre výpočtovo najnáročnejší modul - dekódér LDPC kódov bola vytvorená

optimalizovaná nízkoúrovňová implementácia v jazyku C, s dôrazom na plne transparentnú interoperabilitu so simulačným prostredím MatLab. Simulačný výpočet bol ďalej rozdelený na čiastkové úlohy spracovávané paralelne na katedrových serveroch.

Čo sa týka možností praktického nasadenia, ako uvádza analýza v kapitole 8.10, naplňajúca posledný z cieľov práce, nová metóda nemusí v každom kontexte sama o sebe priniesť benefity. Za určitých podmienok, a najmä v synergii s ďalšími pokročilými technikami (26,76) môže ale prispieť k zväčšeniu dosahu bunkových systémov alebo k zlepšeniu parametrov existujúcich portabilných bezdrôtových pripojení.

## Použitá literatura

1. HUANG, X. Single-Scan Min-Sum Algorithms for Fast Decoding of LDPC Codes. In *IEEE Information Theory Workshop ITW '06*. Chengdu, Oct. 2006, pp. 140 -143.
2. BOUTILLON, E., GUILLOU, F., DANGER, J.  $\lambda$ -Min Decoding Algorithm of Regular and Irregular LDPC Codes. In *Proc. 3rd International Symposium on Turbo Codes & Related Topics*. France, Sep. 2003, pp. 451-454.
3. GALLAGER, R. Low-Density Parity-Check Codes. In *IEEE Transactions on Information Theory*, Jan. 1962, vol. 8, no. 1, pp. 21-28.
4. YOON, C. et al. Arbitrary Bit Generation and Correction Technique for Encoding QC-LDPC Codes with Dual-Diagonal Parity Structure. In *Proc. Wireless Communications and Networking Conference WCNC 2007*. Mar. 2007, pp. 662-666.
5. FOSSORIER, M., MIHALJEVIC, M., IMAI, H. Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation. In *IEEE Transactions on Communications*, May 1999, vol. 47, no.5, pp. 673-680.
6. KSCHISCHANG, F. Codes defined on graphs. In *IEEE Communication Magazine*, Aug. 2003, vol: 41, no. 8, pp. 118-125.
7. KSCHISCHANG, F., FREY, B., LOELIGER, H. Factor Graphs and the Sum-Product Algorithm. In *IEEE Transactions on Information Theory*, Feb. 2001, vol. 47, no. 2, pp. 498-519.
8. BRACK, T. et al. A synthesizable IP core for Wimax 802.16e LDPC code decoding. In *Proc. 17th Annual IEEE international Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communication PIMRC'06*. Sep. 2006, pp. 1-5.
9. KIENLE, F., BRACK, T., WEHN, N. A Synthesizable IP Core for DVB-S2 LDPC Code Decoding. In *Proc. Design, Automation and Test in Europe*, Mar. 2005, vol. 3, pp.100-105.
10. BRACK, T. et al. Low complexity LDPC code decoders for next generation standards. In *Proc. Design, Automation and Test in Europe DATE'07*, Apr. 2007, pp. 1-6.
11. YANG, S., KARKOOTI, M., CAVALLARO, J. High Throughput, Parallel, Scalable LDPC Encoder / Decoder Architecture for OFDM Systems. In *Proc. IEEE Workshop on Design, Applications, Integration and Software*, Dallas, Oct. 2006, pp. 39-42.
12. SEO, S. et al. Design and Analysis of LDPC Decoders for Software Defined Radio. In *Proc. IEEE Workshop on Signal Processing Systems*, Oct. 2007, pp. 210-215.
13. CAI, Z. et al. Efficient encoding of IEEE 802.11n LDPC codes. In *Electronic Letters*, Dec. 2006, vol. 42, no. 25, pp. 1471 – 1472.
14. 802.16e-2005 and IEEE Std 802.16-2004/Cor1-2005. IEEE Standard for Local and metropolitan area networks Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems Amendment 2: Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands and Corrigendum 1.[online]. New York : The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Feb. 2006. [cit: 2007-08-06]. Dostupné na internet: <<http://ieeexplore.ieee.org>>. ISBN 0-7381-4857-1.
15. WiMAX Forum, Mobile WiMAX — Part I: A Technical Overview and Performance Evaluation. [online]. 2006. [cit. 2007-03-04]. Dostupné na internete: <[http://www.wimaxforum.org/technology/downloads/Mobile\\_WiMAX\\_Part1\\_Overview\\_and\\_Performance.pdf](http://www.wimaxforum.org/technology/downloads/Mobile_WiMAX_Part1_Overview_and_Performance.pdf)>.
16. ETSI TR 102 376 V1.1.1 (2005). Digital Video Broadcasting (DVB) User guidelines for the second generation system for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2). [online]. Sophia Antipolis France : European Telecommunications Standards Institute, Feb. 2005. [cit. 2007-03-05]. Dostupné na internete: <<http://www.etsi.org>>.
17. OHRTMAN, F. *WiMAX Handbook: Building 802.16 Networks*. McGraw-Hill, 2005. ISBN 978-0071454018.
18. WON, H., IM, G. Iterative Cyclic Prefix Reconstruction and Channel Estimation for a STBC OFDM System. In *IEEE Communication Letters*, Apr. 2005, vol. 9, no. 4, pp. 307-309.
19. WANG, X., LIU, K. J. R. Adaptive Channel Estimation Using Cyclic Prefix in Multicarrier Modulation System. In *IEEE Communication Letters*, Oct. 1999, vol 3, no. 10, pp. 291-293.

