

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE  
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY  
KATEDRA TELEKOMUNIKÁCIÍ

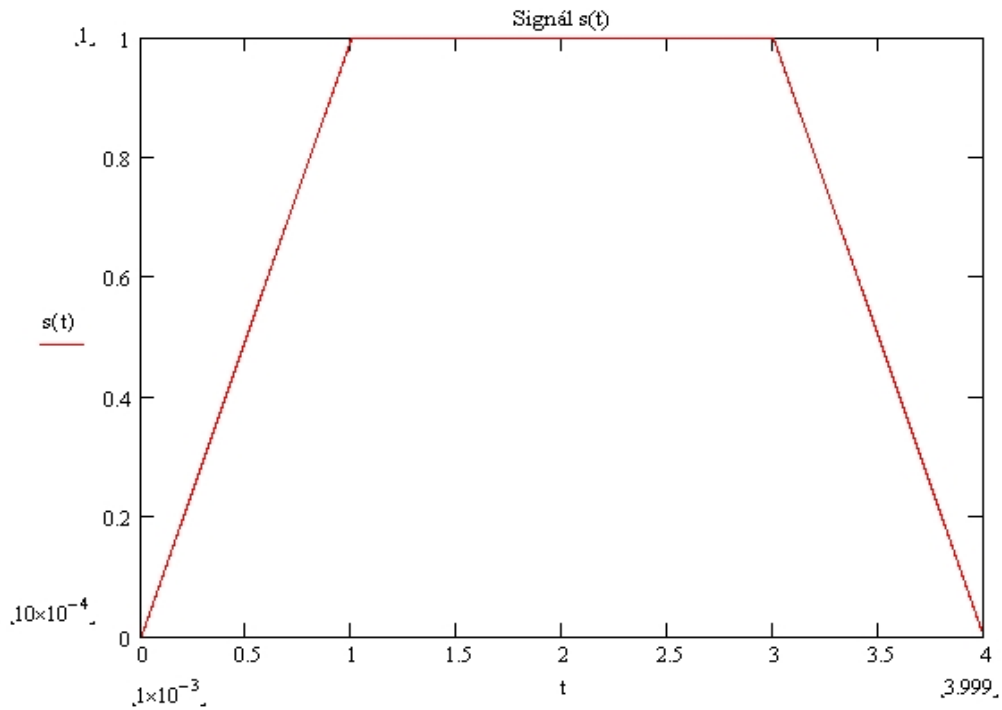
**Spektrálna analýza spojitých signálov**  
Spektrum spojitých periodických a neperiodických signálov

## ČASŤ A

### Úloha 1:

Vypočítajte koeficienty Fourierovho radu analyticky v :

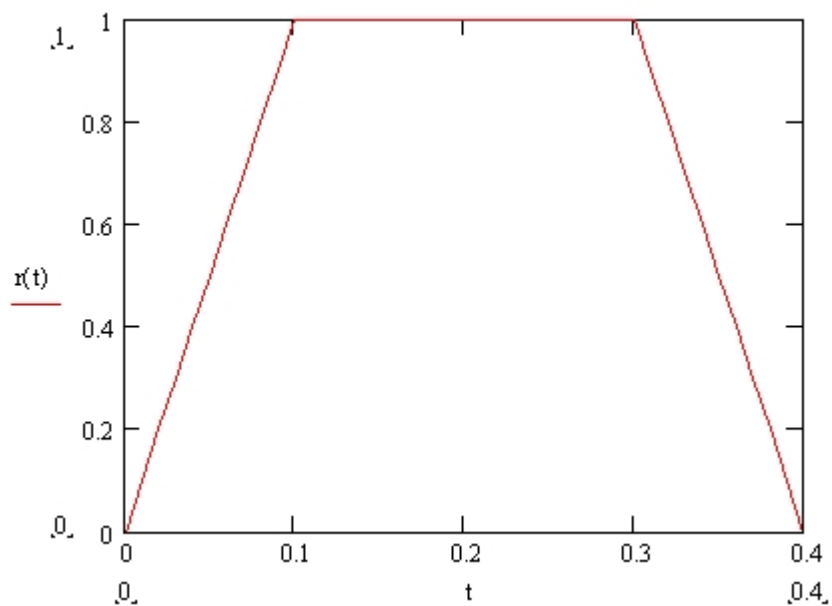
- reálnom (zložkovom) tvare
- trigonometrickom (zlúčenom) tvare
- komplexnom (exponenciálnom) tvare



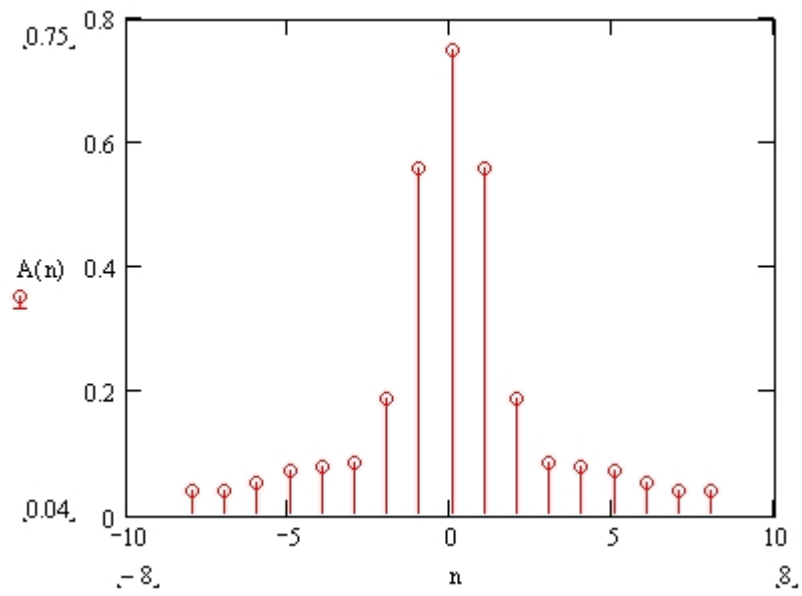
### Úloha 2:

