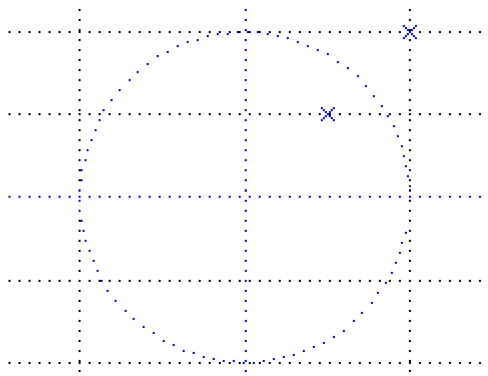
Fázovacie články

Metóda fázovacích článkov sa používa na stabilizáciu sústav, ktorých prenosová funkcia má póly mimo jednotkovej kružnice.



Obr. Póly prenosovej funkcie v z-rovine

Na obrázku vidíme dva póly. Jeden je mimo jednotkovej kružnice $p_{x1}=|a|\cdot e^{j\varphi}$ a druhý je ten, ktorým sa bude pól mimo jednotkovej kružnice nahrádzať $p_{x2}=\frac{1}{|a|}\cdot e^{j\varphi}$.

- zo vzťahu vyplýva, že čím je pól bližšie k jednotkovej kružnici zvonka, tým bližšie ku kružnici bude aj jeho náhrada zvnútra
- problém nastáva, ak sa pól nachádza na jednotkovej kružnici (toto rieši PLSI)

Pr. Zistite, či je daná sústava opísaná diferenčnou rovnicou stabilná, a ak nie je, tak ju pomocou metódy fázovacích článkov stabilizujte. $y(n)=x(n)+\frac{1}{4}x(n-2)+4y(n-1)-8y(n-2)$

Postup:

Postupov na zistenie stability sústavy je viacero, v tomto príklade budeme stabilitu zistovať delením čitateľa a menovateľa prenosovej funkcie.

$$y(n)=x(n)+\frac{1}{4}x(n-2)+4y(n-1)-8y(n-2)$$

1. $Y(z)=X(z)+\frac{1}{4}X(z)\cdot z^{-2}+4Y(z)\cdot z^{-1}-8Y(z)\cdot z^{-2}$
2. $Y(z)-4Y(z)\cdot z^{-1}+8Y(z)\cdot z^{-2}=X(z)+\frac{1}{4}X(z)\cdot z^{-2}$
3. $Y(z)\cdot\left[1-4z^{-1}+8z^{-2}\right]=X(z)\cdot\left[1+\frac{1}{4}z^{-2}\right]$
4. $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+\frac{1}{4}z^{-2}}{1-4z^{-1}+8z^{-2}}$

Delením čiteteľa a menovateľa prenosovej funkcie zistíme či je sústava stabilná. Polynómy si pred delením ešte upravíme vynásobením z^2

$$\frac{1+\frac{1}{4}z^{-2}}{1-4z^{-1}+8z^{-2}}\cdot\frac{z^2}{z^2}=\frac{z^2+\frac{1}{4}}{z^2-4z+8}$$

$$\left(z^2+\frac{1}{4}\right):\left(z^2-4z+8\right)=1-4z^{-1}\ldots$$

$$-\left(z^2-4z+8\right)$$

$$+4z+\frac{31}{4}$$

$$-\left(-4z+16-32z^{-1}\right)$$

Keď sa pri delení dostávame do štádia, že vo zvyškoch nám vznikajú záporné koeficienty, daná sústava je nestabilná a musíme ju stabilizovať.

Určíme korene polynómu, ktorý sa nachádza v menovateli prenosovej funkcie.

$$z^2-4z+8 \qquad D=(-4)^2-4\cdot1\cdot8=-16$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot8}}{2\cdot1}\quad\Rightarrow\quad x_1=2+2j$$

$$\Rightarrow\quad x_2=2-2j$$

Prevrátené hodnoty vypočítaných koreňov budú korene polynómu, ktorý nahradí pôvodný.

$$(2+2j)^{-1}=\frac{1}{2+2j}\cdot\frac{2-2j}{2-2j}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}j$$

$$(2-2j)^{-1}=\frac{1}{2-2j}\cdot\frac{2+2j}{2+2j}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}j$$

Vypočítané korene budú korenmi hľadaného polynómu:

$$\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}j+z^{-1}\right)\right]\cdot\left[\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}j+z^{-1}\right)\right]=$$

$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}j\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}j\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}j\right)z^{-1}+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}j\right)z^{-1}+z^{-2}=$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}z^{-1}+z^{-2}$$

Výsledná prenosová funkcia teda bude:

$$H(z)=\frac{1+\frac{1}{4}z^{-2}}{1-4z^{-1}+8z^{-2}}\cdot\frac{1-4z^{-1}+8z^{-2}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{2}z^{-1}+z^{-2}}=\frac{1+\frac{1}{4}z^{-2}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{2}z^{-1}+z^{-2}}$$