

Martin Rudolf
13. 12. 2010

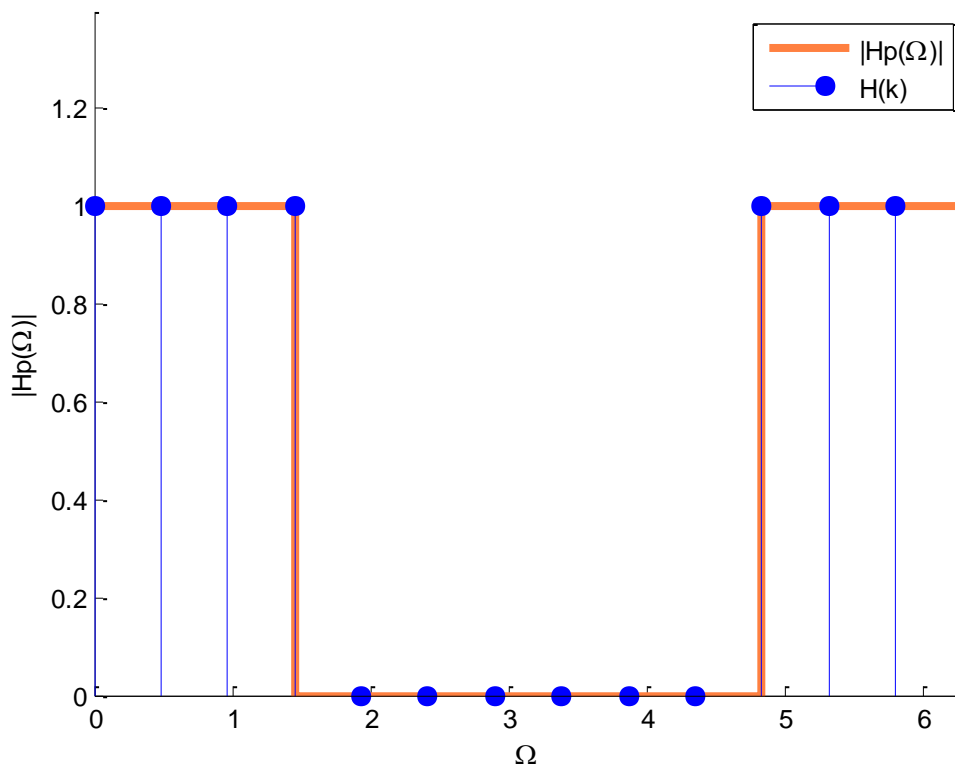
Návrh FIR filtrov metódou frekvenčného vzorkovania

Metóda frekvenčného vzorkovania je založená na princípe inverzného postupu k analýze FIR filtrov. Je to jednoduchá technika návrhu FIR filtra, pričom máme danú jeho ideálnu požadovanú frekvenčnú charakteristiku $H_p(\Omega)$ na základe ktorej navrhujeme filter, ktorý aproximuje vlastnosti požadovaného filtra.

Postup návrhu spočíva z týchto základných bodov:

- Navzorkovanie požadovanej magnitúdovej frekvenčnej charakteristiky:
 $|H_p(\Omega)| \rightarrow H(k)$
- Spätná diskretná Fourierová transformácia (IDFT): $H(k) \rightarrow h'(n)$
- Preusporiadanie vzoriek $h'(n)$ tak, aby vznikla symetrická impulz. charakteristika $h(n)$
- Z Transformácia (ZT): $h(n) \rightarrow H(z) \rightarrow H(e^{j\Omega}) \rightarrow H(\Omega)$