Určite a nakreslite modulové a fázové spektrum signálu v komplexnom tvare pre tri periódy  $T = 0,4s$ ,  $T = 4s$  a  $T = 40s$ . Zobrazte spektrum časovo posunutého signálu o  $t$  (t po dohode s cvičiacim). Doložte výpočet aspoň v troch bodoch spektra. Spektrá pre prípady a), b), c) nakoniec zobrazte v Mathcade.

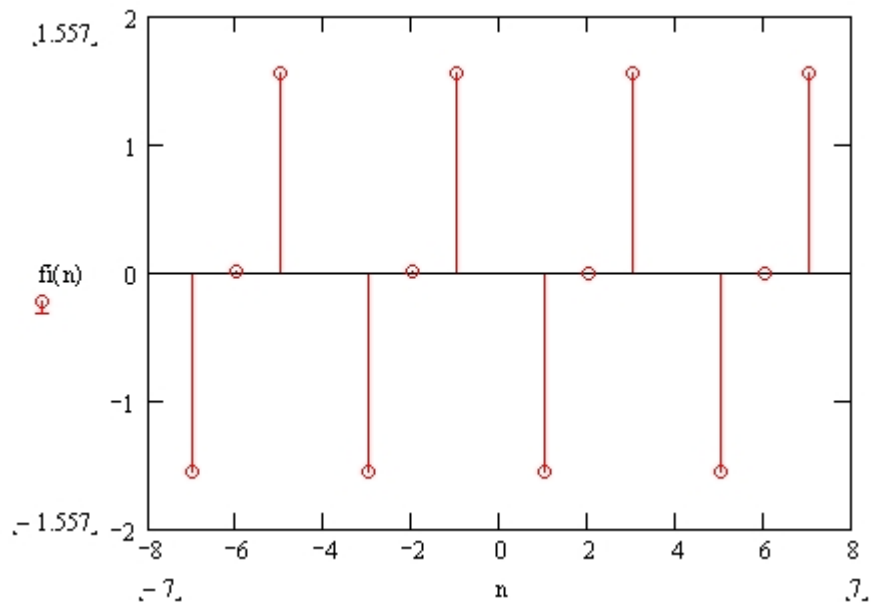
$T = 0,4s$



