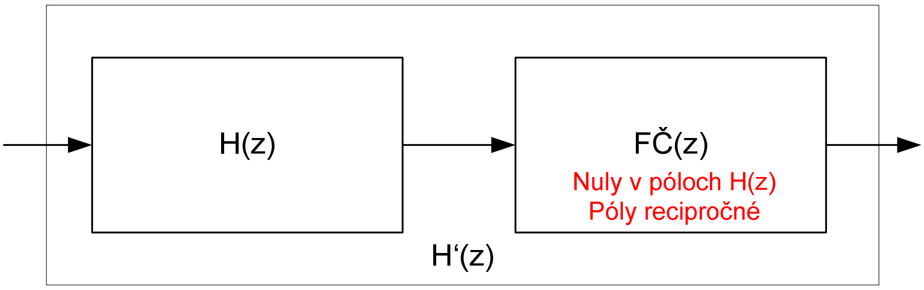
Metódy stabilizácie filtrov

Fázovacie články

Úvod do problematiky:

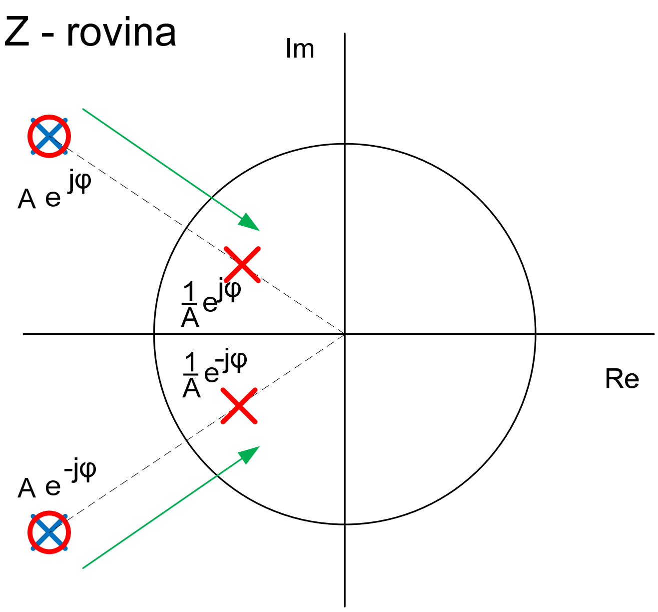
Celú odvodzovačku fázovacích článkov si môžete pozrieť v knihe, tu sa zameriame na praktické použitie. Pod fázovacím článkom si môžete predstaviť povedzme nejakú krabičku, ktorú keď pripojíte k inej nestabilnej krabičke, tak zrazu vám z pôvodnej nestabilnej sústavy začne vychádzať stabilná odozva. Dôležité je poznamenať, že **fázovacie články** majú **konštantnú amplitúdovú charakteristiku** $|\mathbf{H(z)}| = \mathbf{1}$ **a nejakú fázovú**.



Princíp:

Vychádza sa z predpokladu že komplexný koreň Zx **má magnitúdovú charakteristiku rovnakú ako komplexne združený koreň** $1/Zx^{*}$**.**

Funguje to tak, že **nestabilné póly** mimo jednotkovej kružnice sa **prekryjú odpovedajúcimi nulami**, tým sa ich vplyv vynuluje, a **nahradia sa** inými **pólmi ktoré sa nachádzajú vnútri kružnice**. Tieto náhradné póly sú **s prevrátenou hodnotou amplitúdy**. Snáď, obrázok netreba ďalej vysvetlovať.



Ale predsa len sa o to pokúsime :

Podľa definície zachovania magnitúdovej charakteristiky teda zoberieme koreň pólu, prevrátime ho a komplexne združíme, čo má za následok to, že exponent môžeme znovu prehodiť do čitateľa zmenou znamienka a máme tým pádom ten istý uhol len prevrátenú hodnotu amplitúdy. Keďže musíme mať reálnu charakteristiku, tak pokiaľ máme 1 komplexný pól, automaticky k nemu doplníme komplexne združený.