20. DEVILLERS, B., LOUVEAUX, J., VANDENDORPE, L. Exploiting Cyclic Prefix for Performance Improvement in Single Carrier Systems. In Proc. *IEEE 7th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communication SPAWC'06*, July 2006, pp. 1-5.
21. YUAN, X. et al. Evolution Analysis of Low-Cost Iterative Equalization in Coded Linear Systems with Cyclic Prefixes. In *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Feb. 2008, vol. 26, no. 2, pp. 301-310.
22. WANG, X., LIU, K. J. R. Performance Analysis for Adaptive Channel Estimation Exploiting Cyclic Prefix in Multicarrier Modulation Systems. In *IEEE Transactions on Communications*, Jan. 2003, vol. 51, no. 1, pp. 94-105.
23. TARIGHAT, A., SAYED, A. H. An Optimum OFDM Receiver Exploiting Cyclic Prefix for Improved Data Estimation. In Proc. *IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing ICASSP'03*, Apr. 2003, pp. 217-220 vol. 4.
24. WANG, Z., GIANNAKIS, G. B. Complex-Field coding for OFDM Over Fading Wireless Channels. In *IEEE Transactions on Information Theory*, Mar. 2003, vol. 49, no. 3, pp. 707-720.
25. HÄRING, J., VINCK, A. J. H. Iterative decoding of Codes over Complex Numbers for Impulsive Noise Channels. In *IEEE Transactions on Information Theory*, May 2003, vol. 49, no. 5, pp. 1251-1260.
26. FARKAŠ, P. OFDM is an error control code. In *Journal of Electrical Engineering*, 2003, vol. 54, no. 11-12, pp. 327-328.
27. BAHAI, A.R.S., SALTZBERG, B.R., ERGEN. M. *Multi Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM*. New York : Springer, 2004. ISBN 0-387-22575-7.
28. ROBERTS, R. A., MULLIS, C. T. *Digital Signal Processing*. Reading : Addison-Wesley, 1987. ISBN 978-0201163506.
29. MOON, T. K. *Error Correction Coding – Mathematical methods and Algorithms*. New Jersey : Wiley, 2005. ISBN 978-0471648000.
30. FARKAŠ, P. *Kódovanie a modulácie*. Bratislava : Edičné stredisko STU, 1993. ISBN 80-227-0513-6.
31. VUCETIC, B., YUAN, J. *Turbo Codes: Principles and Applications*. Springer, 2000. ISBN 978-0792378686.
32. ONDRÁČEK, O. *Signály a systavy*. Bratislava : STU, 2003. ISBN 978-80-227-2956-7.
33. MADHOW, U. *Fundamentals of Digital Communication*. Cambridge University Press, 2008. ISBN 978-0521874144.
34. PROAKIS, J. G. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 1989. ISBN 978-0072321111.
35. ITU-R RECOMMENDATION M.1225: Guidelines For Evaluation Of Radio Transmission Technologies For IMT-2000. [online]. ITU, 1997, [cit: 2008-07-06] Dostupné na internete: <<http://www.itu.int/oth/R0A0E00000C/en>>.
36. ALAMOUTI, S. M. A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications. In *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Oct. 1998, vol. 16, no. 8, pp. 1451-1458.
37. *Long Term Evolution (LTE): an introduction*. [online]. Ericsson, Oct. 2007, [cit: 2008-03-02]. Dostupné na internete: < [http://www.ericsson.com/technology/whitepapers/lte\\_overview.pdf](http://www.ericsson.com/technology/whitepapers/lte_overview.pdf) >.
38. DAHLMAN, E. et al. The 3G Long-Term Evolution – Radio Interface Concepts and Performance Evaluation. In Proc. *Vehicular Technology Conference VTC 2006-Spring*. May 2006, pp. 137–141 vol. 1.
39. IEEE Std 802.11™-2007. IEEE Standard for Information technology — Telecommunications and information exchange between systems — Local and metropolitan area networks — Specific requirements Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. [online]. New York : The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Jun. 2007. [cit: 2008-08-06]. Dostupné na internete: <<http://ieeexplore.ieee.org>>. E-ISBN 0-7381-5656-6.
40. HAGENAUER, J., OFFER, E., PAPKE, L. Iterative decoding of Binary Block and Convolutional Codes. In *IEEE Transactions on Information Theory*, Mar. 1996, vol. 42, no. 2, pp. 429-445.
41. MOQVIST, P. *Serially concatenated systems: An iterative decoding approach with application to continuous phase modulation*. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, Dec. 1999. Dizertačná práca.