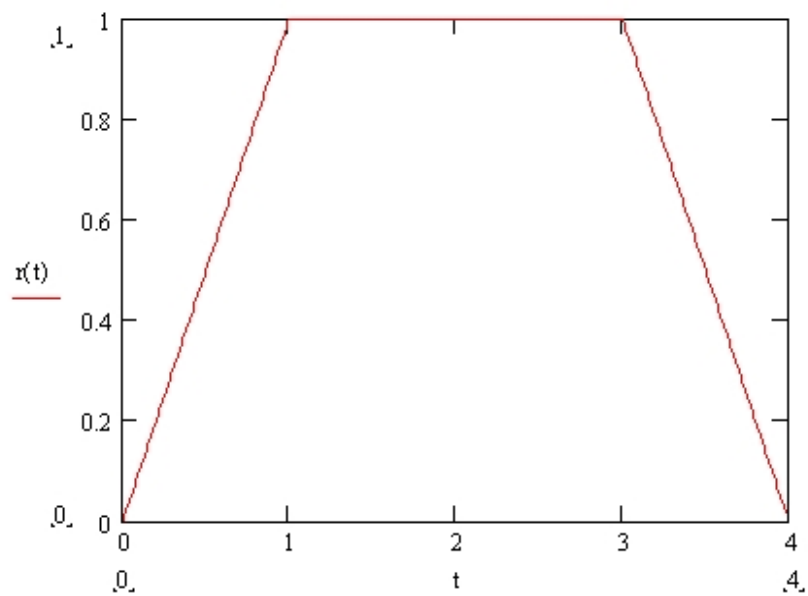
-modulové spektrum



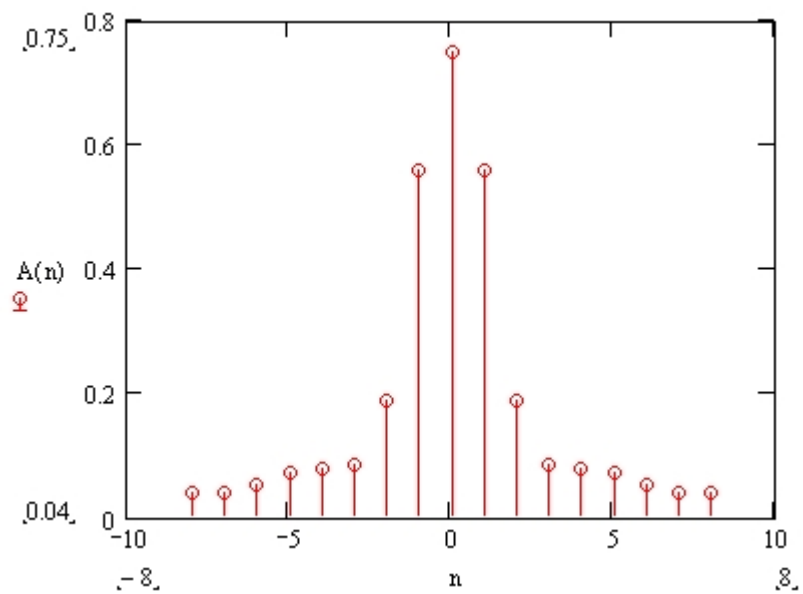
-fázové spektrum



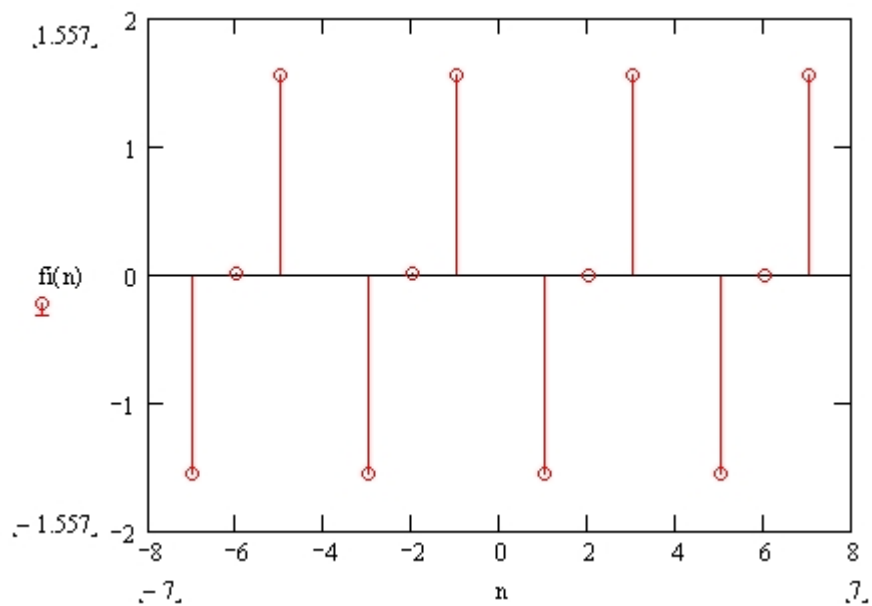
$T=4s$



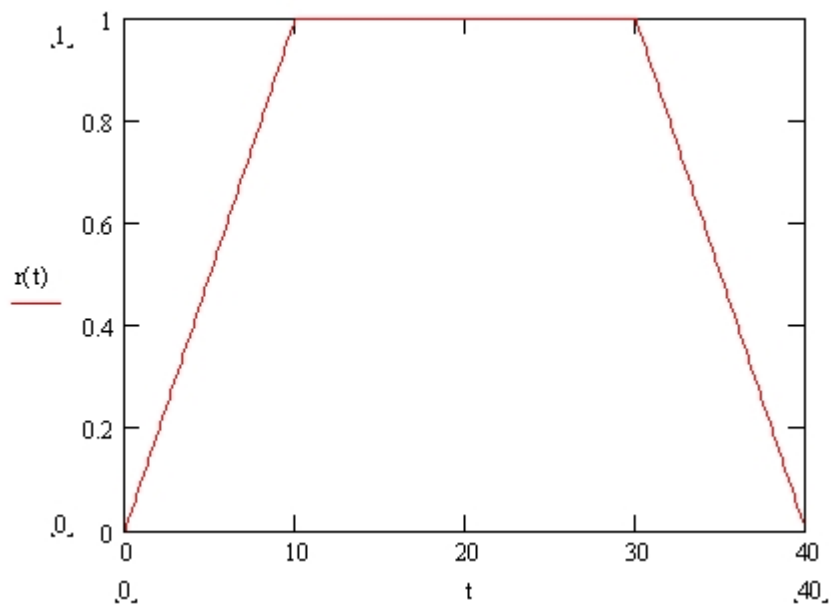
-modulové spektrum



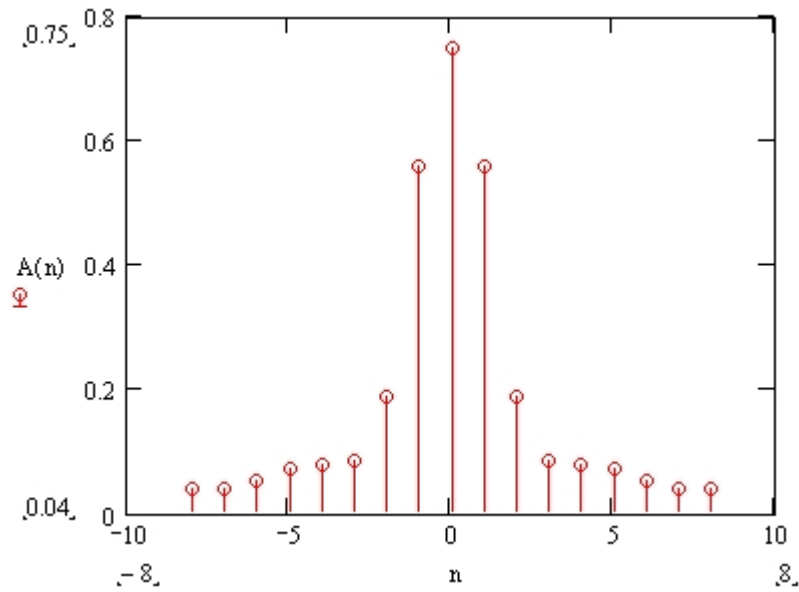
-fázové spektrum



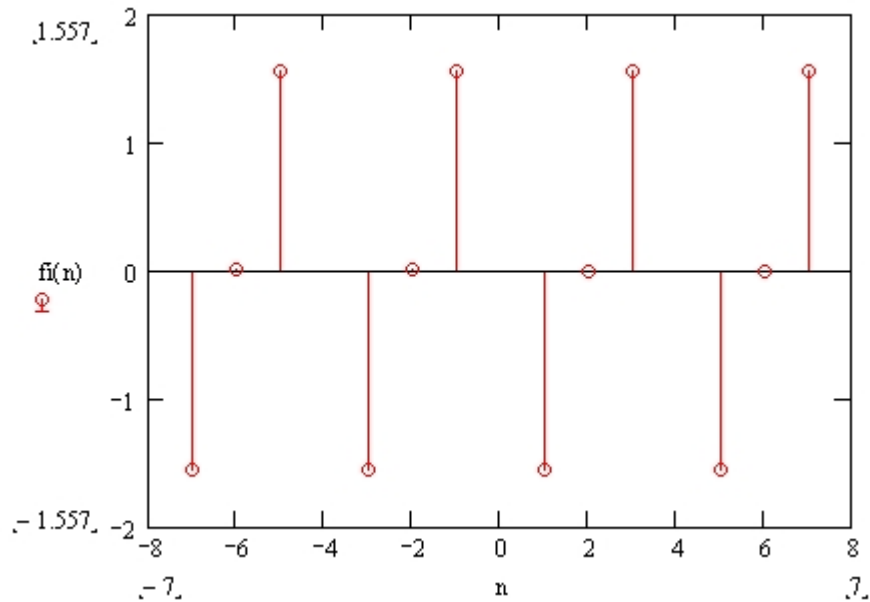
$T=40s$



-modulové spektrum