Čiže, „jednoducho“, fázovací článok má prenosovú funkciu, ktorá má nejaký nulový koreň a k nemu pólový koreň s prevrátenou amplitúdou.

Rovnaké magnitúdové charakteristiky majú korene : (* = komplex. združ.)

$$z = \frac{1}{z^*} \qquad\qquad A e^{j\varphi} = \frac{1}{A e^{-j\varphi}} = \frac{1}{A} e^{j\varphi}$$

Vo všeobecnosti sa aj v knihe uvádza prenosová funkcia fázovacích článkov nasledovne.

$$H_{FČ}(z) = \frac{z^{-1}+a_k}{1+z^{-1}a_k^*} \qquad \text{respektíve} \qquad H_{FČ}(z) = \frac{z^{-1}+a_k^*}{1+z^{-1}a_k}$$

Čo si však môžeme prepísať do nám známejšieho tvaru:

$$H_{FČ}(z) = \frac{z^{-1}+a_k}{1+z^{-1}a_k^*} = \frac{z^{-1}+\frac{1}{a_k}}{1+z^{-1}a_k^*} \qquad \textit{alebo inak} \quad \frac{1+a_k z^{-1}}{1+\frac{1}{a_k^*}z^{-1}}$$

Keď už vieme, ako bude vyzerať prenosová funkcia, čo s tým ďalej ? Jednoducho takouto funkciou vynásobíme nestabilnú sústavu a je stabilizované. Ako sme už spomínali, nulový koreň $H_{FČ}(z)$ je taký istý ako nestabilný pól z $H_n(z)$ a do menovateľa len prepíšeme tento koreň ako prevrátenú a komplexne združenú hodnotu.

$$H_s(z) = H_n(z) \cdot H_{FČ}(z)$$

$$H_s(z) = \prod_k \frac{1}{1+a_k z^{-1}} \cdot \prod_k \frac{1+a_k z^{-1}}{1+\frac{1}{a_k^*}z^{-1}}$$

Ako vidíte, tak nestabilné póly sa vykrátia s nulami a v menovateli ostanú iba stabilné póly. **Pričom sa nám zachováva tvar, nie však veľkosť amplitúdovej charakteristiky**. Na to aby sme zachovali aj veľkosť, je potrebné ešte **vynásobiť menovateľ absolútnou hodnotou koreňa**. Čiže v konečnom tvare :

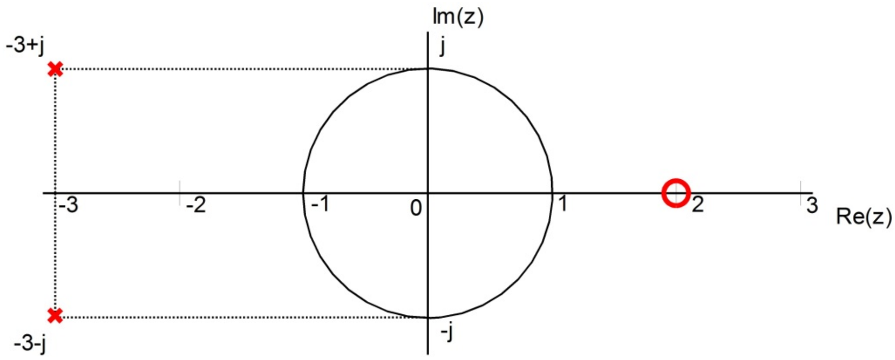
$$H_s(z) = H_n(z) \cdot \prod_k \frac{1+a_k z^{-1}}{\left(1+\frac{1}{a_k^*}z^{-1}\right) \cdot |a_k|}$$

Vlastnosti:

Táto metóda nám zachováva amplitúdovú charakteristiku (tvar, po úprave aj veľkosť) aj rád sústavy, čo je na jednej strane dobre, ale na strane druhej nemám žiadny priestor povedzme na kompresiu tak ako pri PLSI. Metóda sa logicky nepoužíva na póly na hranici stability = na jednotkovej kružnici (ani v blízkosti – zaokrúhľovanie = ohrozenie stability), pretože s takýmito pólmi sa logicky nič nestane a ostanú zase na jednotkovej kružnici. Tento problém rieši PLSI.

