Metódy návrhu FIR filtrov

Metóda frekvenčného vzorkovania

Pôvodný návrh integrálnou formou:

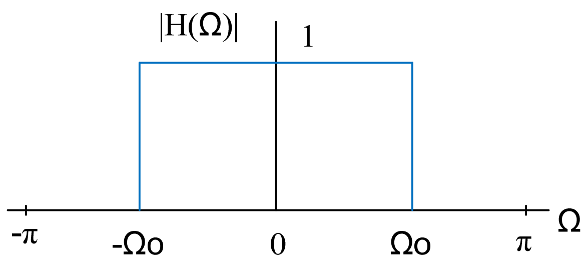
Návrh metódou skusmo môže byť pre niekoho zábavný, no obyčajne je to nepraktické. Ak už nič iné, tak aspoň z toho dôvodu, že nevieme presne určiť hranice pásma prepúšťania a tlmenia. Táto ďalšia metóda je založená na inverznom postupe analýzy filtrov, kde sa snažíme dopracovať k prenosovej funkcii. V tomto prípade **prenosovú funkciu poznáme**, a snažíme sa zistiť ako bude vyzerať impulzová charakteristika. Počítame pomocou Furierovej transformácie.

Poznáme H(Ω) : FT: $H(\Omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) \cdot e^{-j2\pi\Omega k}$

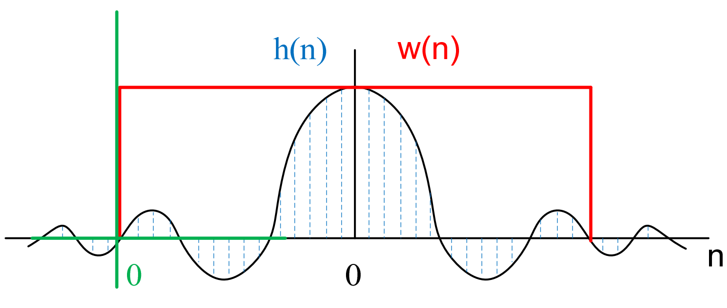
impulzovú ch. môžeme spočítať pomocou vzťahu:

$$IFT: \qquad h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(\Omega) \cdot e^{j\Omega n} d\Omega$$

Ukážme si to na príklade:



$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\Omega_0}^{\Omega_0} 1 \cdot e^{j\Omega n} d\Omega \quad => \quad \frac{\Omega_0}{\pi} \cdot si(n\Omega_0)$$



Vidíme, že impulzová odpoveď je diskrétna h(n), nekonečná a nekauzálna. Takúto sústavu nevieme realizovať, ale vieme vybrať tie najväčšie vzorky – prenásobením h(n) vhodnou **oknovou funkciou w(n)** (v tomto prípade pravouhlým oknom), a zároveň sa tým zbavíme nepríjemnej nekonečnosti, a posunom vzniknutej funkcie do začiatku súradnicovej sústavy taktiež zabezpečíme kauzalitu.

Metóda frekvenčného vzorkovania

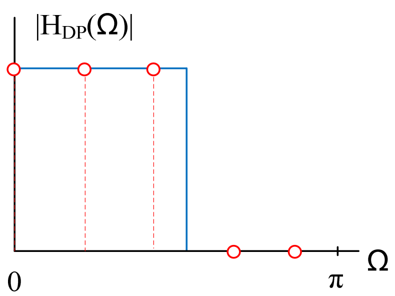
Keďže človek je tvor lenivý a nechce sa mu rátať integrály, tak vymyslime niečo, čím integrály môžeme obísť. Čo tak nahradiť integrály sumami ? To je už podstatne jednoduchšie a dosiahneme to tým, že zadanú **prenosovú funkciu** nebudeme brať ako spojitú, ale si ju **navzorkujeme**. Potom nám nič nebráni miesto FT a IFT použiť **DFT a IDFT** (pre tých najpohodlnejších lenivcov FFT a IFFT).