-fázové spektrum



### Úloha 3:

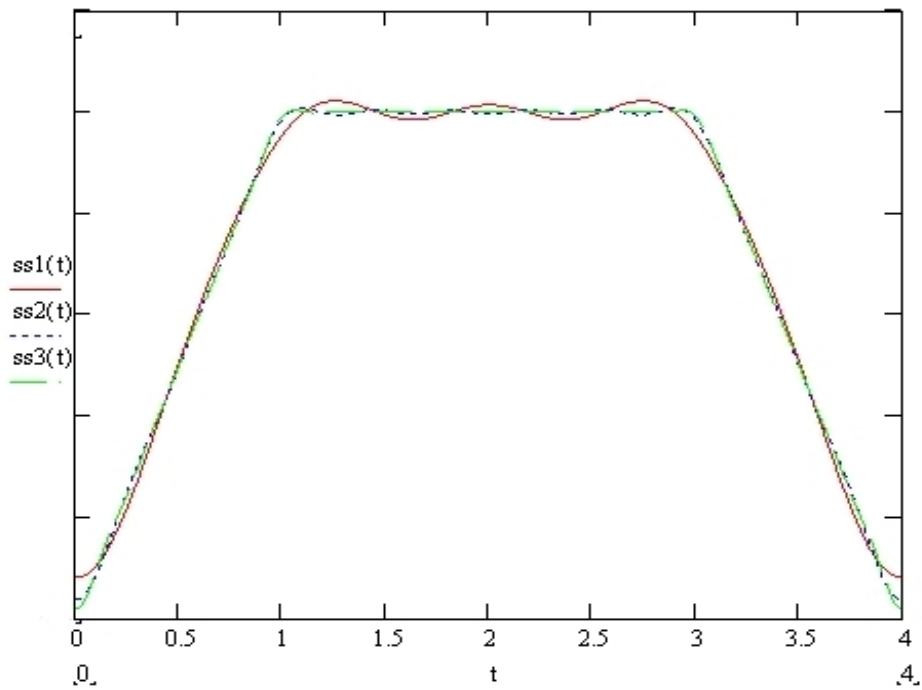
Vypočítajte stredný výkon hlavného laloku amplitúdového spektra.

$$P = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (|s(t)|)^2 dt = 0.333$$

### Úloha 4:

Rekonštruujte zadaný signál pomocou Fourierovho radu a sledujte vplyv počtu harmonických na kvalitu rekonštruovanej časovej funkcie.