42. VALENTI, M.C., SUN, J. The UMTS Turbo Code and an Efficient Decoder Implementation Suitable for Software-Defined Radios. In *International Journal of Wireless Information Networks*. Oct. 2001, vol. 8, no. 4, pp. 203-215.
43. BURR, A. Turbo-codes: the ultimate error control codes?. In *Electronics & Communication Engineering Journal*, Aug. 2001, vol. 13, no. 4, pp. 155-165.
44. GRAY, R.M. Toeplitz and circulant matrices: A review. In *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, 2006, vol. 2, no. 3, pp. 155-239.
45. SHANNON, C.E. A Mathematical Theory of Communication. In *The Bell System Technical Journal*, 1948, vol. 27, pp. 279-423, 623-656.
46. IANCU, D. et al. Software Implementation of WiMAX on the Sandbridge SandBlaster Platform. In *Embedded Computer Systems: Architectures, Modeling, and Simulation*. Berlin : Springer, Jul. 2006, ISBN 978-3-540-36410-8, pp. 435-446.
47. DEBBAH, M. Short introduction to OFDM. [online]. 2002 [cit. 2007-04-02]. Dostupné na internete: <[www.supelec.fr/d2ri/flexibleradio/cours/ofdmtutorial.pdf](http://www.supelec.fr/d2ri/flexibleradio/cours/ofdmtutorial.pdf)>.
48. KELLNER, T., HANZO, L. Adaptive Multicarrier modulation: A convenient framework for time-frequency processing in wireless communications. In *Proceedings of the IEEE*, May 2000, vol. 88, no. 5, pp. 611-640.
49. LAWREY, E. *The suitability of OFDM as a modulation technique for wireless telecommunications, with a CDMA comparison*. [online]. James Cook University, Oct. 1997, Dostupné na internete: <[www.eng.jcu.edu.au/eric/thesis/Thesis.htm](http://www.eng.jcu.edu.au/eric/thesis/Thesis.htm)>. Diplomová práca.
50. CHOW, J.S. et al. A Discrete Multitone Transceiver System for HDSL Applications. In *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Aug. 1991, vol. 9, no. 6, pp. 895-908.
51. ZIEGLER, R.A., CIOFFI, J.M. Estimation of time-varying digital radio channels. In *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, May 1992, vol. 41, no. 2, pp. 134-151.
52. LI, Y., CIMINI, L. J. Jr., SOLLENBERGER, N. R. Robust channel estimation for OFDM systems with rapid dispersive fading channels. In *IEEE Transactions on Communications*, Jul.1998, vol. 46, no. 7, pp. 902-915.
53. TÜCHLER, M., KOETTER, R., SINGER, A.C. Turbo Equalization: Principles and New Results. In *IEEE Transactions on Communications*, May 2002, vol. 50, no. 5, pp. 754-767.
54. NELSON, J., SINGER, A., KOETTER, R. Linear turbo equalization for parallel ISI channels. In *IEEE Transactions on Communications*, Jun. 2003, vol. 51, no. 6, pp. 860- 864.
55. FLETCHER, P.N. Iterative decoding for reducing cyclic prefix requirement in OFDM modulation. In *Electronic Letters*, Mar. 2003, vol. 39, no. 6, pp. 539-541.
56. GOLUB, G.H., LOAN, C.F. van. *Matrix Computations*. The John Hopkins University Press, 1996. ISBN 978-0801854149.
57. HANZO, L., WEBB, W.T., KELLER, T. *Single- and Multi-carrier Quadrature Amplitude Modulation: Principles and Applications for Personal Communications, WLANs and Broadcasting*. Wiley, 2000. ISBN 978-0471492399
58. SALTZBERG, B. Performance of an Efficient Parallel Data Transmission System. In *IEEE Transactions on Communication Technology*, 1967, vol. 15, no. 6, pp. 805 - 811.
59. HIROSAKI, B. An Orthogonally Multiplexed QAM System Using the Discrete Fourier Transform. In *IEEE Transactions on Communications*, 1981, vol. 29, no. 7, pp. 982 - 989.
60. JONES, A.E., WILKINSON, T.A., BARTON, S.K. Block coding scheme for reduction of peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes. In *Electronics Letters*, 1994, vol. 30, no. 25, pp. 2098 - 2099.
61. SHEPHERD, S.J. et al. Simple coding scheme to reduce peak factor in QPSK multicarrier modulation. In *Electronics Letters*, 1995, vol. 31, no. 14, pp. 1131 - 1132.
62. WULICH, D. Reduction of peak to mean ratio of multicarrier modulation using cyclic coding. In *Electronics Letters*, 1996, vol. 32, no. 5, pp. 432 - 433.
63. WULICH, D. Peak factor in orthogonal multicarrier modulation with variable levels. In *Electronics Letters*, 1996, vol. 32, no. 20, pp. 1859 - 1861.

