

Metódy návrhu FIR filtrov

Metóda skusmo

Matematická analýza vplyvu núl a pólov:

Teraz si vysvetlíme, resp. zopakujeme, ako ovplyvňujú nuly a póly tvar prenosových charakteristík. Budeme to totiž potrebovať pri návrhu filtrov „skusmo“. Prenosová charakteristika sa dá popísať nasledujúcou rovnicou.

$$H(z) = \frac{\prod_{i=1}^N (1 - z_{0i} \cdot z^{-1})}{\prod_{i=1}^M (1 - z_{xi} \cdot z^{-1})}$$

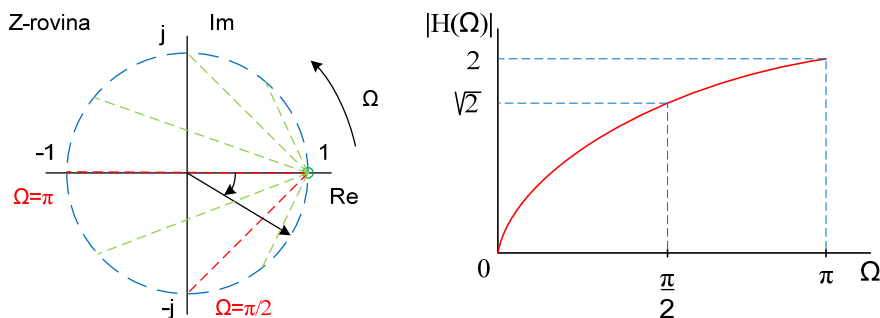
kde $z = e^{j\Omega}$. V prvom rade sa pozrime na nulový bod.

Majme:

$$|H(e^{j\Omega})| = |1 - z_{0i} \cdot e^{-j\Omega}|$$

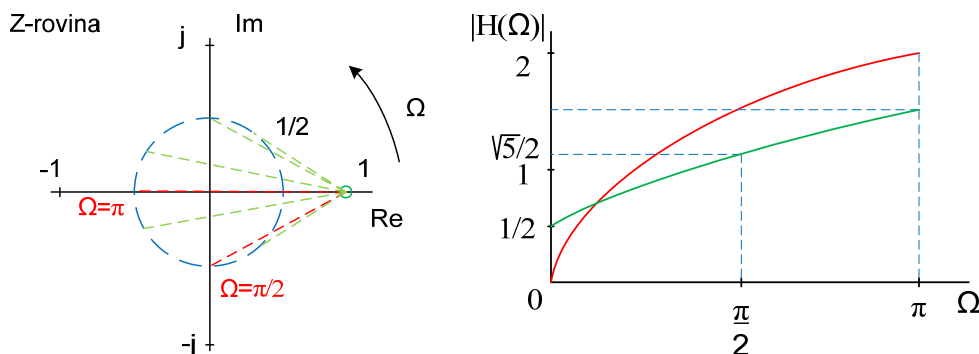
Všimnite si, že absolútna hodnota rozdielu 2 komplexných čísel, je vlastne vzdialenosť medzi nimi. V tomto prípade sa pozeráme na vzdialenosť medzi jednotkou a hodnotou z_{0i} s fázou $e^{-j\Omega}$. Situáciu si môžeme nakresliť v Z-rovine a následne premietneme na charakteristiku.

$$z_{0i} = 1$$

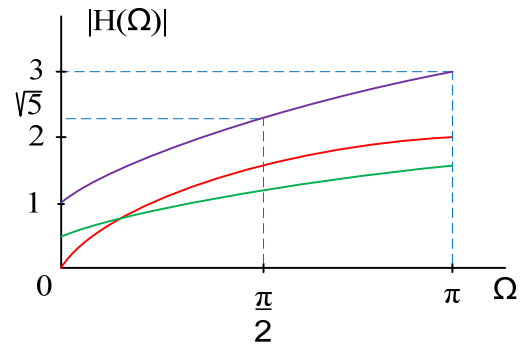
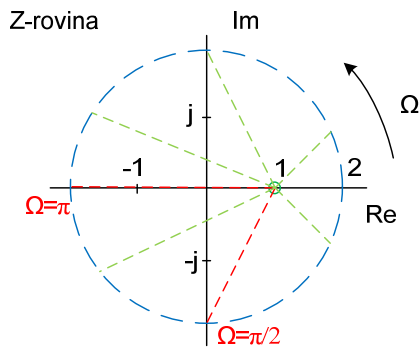


Na začiatku $\Omega = 0$. Čiže sa nachádzame v bode 1 a vzdialenosť od 1 je 0 \rightarrow zakreslíme do ch. Následne zvyšujeme hodnotu Ω . **Keďže máme zápornú mocninu fázy, tak smerujeme nadol aj keď v skutočnosti sa Ω zvyšuje opačne.** Keď $\Omega = \pi/2$, vzdialenosť od 1 je $\sqrt{2}$ \rightarrow zakreslíme. Pokračujeme ďalej až kým $\Omega = \pi$, vtedy je vzdialenosť od 1 najväčšia a má hodnotu 2. Ako iste viete alebo vidíte z ľavého obrázku, od π po 2π sa to zrkadlí, takže sa s tým ďalej zaoberať nebudeme.