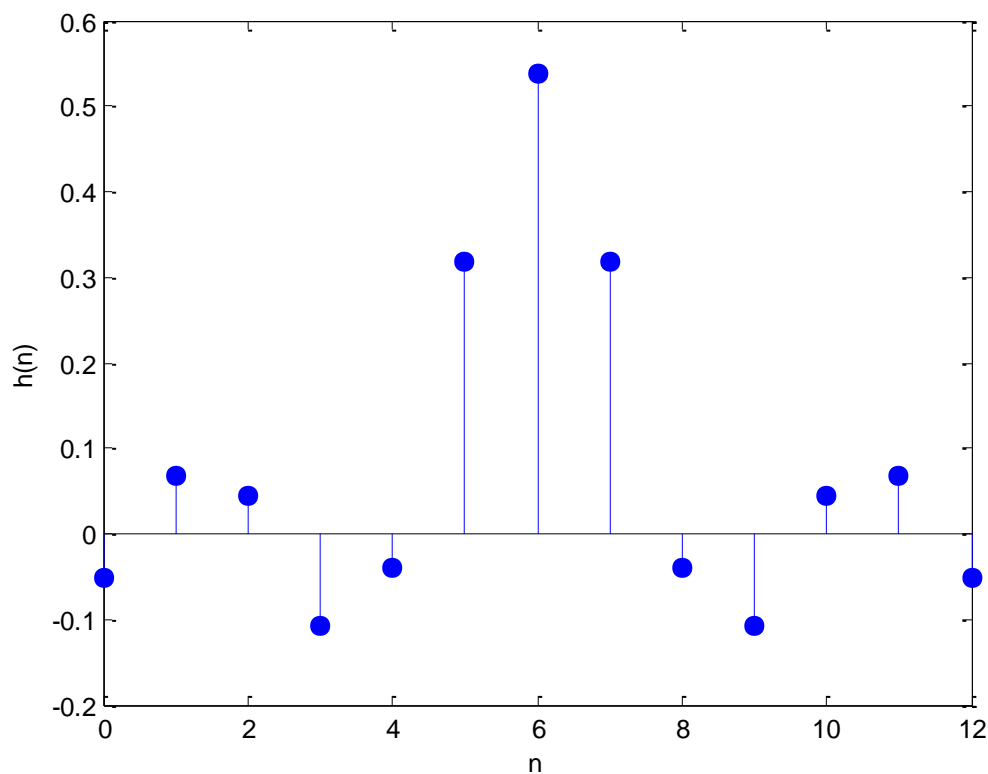
V prvom kroku vzorkujeme požadovanú magnitúdovú frekvenčnú charakteristiku $|H_p(\Omega)|$ v rovnomerných odstupoch, pričom začíname v jednosmernej zložke. Od počtu vzoriek samozrejme závisí kvalita filtra. Čím viac vzoriek zoberieme, tým kvalitnejší bude daný filter. Na druhej strane priveľký počet vzoriek zvyšuje zložitosť realizácie filtra (filter bude drahší). Je preto potrebné nájsť správny pomer medzi kvalitou a cenou filtra.



Z takto navzorkovanej charakteristiky získame inverznou diskretnou Fourierovou transformáciou impulzovú charakteristiku filtra $h'(n)$. Pre tento jednoduchý prípad sme použili 13 vzoriek.

$$h'(n) = \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Takto vypočítaná impulzová charakteristika je zatiaľ nesymetrická. My však chceme, aby výsledný FIR filter mal lineárnu fázovú charakteristiku, preto musíme vzorky $h'(n)$ preusporiadať tak, aby výsledná impulzová charakteristika bola symetrická. V tomto prípade zoberieme posledných 6 vzoriek charakteristiky $h'(n)$ a vložíme ich pred prvých 7 vzoriek. Upravená impulzová charakteristika $h(n)$ je znázornená na obrázku nižšie.

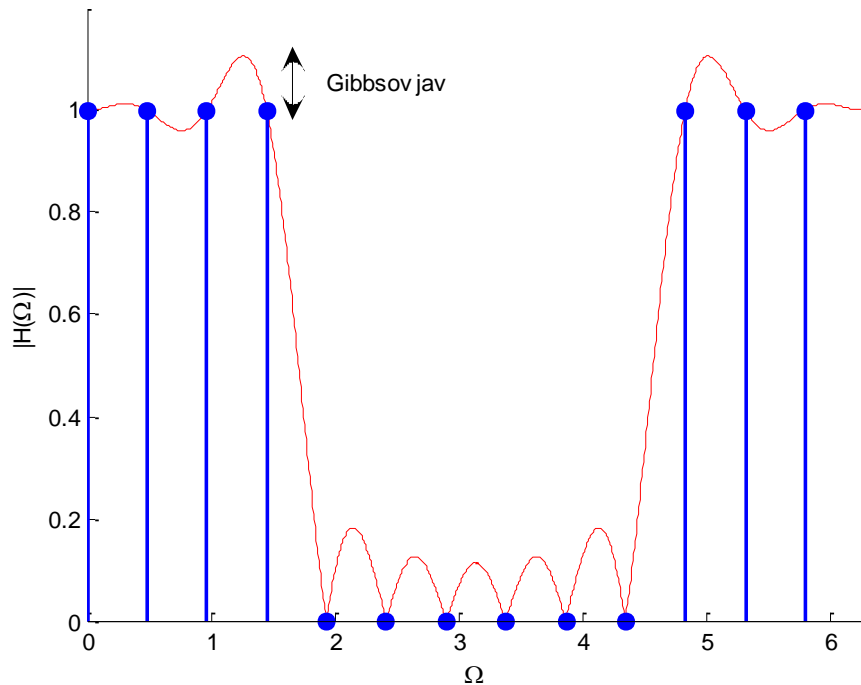


Z výslednej impulzovej charakteristiky $h(n)$ dostaneme za pomoci Z Transformácie aproximovanú frekvenčnú charakteristiku $H(z)$.