64. DANESHRAJ, B., CIMINI, L.J.Jr., CARLONI, M. Clustered-OFDM transmitter implementation. In *Proc. Seventh IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications PIMRC'96*. 1996, pp. 1064 - 1068 Vol.3.
65. WEINSTEIN, S., EBERT, P. Data Transmission by Frequency-Division Multiplexing Using the Discrete Fourier Transform. In *IEEE Transactions on Communication Technology*, 1971, vol. 19, no. 5, pp. 628 - 634.
66. MYUNG, H.G., LIM, J., GOODMAN, D.J. Single carrier FDMA for uplink wireless transmission. In *IEEE Vehicular Technology Magazine*, 2006, vol. 1, no. 3, pp. 30 - 38.
67. NIKOOKAR, H., PRASAD, R. On the sensitivity of multicarrier transmission over multipath channels to phase noise and frequency offset. In *Proc. 7th IEEE Conf. Personal Indoor and Mobile Radio Communications*. Taipei, Oct. 1996, pp. 68-72.
68. SARI, H., KARAM, G., JEANCLAUDE, I. Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting. In *IEEE Communications Magazine*, 1995, vol. 33, no. 2, pp. 100 - 109.
69. WARNER, W.D., LEUNG, C. OFDM/FM frame synchronization for mobile radio data communication. In *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 1993, vol. 42, no. 3, pp. 302 - 313.
70. BEEK, J.J.van de, SANDELL, M., BORJESSON, P.O. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems. In *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, vol. 45, no. 7, pp. 1800 - 1805.
71. KALEH, G.K. Channel equalization for block transmission systems. In *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 1995, vol. 13, no. 1, pp. 110 - 121.
72. BERROU, C., GLAVIEUX, A., THITIMAJSHIMA, P. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes. In *Proc. IEEE International Conference on Communications ICC 93*. Geneva, 1993, pp. 1064 - 1070 vol.2.
73. HALFHILL, T. Parallel processing with cuda. In *Microprocessor report*, 2008.
74. RFC 1144: Compressing TCP/IP Headers for Low-Speed Serial Links, (online) Internet Engineering Task FORCE, Feb.1990. (cit: 2007-04-06). Dostupné na internete: <<http://tools.ietf.org/html/rfc1144>>.
75. SUPERIORI, L., NEMETHOVA, O., KARNER, W., RUPP, M. Cross-Layer Detection of Visual Impairments in H.264/AVC Video Sequences streamed over UMTS Networks. In *Proc. International Workshop on Cross Layer Design IWCLD '07*. 2007, pp. 96 - 99.
76. BERBER, S.M. An automated method for BER characteristics measurement. In *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2004, vol. 53, no. 2, pp. 575 - 580.