Ukážka riešeného príkladu:

Stabilizujte nasledujúcu sústavu pomocou fázovacích článkov.



Vidíme, že medzi koreňmi prenosovej funkcie $H(z)$ sú aj dva komplexne zružené póly, ktoré sa nachádzajú **mimo** vnútornej oblasti jednotkovej kružnice. Ak ste pozorne čítali predchádzajúcu teóriu, tak viete čo to znamená. Vy ste ju však pravdepodobne nečítali (veľké ospravedlnenie tým, ktorí tak urobili). Tak jednoducho: póly ležia mimo jednotkovej kružnice, to znamená, že sústava je nestabilná.

Predstavme si nasledujúci problém. Veľmi sa nám páči gitarový podmaz pesničky You are beautiful od speváka Jamesa Blunta. Najbežnejšou stratégiou o akú by sa väčšina **obyčajných** ľudí pokúšala pre získanie len gitarovej časti z pesničky je stratégia s názvom *googlenie.*Vy však nie ste obyčajní. Vy ste FEI-kári. Preto môžete navrhnúť jednoduchý dolnopriepustný filter s pásmom prepúšťania do 16 kHz. Tým úspešne odfiltrujete hlas (pre niektorých piskot) speváka. No a ak by Váš návrh filtra mal podobné rozloženie pólov, ako príklad zo zadania, tak by ste namiesto krásne znejúcej gitarky získali výstup v podobe neznesiteľného piskotu. Či radšej počúvať tento piskot, alebo spev pána Blunta, to je len na Vás ☺. Samozrejme, že to nesmiete brať celkom vážne, ale snažíme sa, aby Vám niekedy aj predmet typu Číslicové spracovanie signálov vyčaril úsmev na tvári. Takže, ideme stabilizovať!!!!!

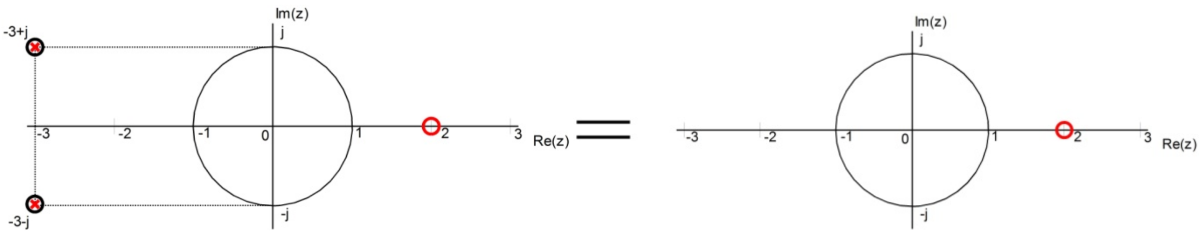
Prenosová funkcia zadanej nestabilnej sústavy:

$$H(z) = \frac{z-2}{(z+3-j)*(z+3+j)} = \frac{1-2*z^{-1}}{(1-(-3+j)*z^{-1})*(1-(-3-j)*z^{-1})}$$

Teraz potrebujeme zrušiť tie neposlušné póly, ktoré sú v menovateľi $H(z)$. Spravíme to veľmi jednoducho. Funkciu $H(z)$ prenasobíme nulami (rovnakými ako nestabilné póly). Tým sa nám navzájom vyrušia.