Algoritmus:

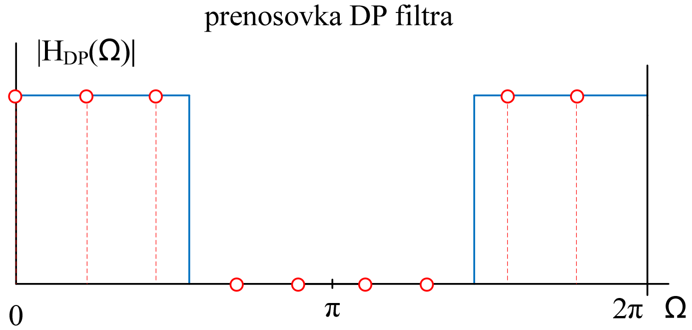
- Navzorkujeme prenosovú funkciu H(Ω) (**rozsah 0 - 2π !!!**)
- Z navzorkovaného H(k) pomocou IDFT → h(n)
- Preusporiadanie h(n) (symetrickosť = lin.f.ch)
- Z-transformáciou môžeme vyjadriť novú H(z) resp. DFT priamo H(Ω)

Pri vzorkovaní prenosovky je dôležité pamätať na to, aby vzorky pokrývali rozsah 2π, pretože potom sa prenosovka opakuje. Nestačí brať od 0 po π, je to len hranica zrkadlenia, nie opakovania a pri počítaní h(n) by ste zošaleli z komplexných hodnôt, ktoré sú mimochodom nerealizovateľné. Ak máte zadané, že máte použiť 5 vzoriek, tak ich rozmiestnite po 2π. Ak by došlo k najhoršiemu a na písomke ich dáte len po π, v tom prípade musíte pridať dalšie vzorky od π po 2π, aby ste sa aspoň obhájili pred vyučújúcimi, že ste celkom nepochopili zadanie. Dôležité je len to aby to bolo na celom rozsahu opakovania prenosovej charakteristiky. Teoreticky môžete vzorkovať aj od –π do π.

Nesprávne navzorkovaná prenosovka DP filtra



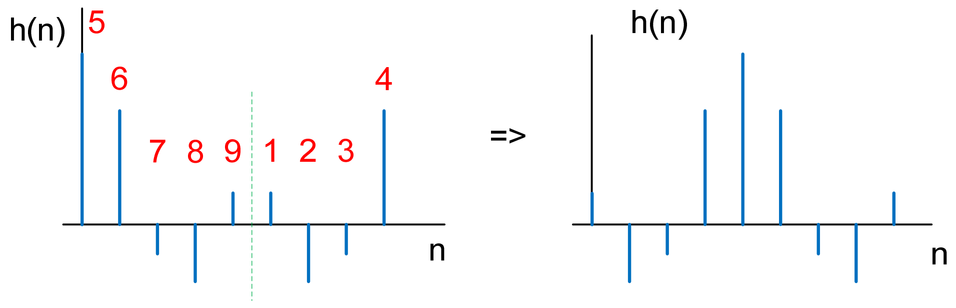
Správne navzorkovaná prenosovka DP filtra



Takto navzorkovanú $H_{DP}(k)$ teraz prevedieme do časovej oblasti pomocou IDFT, resp. IFFT. Dostaneme v podstate nekonečnú impulzovú odpoveď. Ako sa už spomínalo vyššie nekonečnosť nám ešte stále aj vo svete supertechnológii a cestovania časom robí trošku problémy, preto ju treba upraviť.

Pre laikov:

Zoberieme len N vzoriek, ktoré sme dostali z IFFT a správne preusporiadame tak aby sme dostali peknú symetrickú charakteristiku (čiže pri **nepárnom N**, nultú zložku sa snažíme dostať do stredu. Pri **párnom N**, napr. 8, po preusporiadaní je jedno, či nultá bude na 4 alebo 5 mieste). To má za následok konečnú, kauzálnu sústavu s lineárnou fázovou charakteristikou, ktorú sa snažíme dosiahnuť kvôli neskreslenému prenosu.