$$s(t) = a_0 + \sum a(n) \cdot \cos(n\omega t)$$

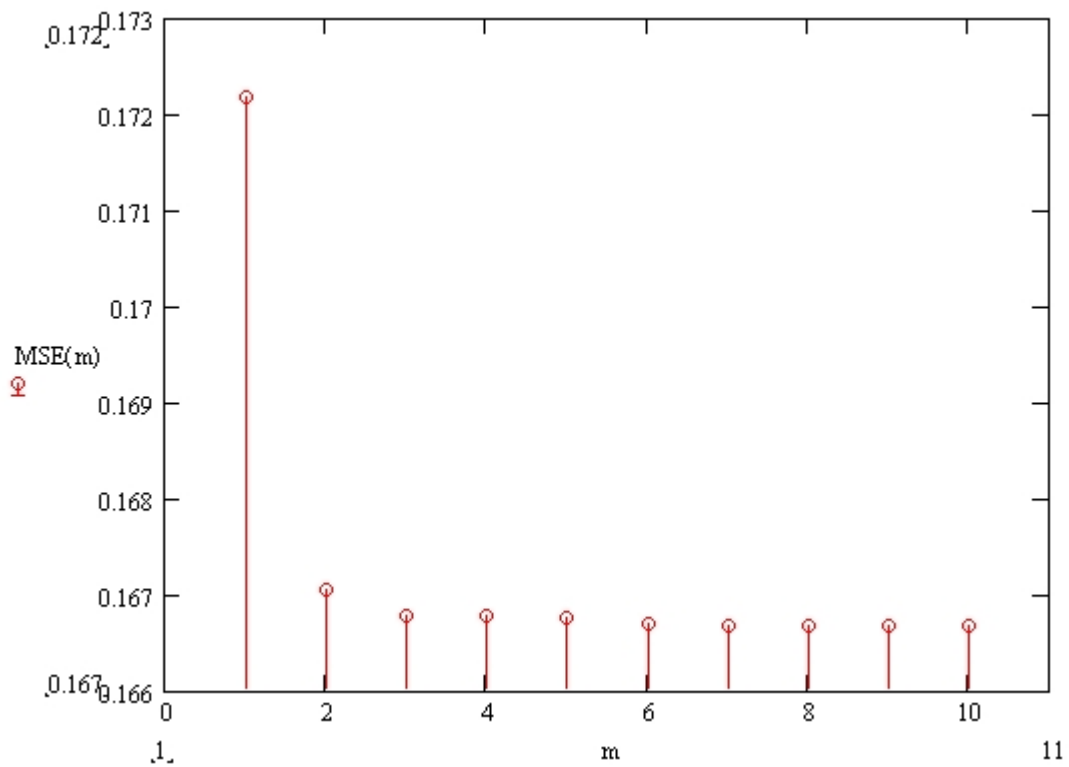


**Úloha 5:**

Vypočítajte strednú kvadratickú odchýlku rekonštruovaného signálu voči originálu ako funkciu šírky spektra použitého pri rekonštrukcii. Vypočítané hodnoty MSE zobrazte graficky.

$$s_2 = a_0 + \sum a(n) \cdot \cos(n\omega t)$$

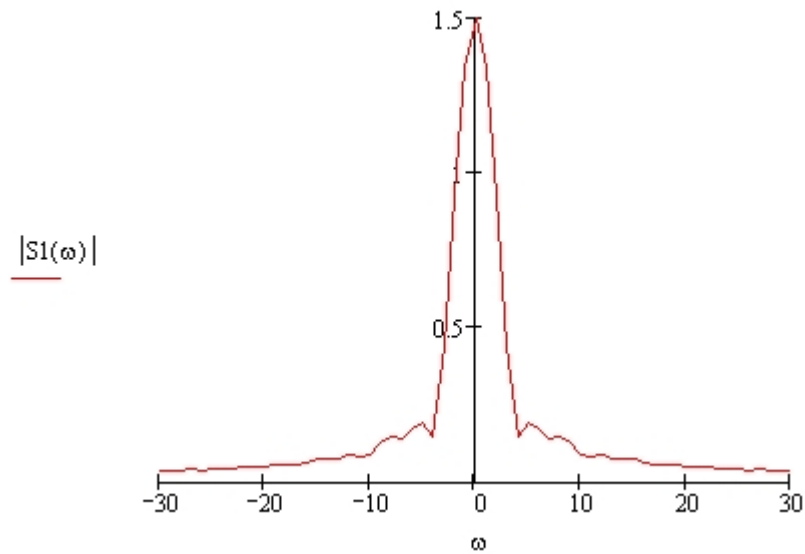
$$MSE = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (s(t) - s_2(t))^2$$



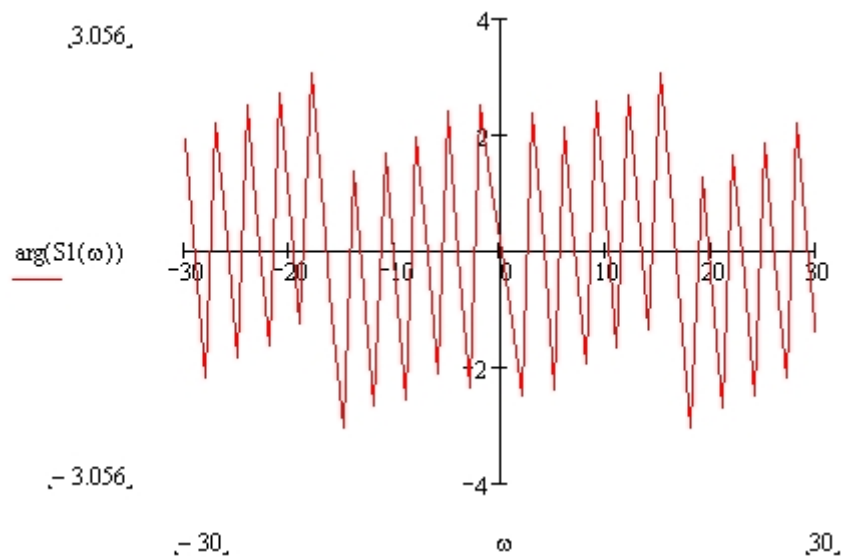
## ČASŤ B

### Úloha 1

a) Vypočítajte a nakreslite komplexné modulové a argumentové spektrum pôvodného signálu  $s_1(t)$ .  
-modulové spektrum



