Homomorfné systémy

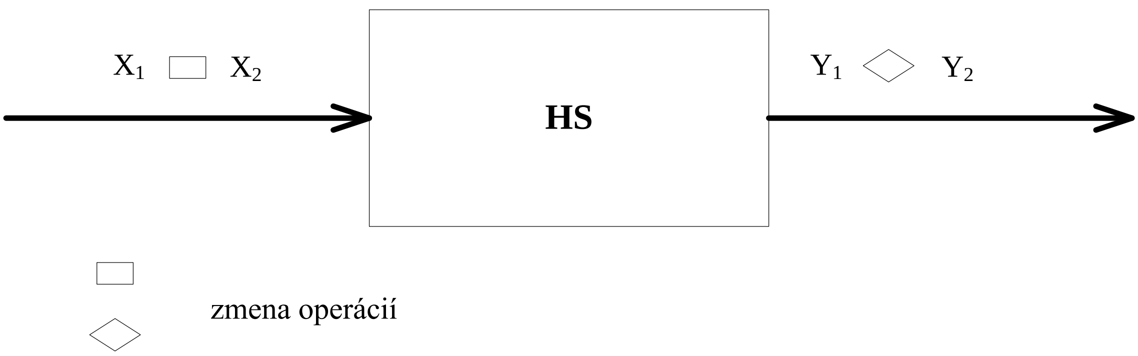
Homomorfizmus sa niekedy v lineárnej algebre nazýva morfismus. V podstate ide o zobrazenie z jednej algebrickej štruktúry do inej, rovnakého typu aby bola zachovaná dôležitosť štruktúry (algebrickej štruktúry).

Každý z typov algebrickej štruktúry má v sebe určitý typ homomorfizmu. Všeobecne je homomorfizmus zobrazenie $\phi : A \longrightarrow B$ t.j medzi dvoma algebrickými štruktúrami rovnakého typu tak, že pre každú definovanú operáciu f a pre všetky x_i v A platí:

$$\phi(f_A(x_1, \ldots, x_n)) = f_B(\phi(x_1), \ldots, \phi(x_n))$$

Homomorfné systémy sú nelineárne systémy, preto pri nich neplatí princíp superpozície a proporcionality tak ako to je pri lineárnych systémoch.

Vo všeobecnosti homomorfné systémy menia typ operácií.



Obr. č. 1 Intuitívna schéma zmeny operácie v homomorfnom systéme

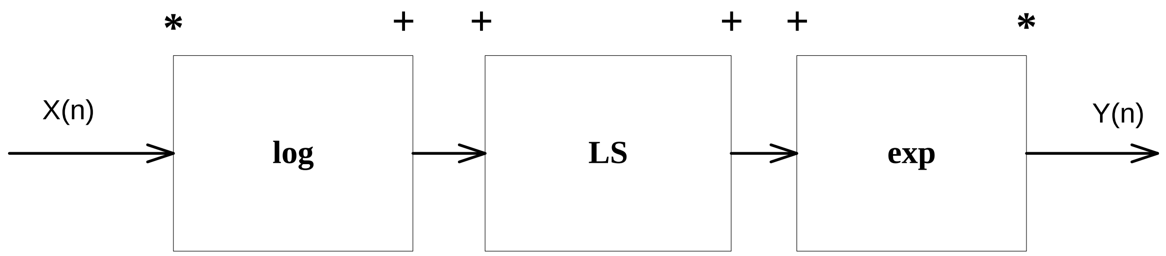
Homomorfné systémy delíme na dve veľké skupiny význačné pre spracovanie obrazu resp. reči.

Na spracovanie obrazu sa používajú multiplikatívne homomorfné systémy.

Pri spracovaní reči sú význačné systémy s názvom konvolutórne homomorfné systémy.

Multiplikatívne homomorfné systémy

Tieto systémy sa používajú na homomorfnú filtráciu. Nasledovný obrázok nám primitívne ukazuje aké operácie je potrebné vykonať aby sme z nášho vstupného signálu nazvaného x(n), dostali požadovaný výstupný signál y(n).



Obr. č. 2 Model multiplikatívneho homomorfného systému

V nasledujúcom texte, si jednotlivé bloky podrobne rozoberieme na praktickom príklade.