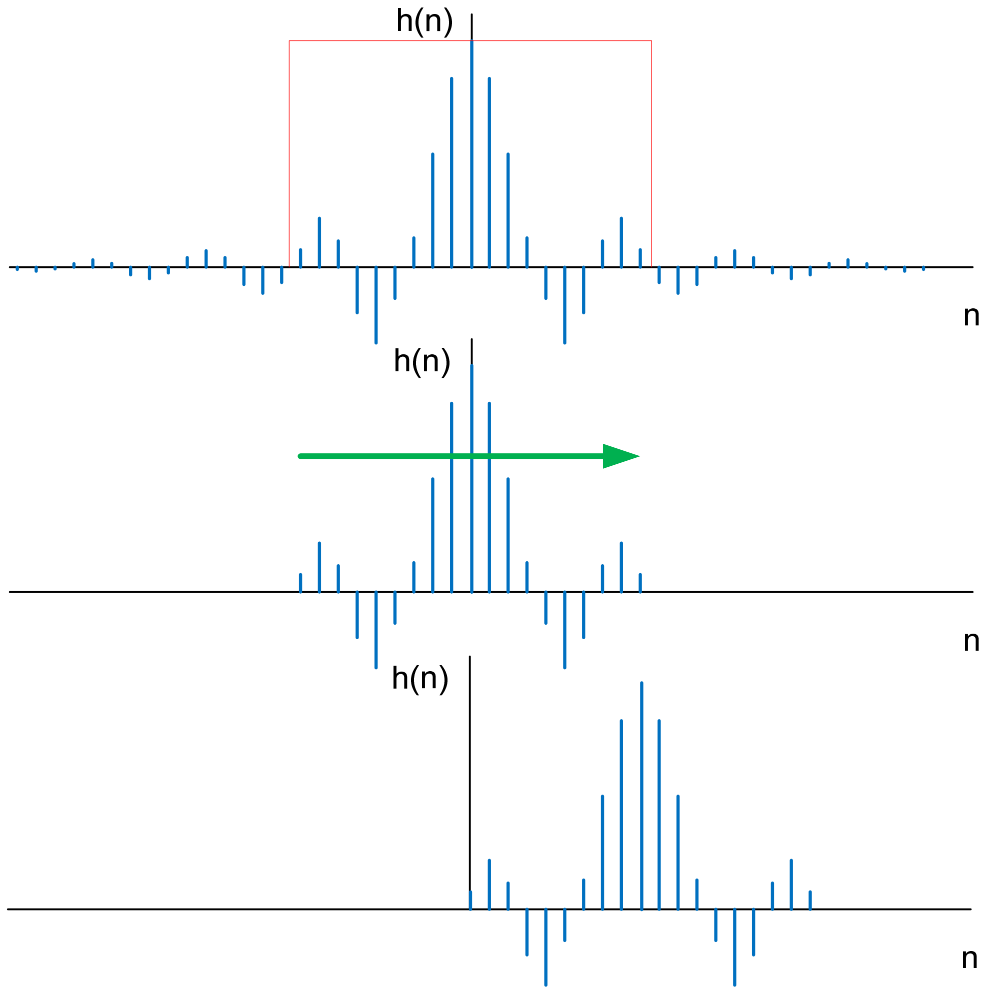


Pre profíkov:

Keďže vieme, že impulzová je nekonečná, tak ju treba skonečniť, a to tak ako v prvej kapitole, vhodnou oknovou funkciou **w(n)**.

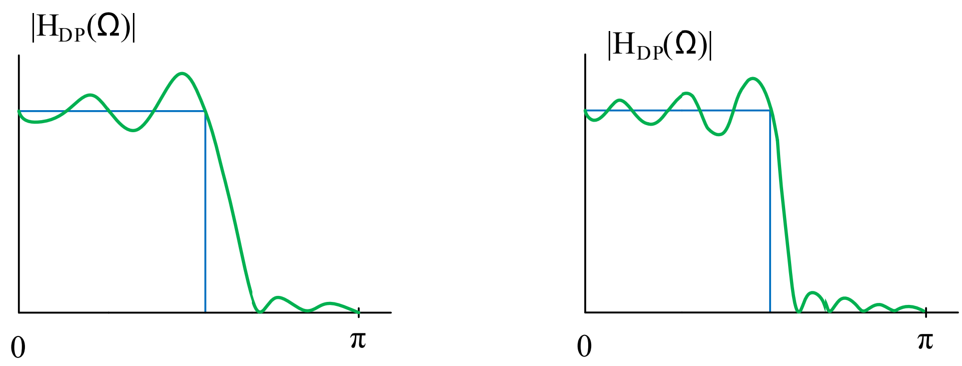
Skrátenie impulzovej charakteristiky má za následok zvlnenie prenosovej ch. **Rôznymi typmi okien** ovplyvňujeme veľkosť zvlnenia reálnej charakteristiky. Čím širšie okno použijeme, tým viac vzoriek h(n) sa pretransformuje na H(Ω), a tým dostaneme strmšiu magnitúdovú resp. fázovú charakteristiku.

Následne posunieme skrátenú impulzovú charakteristiku do začiatku „času“. Tento posun spôsobí, že fázová charakteristika bude lineárna. V podstate sa jedná len o oneskorenie výstupného signálu za vstupným.