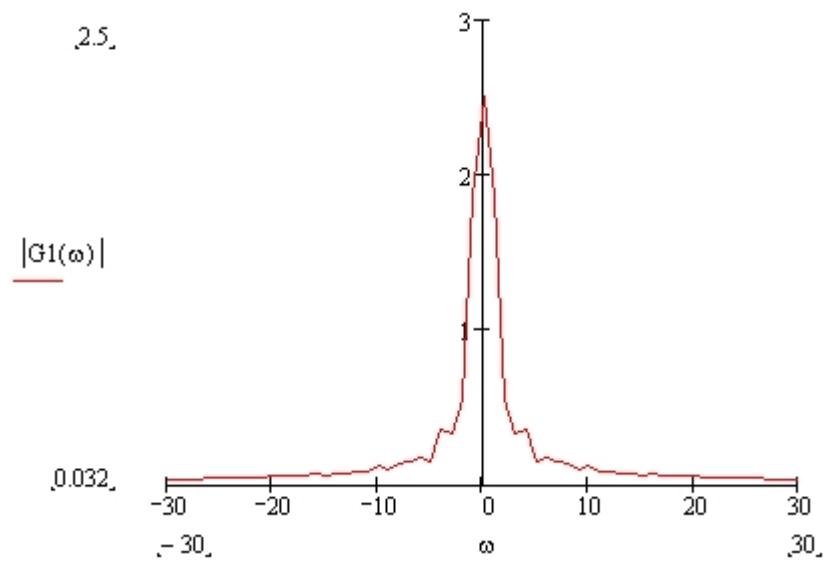
-argumentové spektrum



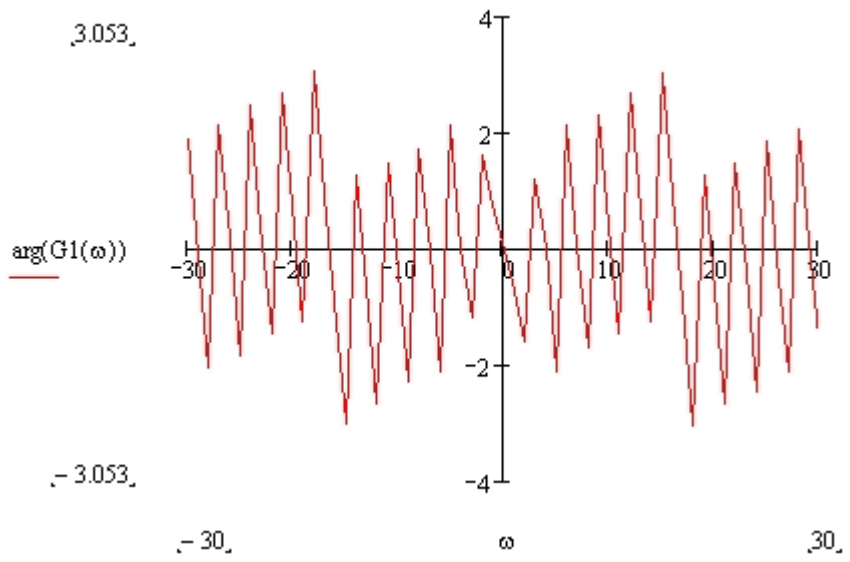
Tri hodnoty:

$$\begin{aligned} |S_1(\omega)| &= 1,336; 1,5; 1,336 && \text{pre } \omega = -1; 0; 1 \\ \arg(S_1(\omega)) &= 1,227; 0; -1,227 && \text{pre } \omega = -1; 0; 1 \end{aligned}$$

b) Vypočítajte a nakreslite komplexné modulové a argumentové spektrum posunutého signálu  $s_2(t)$ .  
 -modulové spektrum



-argumentové spektrum



Tri hodnoty:

$$|G1(\omega)| = 1,859; 2,5; 1,859 \quad \text{pre } \omega = -1; 0; 1$$

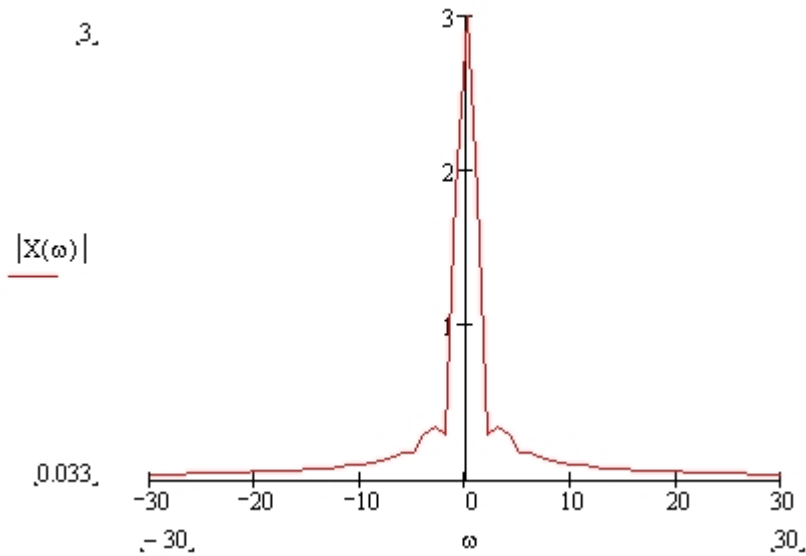
$$\arg(G1(\omega)) = 0,743; 0; -0,743 \quad \text{pre } \omega = -1; 0; 1$$