Predpokladajme, obraz so širokým dynamickým rozsahom hodnôt (napríklad scenéria zachytená počas slnečného dňa) zaznamenaný na médium s malým dynamickým rozsahom (napríklad film alebo papier), kontrast obrazu je značne znížený, a to hlavne v tmavých a jasných oblastiach. Jednou z možností, ako vylepšiť obraz, je znížiť jeho dynamický rozsah a lokálne zvýšiť prioritu kontrastu, čo umožní záznam na médium s malým dynamickým rozsahom.
V našom prípade zníženie dynamického rozsahu a zvýšenie lokálneho kontrastu môžeme využiť na modeli obrazu, kde je výsledný jas $x(n1,n2)$ vyjadrený ako súčin dvoch jasových zložiek:
$x(n1, n2)= i(n1 , n2) * r(n1, n2)$, kde $i(n1, n2)$ reprezentuje osvetlenie objektu zdrojom svetla (illumination) a $r(n1, n2)$ reprezentuje svetlo odrazené od objektu (reflectance). Osvetlenie $i(n1, n2)$ môžeme považovať za dominantného prispievateľa k dynamickému rozsahu obrazu. Predpokladáme, že svetlo dopadajúce zo zdroja na scénu sa nemení, alebo sa mení len veľmi pomaly. Odrazené svetlo od scény, resp. od jednotlivých objektov, $r(n1, n2)$ budeme považovať za primárneho prispievateľa k lokálnemu kontrastu – na
rozhraniach medzi odlišnými objektmi dochádza k skokovým zmenám v hodnote jasu. Použitím operácie logaritmu sa súčin obrazových zložiek $i\ (n1, n2)$ a $r(n1, n2)$ zmení na súčet:
$\log x(n1 , n2) = \log (i(n1, n2)) + \log (r(n1, n2))$.
Takýto tvar rovnice nám umožňuje pracovať s jednotlivými zložkami jasu samostatne. Ak predpokladáme, že zložka $\log (i(n1 , n2))$ sa mení pomaly, t.j. je v spektre reprezentovaná nízkymi frekvenciami, potom použitím DP filtra na rovnicu $\log x(n1 , n2) = \log (i(n1, n2)) + \log (r(n1, n2))$ získame $\log (i(n1 , n2))$. Obdobne použitím HP filtra na rovnicu $\log x(n1 , n2) = \log (i(n1, n2)) + \log (r(n1, n2))$ oddelíme zložku $\log (r\ (n1, n2))$, ktorá sa mení rýchlo, teda zodpovedá vysokofrekvenčným zložkám spektra. Akonáhle sú $\log (i(n1 , n2)$ a $\log (r\ (n1, n2))$ čo najpresnejšie oddelené, utlmením iluminačnej zložky $\log (i(n1 , n2)$ dosiahneme zníženie dynamického rozsahu a zvýraznením reflektančnej zložky $\log (r\ (n1, n2))$ zase zvýšenie lokálneho kontrastu. Upravené logaritmické signály sčítame. Tým získame logaritmus súčinu (súčet logaritmov) spracovaných obrazových zložiek. Potrebujeme sa zbaviť logaritmu. Použijeme inverznú operáciu k operácii logaritmu a tou je exponenciálna funkcia.

Tým sa vrátime späť do oblasti intenzity jasu obrazu. Teda celý tento proces môžeme zhrnúť do jednej vety: logaritmická operácia transformuje násobenie na sčítanie, lineárna operácia vykonáva oddelenie a spracovanie súčtových zložiek a exponenciálna operácia vráti spracovaný signál späť do pôvodnej oblasti. Ďalším dôležitým poznatkom je fakt, že uplatnenie filtrácie
v logaritmickej oblasti má svoje opodstatnenie aj z hľadiska periférnej časti ľudského vizuálneho systému, ktorý intenzitu jasu obrazu vníma logaritmicky modifikovanú. Teda oblasť logaritmu intenzity je v podstate ľudskému vizuálnemu systému bližšia ako lineárna oblasť intenzity.

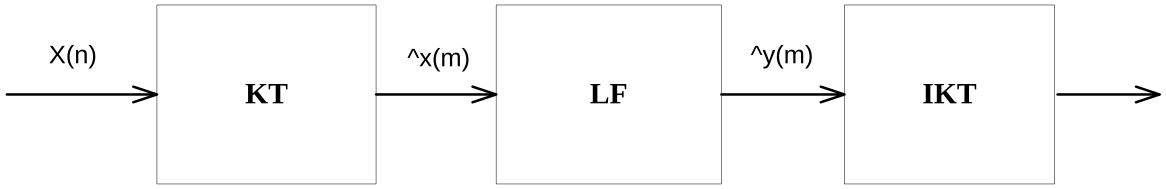
Výsledkom môže byť napríklad zvýšenie jasu zosnímaného obrázku, ako to je znázornené nižšie.

a) pôvodný obraz

b) modifikovaný obraz

Konvolutórne homomorfné systémy

Ďalším významným druhom z rodiny homomorfných systémov sú konvolutórne homomorfné systémy. Tieto systémy sa v značnej miere používajú pri filtrácii reči. Sú charakteristické tým, že ich vnútorná štruktúra, ktorá je principiálne daná kanonickým modelom, sa pre určitú skupinu úloh ďalej konkretizuje a modifikuje už iba v lineárnej časti sústavy. Tento kánonický model signálu nám umožňuje rozdeliť signál na viacero častí a tým ho riešiť lineárne. Použitie tohto systému má nesporné výhody pri identifikácii systému, pretože HP alebo DP filtrom dokážem potlačiť tú zložku signálu, ktorá predstavuje užitočný signál a dostať len zložku ktorá predstavuje impulzovú charakteristiku systému, resp. opačne. Jednou zo základných oblastí použitia HMF je dekonvolúciu rečového signálu, ktorej cieľom je oddelenie charakteristík budenia od charakteristík vokálového traktu. Vzhľadom na efektívnosť tejto metódy, HMF sa postupne stali jedným z hlavných nástrojov spektrálnej analýzy rečového signálu, pomocou ktorého vieme získať súbor parametrov, reprezentujúcich spektrálnu obálku. Tieto parametre sa nazývajú kepstrálne koeficienty a sú výsledkom tzv. kepstrálnej transformácie (KT), ktorá je charakteristickou transformáciou HMF, tak ako to je na obrázku č. 3.



Obr. č. 3 Kánonický model homomorfného filtra

Z hľadiska cieľa homomorfnej dekonvolúcie sa pri návrhu HMF hlavná pozornosť sústreďuje na návrh jeho charakteristickej, v tomto prípade kepstrálnej transformácie. Základnou požadovanou vlastnosťou KT je schopnosť transformovať konvolúciu na všeobecnú operáciu “#”, umožňujúcu oddelenie signálových zložiek lineárnym filtrom (LF).

13. 12. 2010 Libor Gasper