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

Odtiaľ po dosadení $e^{j\Omega}$ za z , získame výsledné $H(\Omega)$. Výsledná frekvenčná charakteristika bude pôvodnú frekvenčnú charakteristiku len aproximovať.

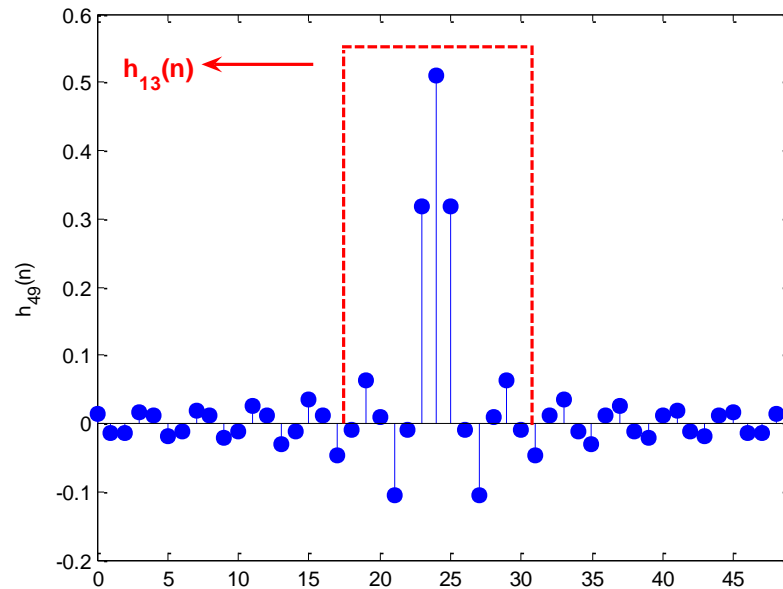
Skutočná magnitúdová frekvenčná charakteristika sa s ideálnou charakteristikou zhoduje len v N diskrétnych bodoch. Najväčší rozdiel medzi nimi je v oblasti prechodu medzi pásmom prepúšťania a tlmenia. Tento rozdiel sa označuje ako Gibbsov jav.



Nežiadúce zvlnenie magnitúdovej frekvenčnej charakteristiky je možné čiastočne potlačiť. Môžeme to doceliť zhusteným vzorkovaním ideálnej magnitúdovej frekvenčnej charakteristiky. Výsledná impulzová odpoveď bude samozrejme obsahovať väčší počet vzoriek, no my z nej vyberieme len určitú časť (Metóda frekvenčného vzorkovania s oknovou funkciou).

Impulzovú charakteristiku môžeme skrátiť pomocou vhodnej oknovej funkcie na dĺžku, ktorá počtom vzoriek vyhovuje náročnosti realizácie daného filtra. Oknovú funkciu je potrebné umiestniť okolo stredu impulzovej charakteristiky, čím sa zabezpečí jej symetria. Ak je totiž $h(n)$ symetrická, tak je fázová charakteristika FIR filtra lineárna. Takto upravenú impulzovú charakteristiku je potrebné umiestniť do bodu $n=0$ aby bola zachovaná kauzalita. Tento posun má za následok len oneskorenie výstupného signálu za vstupným.

Na tomto obrázku je znázornená impulzová charakteristika $h_{49}(n)$ s počtom vzoriek 49. Z nej vyberieme stredných 13 vzoriek $h_{13}(n)$, čiže rovnaký počet ako v predchádzajúcom prípade.



Výsledná magnitúdová frekvenčná charakteristika z takto získanej impulzovej charakteristiky $h_{13}(n)$ je však menej vlnitá a teda aj Gibbov jav je menší. Znázorňuje to aj nižšie uvedený obrázok, na ktorom sú porovnané magnitúdové frekvenčné charakteristiky z oboch prípadov.