Teraz poďme vyšetriť priebeh, keď zmenšíme veľkosť nuly na 0,5. Pre porovnanie budeme zakreslovať priebeh, do pôvodnej charakteristiky. $z_{0i} = \frac{1}{2}$



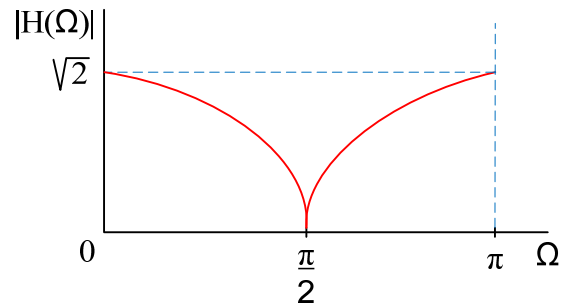
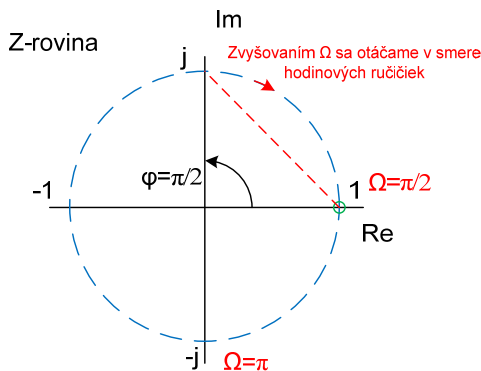
$$z_{0i} = 2$$



Teraz použijeme nulový bod aj s určitou počiatočnou fázou.

$$z_{0i} = 1 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$|H(e^{j\Omega})| = |1 - e^{j\varphi} \cdot e^{-j\Omega}| = |1 - e^{-j(\Omega-\varphi)}|$$



Keď $\Omega = 0$, vzdialenosť je $\sqrt{2}$, zvyšovaním Ω otáčame fázor znova v smere hodinových ručičiek. Z charakteristiky vyplýva, ako sa ch. správa vzhľadom na uhol nulového bodu.

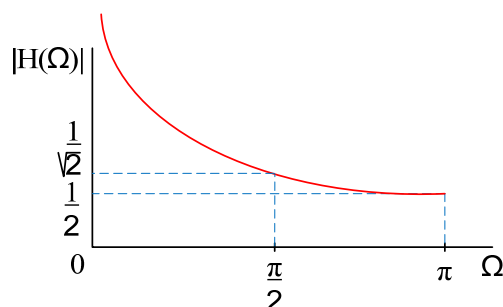
Záver : Nulový bod spôsobuje na charakteristike minimum. Veľkosť minima je určená veľkosťou nuly a poloha je určená jej fázou.

Podobný rozbor si spravme pre póly.

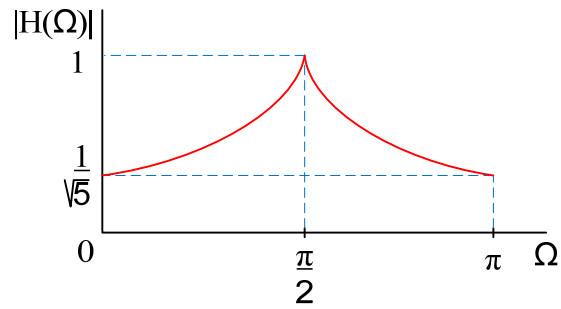
Majme

$$|H(e^{j\Omega})| = \frac{1}{|1 - z_{xi} \cdot e^{-j\Omega}|}$$

$z_{xi} = 1$ je to vlastne to isté čo pre nulu, len prevrátená hodnota tej vzdialenosti. Preto pri $\Omega = 0$, je vzdialenosť 0 a prevrátená hodnota je $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$.