## Zoznam publikovaných prác

1. PÁLENÍK, T. Matrix Modeling of OFDM Transmission. In Proc. of *ELITECH '08 : PhD Students Conference*. [CD-ROM]. 20 May 2008. Bratislava : STU v Bratislave FEI, ISBN 978-80-227-2878-2.
2. PÁLENÍK, T. Využitie redundancie v OFDM systéme. Písomná práca k Dizertačne skúške, KTL Bratislava, 2008.
3. PÁLENÍK, T. Decoding Convolutional Codes Using an LDPC Decoder. In Proc. of *Telecommunications and Signal Processing TSP-2008 : 31st International Conference*. 3.- 4. [CD-ROM]. September 2008. Parádfürdő - Brno : VUT v Brně, 2008, ISBN 978-963-06-5487-6.
4. PÁLENÍK, T. Alternative Decoding of RSC Based Turbo Codes. In Proc. of *RTT 2008 - Research in Telecommunication Technology : 9th International Conference*. 10.-12. September 2008. Vyhne - Bratislava : STU v Bratislave, 2008, ISBN 978-80-227-2939-0, s. 238-241
5. GLOSSNER, J., IANCU, D., MOUDGILL, M., JINTURKAR, S., NACER, G., STANLEY, A.I., YE, H., SCHULTE, M., SIMA, M., PÁLENÍK, T., FARKAŠ, P., TAKALA, J. Implementing Communications Systems on an SDR SoC. In Proc. *ICASSP 2008. IEEE International Conference on Acoustics, Speech & Signal Processing*. [CD-ROM]. April.2008, Piscataway : IEEE, Las Vegas, USA, ISBN 1/4244-1484-9.
6. PÁLENÍK, T., FARKAŠ, P. Exploiting Redundancy in an OFDM SDR Receiver, In *International Journal of Digital Multimedia Broadcasting*, May 2009, ISSN: 1687-7578, DOI:10.1155/2009/194148.
7. PÁLENÍK, T. Simulation of Coded Orthogonal Frequency Division Multiplexing. In: *RTT 2009. Research in Telecommunication Technology : 11th International Conference*. [CD-ROM]. Srby, Czech Republic, 2.-4.9.2009, Prague : CTU, ISBN 978-80-01-04410-0.
8. PÁLENÍK, T. Utilizing Parallelism in Simulation of a Communication System Using LDPC Codes. In Proc. *Telecommunications and Signal Processing TSP-2009 : 32nd International Conference*. [CD-ROM]. Dunakiliti, Hungary, 2009, ISBN 978-963-06-7716-5.