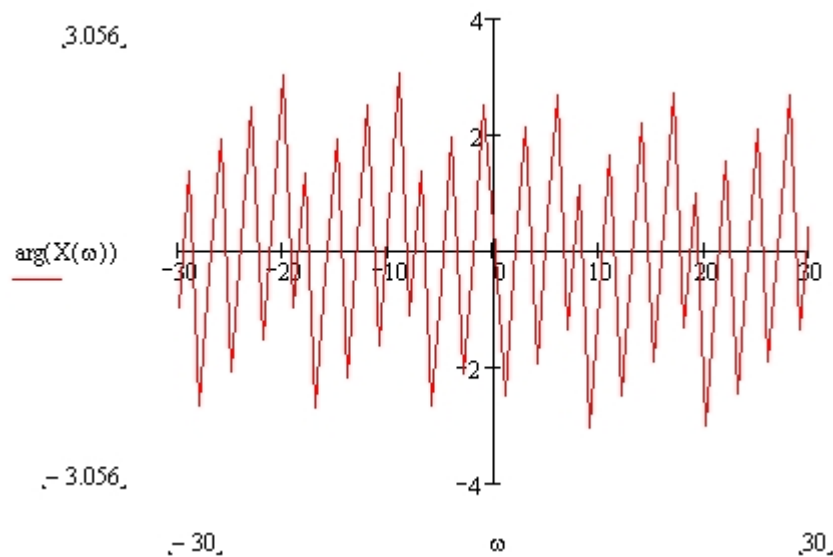
c) Nakreslite signál  $s_1(at)$  a vypočítajte jeho modulové a argumentové spektrum, ak  $a = 1/2$ ,  $a = 2$ . Modulové a fázové spektrá pre body a) a b) zobrazte v Mathcade.

$a=1/2$

-modulové spektrum



-fázové spektrum



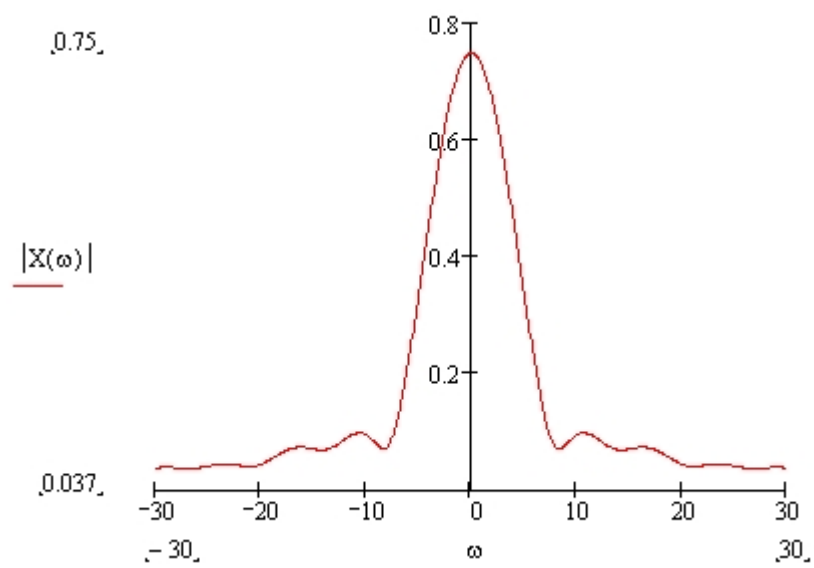
Tri hodnoty:

$$|X(\omega)| = 1,837; 3; 1,837 \quad \text{pre } \omega = -1; 0; 1$$

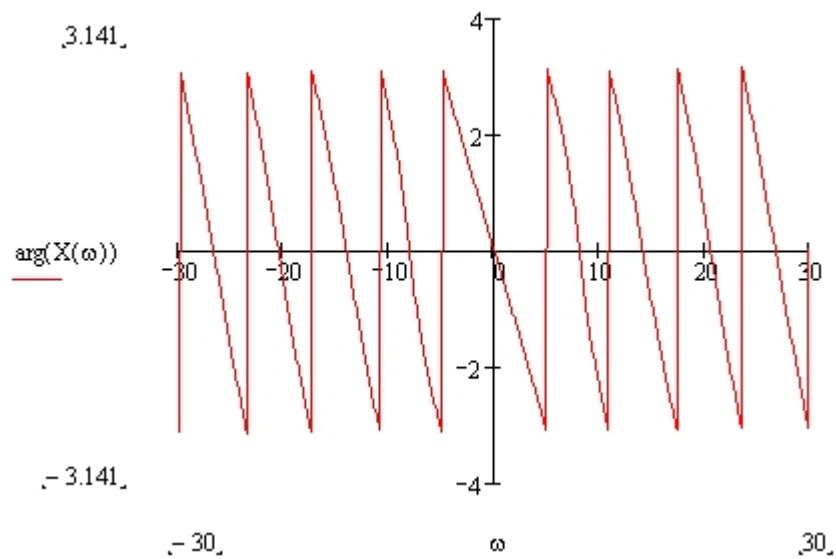
$$\arg(X(\omega)) = 2,494; 0; -2,494 \quad \text{pre } \omega = -1; 0; 1$$