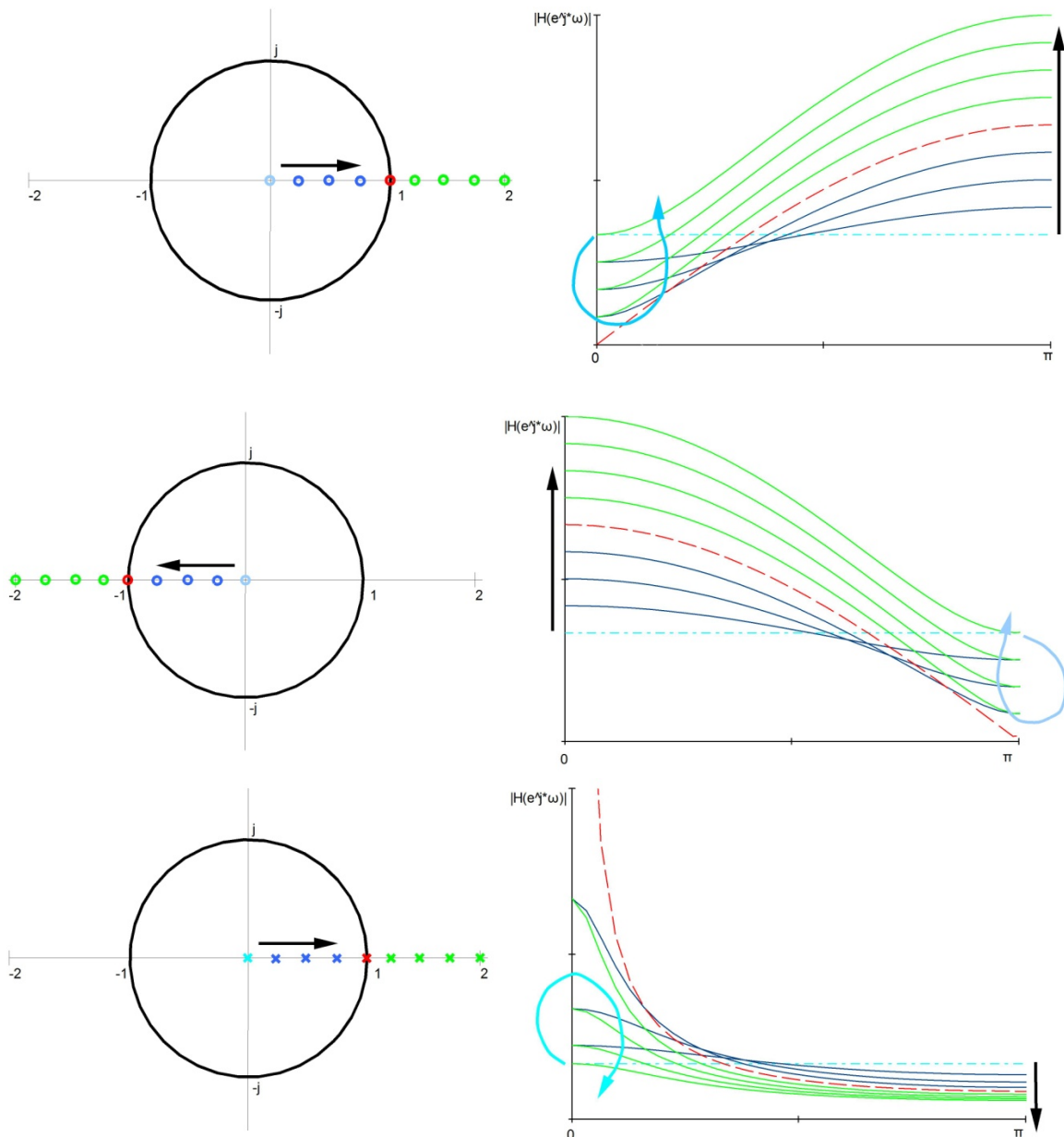
$$z_{0i} = 2 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

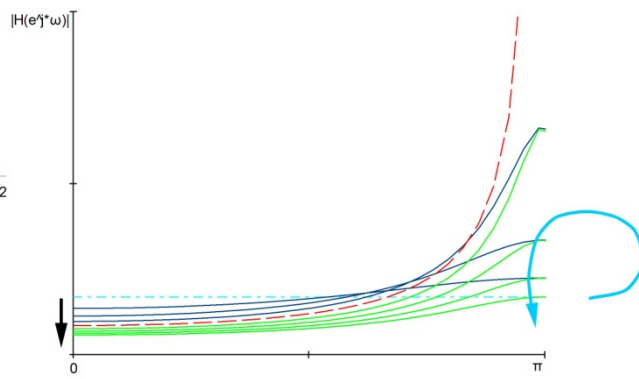
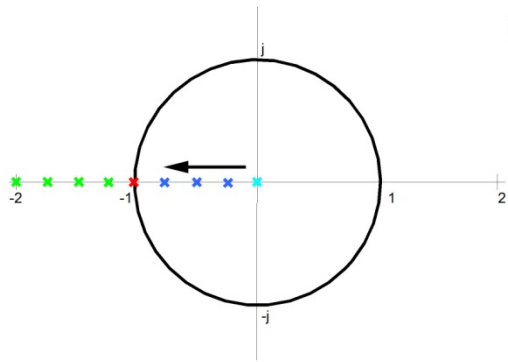


Záver : Pólový bod spôsobuje na charakteristike maximum. Veľkosť maxima je určená veľkosťou pólu (prevrátená hodnota vzdialenosti od 1) a poloha je určená jeho fázou.

Grafická analýza vplyvu núl a pólov:

Interpretáciu už necháme na čitateľovi





Komplexne združené nuly a póly