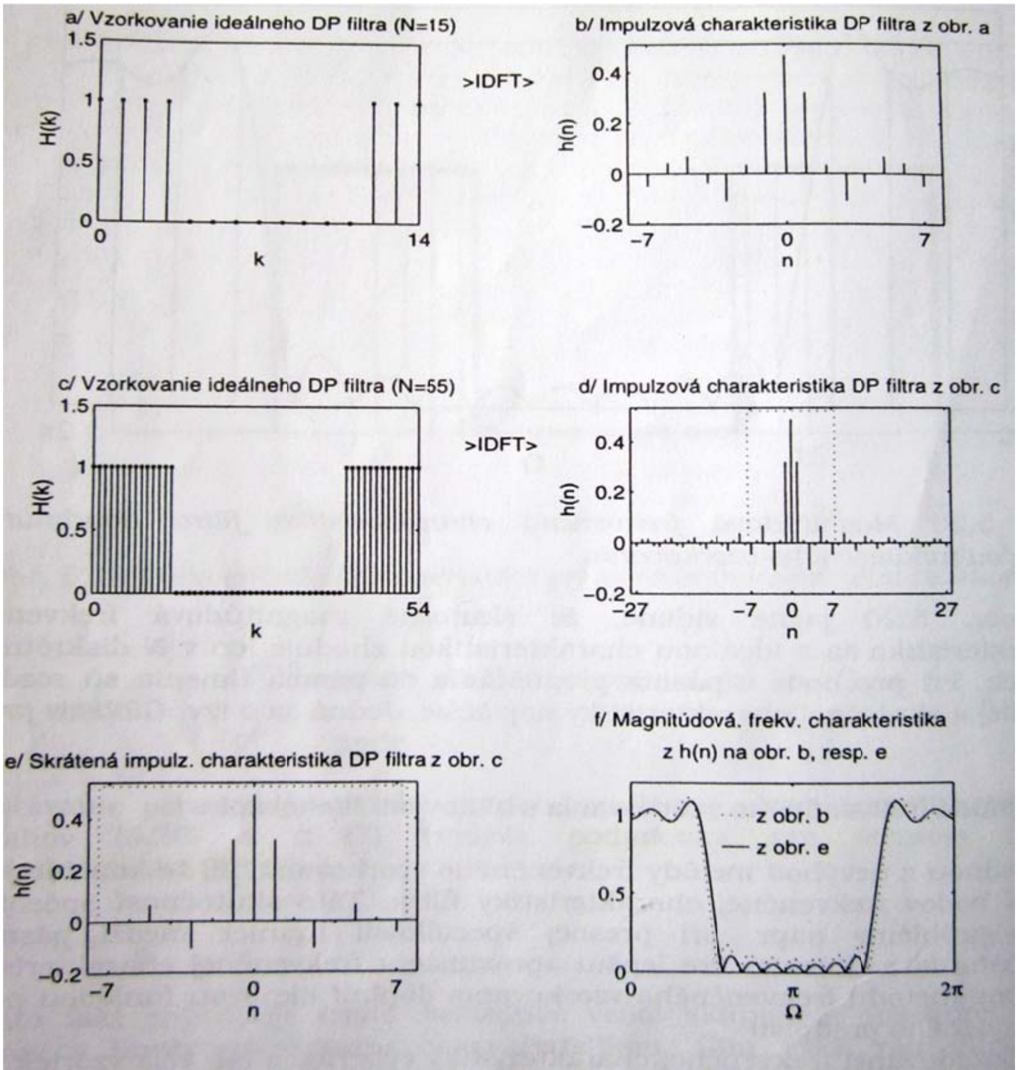


Navrhnutá H(Ω) sa síce bude trochu líšiť zadanej požadovanej, ale vieme zaručiť že práve **v bodoch vzorkovania sa určite budú zhodovať**.

Porovnanie navrhovanej a reálnej charakteristiky pri menšom a väčšom počte vzoriek:



Jednou z nevýhod frekvenčného vzorkovania ako je písané vyššie je, že kontrolujeme iba N bodov frekv. charakteristiky. Kvalita takto navrhovaného filtra sa dá zlepšiť nasledovným spôsobom: Požadovanú frekv.ch. navzorkujeme podstatne hustejšie, vypočítame impulzovú odpoveď h2(n), a tú skrátime pre porovnanie na dĺžku prvej „riedkej" impulzovej charakteristiky h1(n). Filter rádu N navrhnutý „prevzorkovaním" bude lepšie aproximovať požadovanú frekvenčnú charakteristiku.



Obr. 5.21 *Metóda frekvenčného vzorkovania s oknovou funkciou*