$a=2$

-modulové spektrum



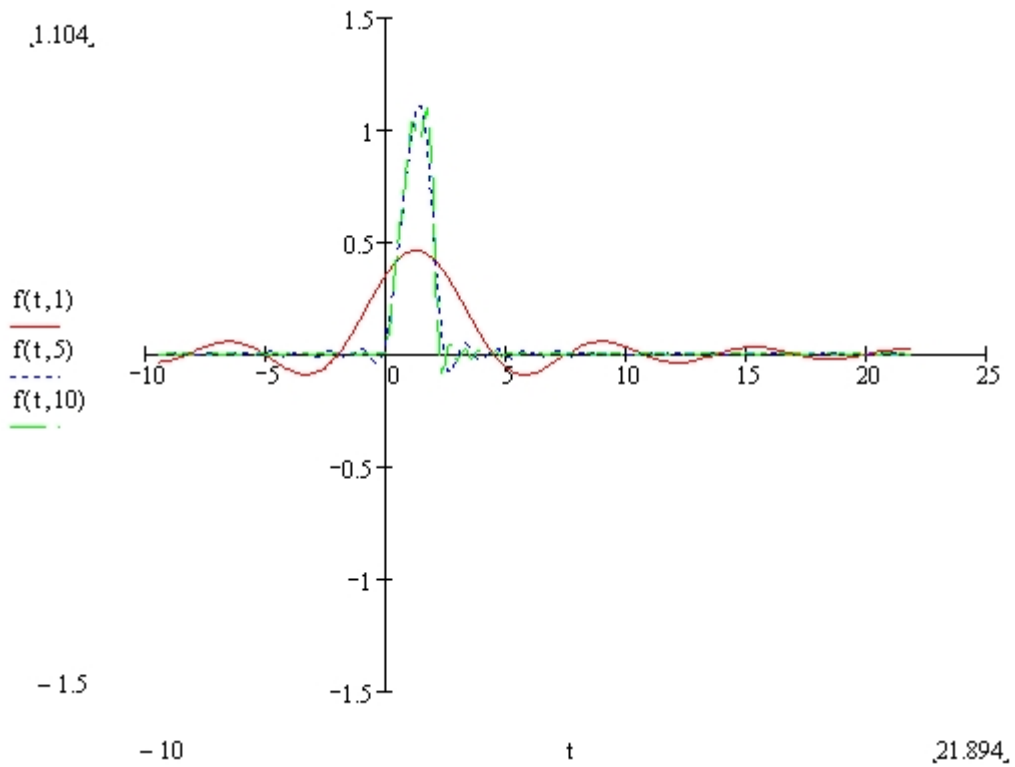
-fázové spektrum



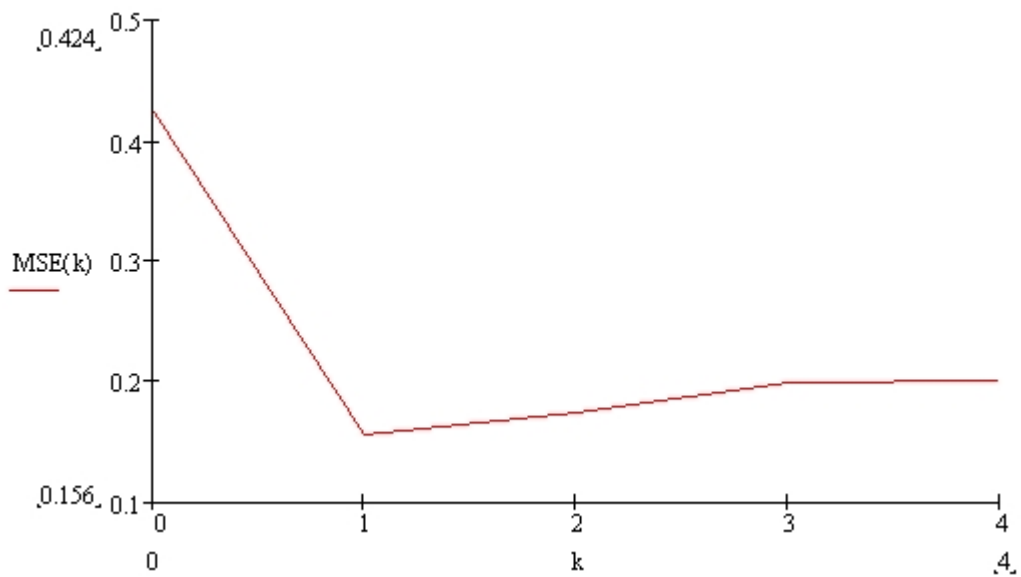
Tri hodnoty:

$$\begin{aligned} |X(\omega)| &= 0,729; 0,75; 0,729 & \text{pre } \omega &= -1; 0; 1 \\ \arg(X(\omega)) &= 0,743; 0; -0,743 & \text{pre } \omega &= -1; 0; 1 \end{aligned}$$

d) Inverznou FT zrekonštruujte pôvodný časový signál, ako aj periodický signál aspoň pre 3 periódy, pričom sledujte vplyv šírky spektra na časový signál. Výsledok znázorníte graficky.



e) Vypočítajte MSE rekonštruovaného signálu a originálu v závislosti od šírky spektra.



$MSE(k)$   
 $k=0 \rightarrow 0,424$   
 $k=1 \rightarrow 0,156$   
 $k=2 \rightarrow 0,175$   
 $k=3 \rightarrow 0,2$   
 $k=4 \rightarrow 0,201$

**Záver:**

Pomocou Fourierovej transformácie sme v úlohe A a B analyticky vypočítali spektrá signálu  $s(t)$  a posunutého signálu  $s(t)$  t.j.  $g(t)$ . V úlohe C sme nakreslili a vypočítali modulové a fázové spektrum signálu  $s(at)$  pre  $a=1/2$ ,  $a=2$ . Pre  $a=1/2$  modulové spektrum bolo 2-násobne väčšie ako pôvodného signálu a stiahnuté na 2-násobok frekvencií. Pri  $a=2$  je modulové spektrum polovičné a natiahnuté na  $1/2$  frekvencií. Pôvodný časový signál sme v úlohe E inverznou FT zrekonštruovali a sledovali ako zrekonštruovaný signál závisí od šírky spektra. Z tohoto zrekonštruovaného signálu sme následne v úlohe F vypočítali MSE.