PLSI

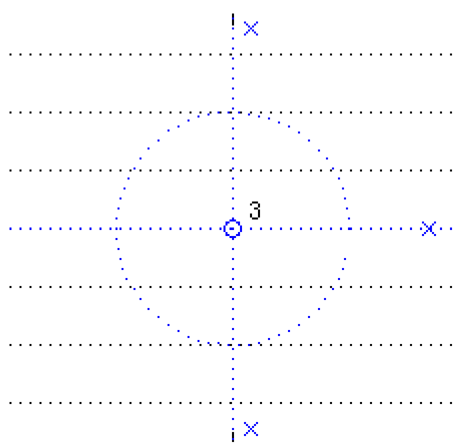
Metóda stabilizácie sústavy pomocou algoritmu PLSI najmenších štvorcov.

- s výhodou sa používa najmä, ak sa póly prenosovej funkcie nachádzajú na jednotkovej kružnici a jej blízkosti.

Máme zadanú prenosovú funkciu, ktorej póly ležia mimo jednotkovej kružnice. V menovateli tejto prenos. funkcie sa nachádza polynóm, ktorý nahradíme aproximáciou inverzného polynómu k pôvodnému.

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{k=0}^{N} a_k \cdot z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N} b_k \cdot z^{-k}}=\frac{a_0+a_1 z^{-1}+a_2 z^{-2}+...+a_N z^{-N}}{1+b_1 z^{-1}+b_2 z^{-2}+...+b_N z^{-N}}$$

Pr. $H(z)=\dfrac{1}{1-2\cdot z^{-1}+3{,}5\cdot z^{-2}-5\cdot z^{-3}}$



Obr. Rozloženie núl a pólov v z-rovine

Nakoľko má prenosová funkcia póly mimo jednotkovej kružnice, musíme polynóm v jej menovateli $B(z^{-1})=1-2\cdot z^{-1}+3{,}5\cdot z^{-2}-5\cdot z^{-3}$ nahradiť. Nahrádzať ho budeme polynómom, ktorý aproximuje inverzný polynóm k polynómu $B(z^{-1})$.

Postup nahradenia spočíva v dvojnásobnom invertovaní nestabilného polynómu menovateľa prenosovej funkcie.

Postup:

Nahrádzaný polynóm -> $B(z^{-1})=1-2\cdot z^{-1}+3{,}5\cdot z^{-2}-5\cdot z^{-3}$

Hľadáme planárny polynóm $A(z^{-1})$ k polynómu $B(z^{-1})$.

Polynóm $A(z^{-1})$ bude v tvare $A(z^{-1})=\sum_{k=0}^{m} a_k z^{-k}$ kde m je stupeň tohto polynómu (jeho hodnota je závislá od požadovanej presnosti, akú má aproximovaný polynóm spĺňať).

Nazačiatok musíme vypočítať hodnoty koeficinetov q_i.

$$q_i=\sum_{k=0}^{n} b_{i+k}\cdot b_k \qquad \text{počet koeficientov je } i=0,1\ldots m$$

Koeficienty b_k sú koeficienty polynómu $B(z^{-1})$, v našom prípade:

$$b_0=1 \quad b_1=-2 \quad b_2=3{,}5 \quad b_3=-5$$

$$q_0=b_0^2+b_1^2+b_2^2+b_3^2$$
$$q_1=b_1 b_0+b_2 b_1+b_3 b_2$$
$$q_2=b_2 b_0+b_3 b_1$$

$$q_0=1^2+(-2)^2+3{,}5^2-5^2=\mathbf{42{,}25}$$
$$q_1=(-2)\cdot 1+3{,}5\cdot(-2)+(-5)\cdot 3{,}5=\mathbf{-26{,}5}$$
$$q_2=3{,}5\cdot 1+(-5)\cdot(-2)=\mathbf{13{,}5}$$

Vypočítané koeficienty zapíšeme do matice tvaru:

- na diagonálach musia byť tie isté koeficinety

$$\begin{vmatrix} q_0 & q_1 & q_2 \\ q_1 & q_0 & q_1 \\ q_2 & q_1 & q_0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{vmatrix} 42{,}25 & -26{,}5 & 13{,}5 \\ -26{,}5 & 42{,}25 & -26{,}5 \\ 13{,}5 & -26{,}5 & 42{,}25 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Z matice vypočítame koeficienty a_0, a_1, a_2:

$$a_0=0{,}0396 \quad a_1=0{,}0279 \quad a_2=0{,}0048$$

Tieto koeficientu sú koeficientami planárneho polynómu k polynómu $B(z^{-1})$

$$A(z^{-1})=0{,}0396+0{,}0279\,z^{-1}+0{,}0048\,z^{-2}$$

Celý proces musíme ešte zopakovať, aby sme dostali výsledný polynóm.

$$a_0 = 0{,}0396 \qquad a_1 = 0{,}0279 \qquad a_2 = 0{,}0048$$

$$q_0 = a_0^2 + a_1^2 + a_2^2$$
$$q_1 = a_1 a_0 + a_2 a_1$$
$$q_2 = a_2 a_0$$

$$q_0 = 0{,}0396^2 + 0{,}0279^2 + 0{,}0048^2 = \mathbf{0{,}0024}$$
$$q_1 = 0{,}0279 \cdot 0{,}0396 + 0{,}0048 \cdot 0{,}0279 = \mathbf{0{,}0012}$$
$$q_2 = 0{,}0048 \cdot 0{,}0396 = \mathbf{0.00019}$$

Vypočítané koeficienty opäť zapíšeme do matice tvaru:

$$\begin{vmatrix} q_0 & q_1 & q_2 \\ q_1 & q_0 & q_1 \\ q_2 & q_1 & q_0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \rightarrow \quad \begin{vmatrix} 0{,}0024 & 0{,}0012 & 0{,}00019 \\ 0{,}0012 & 0{,}0024 & 0{,}0012 \\ 0{,}00019 & 0{,}0012 & 0{,}0024 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0{,}0396 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Z matice vypočítame koeficienty c_0, c_1, c_2:

$$c_0 = 23{,}2039 \qquad c_1 = -14{,}2446 \qquad c_2 = 5{,}2853$$

Tieto koeficientu sú koeficientami výsledného hľadaného polynómu:

$$C(z^{-1}) = 23{,}2039 - 14{,}2446\, z^{-1} + 5{,}2853\, z^{-2}$$