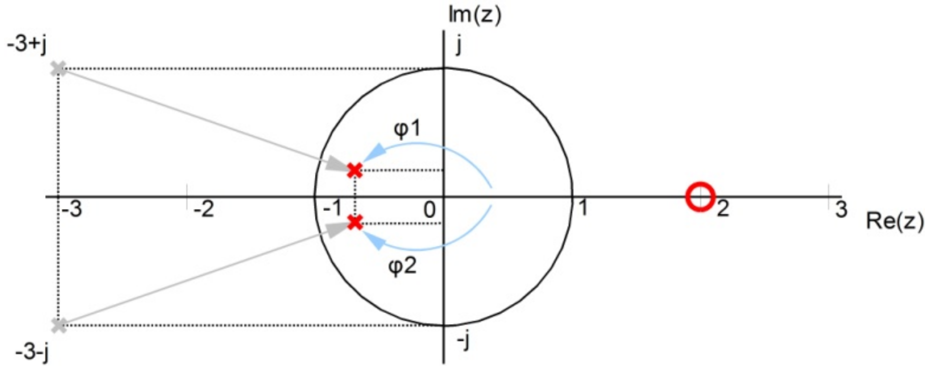
$$H(z) = \frac{1-2*z^{-1}}{(1-(-3+j)*z^{-1})*(1-(-3-j)*z^{-1})}*(1-(-3+j)*z^{-1})*(1-(-3-j)*z^{-1}) = 1-2*z^{-1}$$

Graficky:



Ďalej podľa teórie pridáme póly s prevrátenou hodnotou amplitúdy (pre lepšie znázornenie najprv obrázok):

Graficky:



Vidíme, že fáza nových pólov je nezmenená, mení sa len amplitúda na veľkosť: $1/p\hat{o}vodna\_amplit\acute{u}da$,

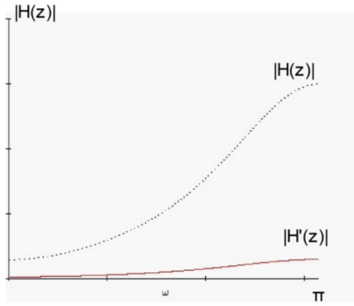
$$H(z) = (1 - 2 * z^{-1}) * \frac{1}{(1 - \frac{1}{|-3+j|} * e^{j*\varphi} * z^{-1}) * (1 - \frac{1}{|-3-j|} * e^{j*\varphi} * z^{-1})}$$

pričom $\varphi 1{,}2$ sú uhly, ktoré získame jednoduchým výpočtom $\varphi 1 = \pi - arctg\frac{1}{3}$, $\varphi 2 = \pi + arctg\frac{1}{3}$ (je to zrejmé z obrázku).

Teda po dosadení a vyrátaní dostaneme konečnú stabilizovanú funkciu

$$H'(z) = \frac{(1 - 2 * z^{-1})}{(1 - \frac{1}{\sqrt{10}} * e^{j*(\pi - arctg\frac{1}{3})} * z^{-1}) * (1 - \frac{1}{\sqrt{10}} * e^{j*(\pi + arctg\frac{1}{3}*\varphi)} * z^{-1})}$$

Teraz je sústava stabilná, zároveň **priebeh** amplitúdovej charakteristiky zostal zachovaný. Zámerne sme zvýraznili slovo priebeh. Priebeh sice zostal zachovaný, avšak **veľkosť** nie. Posledný krok, ktorý musíme vykonať je prenásobenie funkcie $H'(z)$ konštantou $\frac{1}{10}$. Konštantu sme získali jednoducho: $\frac{1}{\sqrt{10}} * \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{10}$. Čiže stačilo nám vzájomne prenásobiť veľkosti novovytvorených pólov.



Konečne sme teda získali **stabilnú** prenosovú funkciu s **rovnakou** amplitúdovou charakteristikou (akú mala nestabilná).

$$H(z) = \frac{1}{10} * \frac{(1 - 2 * z^{-1})}{(1 - \frac{1}{\sqrt{10}} * e^{j*(\pi - arctg\frac{1}{3})} * z^{-1}) * (1 - \frac{1}{\sqrt{10}} * e^{j*(\pi + arctg\frac{1}{3}*\varphi)} * z^{-1})}$$