

Vlastnosti LAKI sústav, opis činnosti v časovej a transformovanej oblasti

LAKE – Lineárne analógové konečné časovo invariantné sústavy

Opis činnosti:

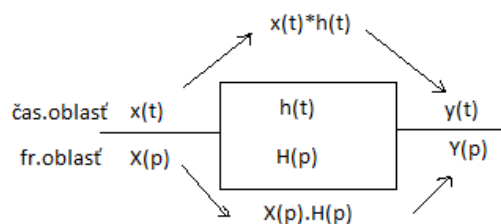
Prostriedky na opis:

- diferenciálna rovnica
- impulzová charakteristika
- prenosová funkcia - frekvenčná charak popis systému v p – rovine (Laplaceova transf.)
- konvolúcia

Systém spojité v čase je LAKE, ak vzťah medzi jeho vstupom a výstupom môžeme popísať lineárnou **DIFERENCIÁLNOU ROVNICOU s konštantnými koeficientmi:**

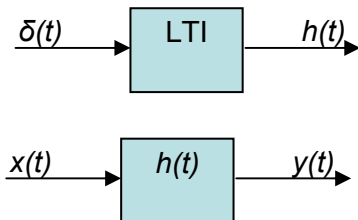
$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i y}{dt^i} = \sum_{k=0}^m b_k \frac{d^k x}{dt^k} \quad y(t) = y_0(t) + y_p(t)$$

kde a_i a b_k sú konštanty, ktoré charakterizujú lineárny systém.



IMPULZOVÁ CHARAKTERISTIKA $h(t)$ – odozva systému na DIRACKOV impulz $\delta(t)$. $\delta(t)=\infty$ pre $t=0$; $\delta(t)=0$ inak. Spojitý LAKE systém je úplne popísaný impulzovou charakteristikou $h(t)$, ak poznáme odozvu systému na jednotkový impulz, vieme vypočítať výstupný signál $y(t)$ pre ľubovoľné $x(t)$.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad y(t) = x(t) * h(t)$$



PRENOSOVÁ FUNKCIA $H(p)$ - opis danej sústavy vo frekvenčnej oblasti, Laplaceova transf. impulzovej charakteristiky:

$$H(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{L\{y(t)\}}{L\{x(t)\}} = \frac{\sum_{i=0}^n a_i p^i}{\sum_{k=0}^m b_k p^k}$$

$$H(p) = k \frac{\prod (j\omega - P_{0i})}{\prod (j\omega - P_{1i})}$$

Laplaceova transformácia:

$$X(p) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-pt} \quad p = \sigma + j\omega \quad \text{- dopredná LT}$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} X(p)e^{pt} dp \quad \text{- spätná LT pre kauzálny signály}$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} A(p)X(p)e^{pt} dp \quad \text{- spätná LT pre kauzálny signály, A(p) prechodová funkcia}$$

Transformácie umožňujú zmenu komplikovaných problémov na jednoduchšie:

- Zjednodušený problém vyriešime v obrazovej rovine
- Použijeme inverznú transformáciu na získanie riešenia v rovine originálu

Vlastnosti LAKE sústav:

1) Časová invariancia: časovo invariantný systém je taký systém, kde výstupný signál je rovnako posunutý v čase ako na vstupe. (odborne: ak vstupný signál posunutý v čase $x(t-\tau)$ generuje výstupný systém rovnako posunutý v čase $y(t-\tau)$, τ – ľubovoľné časové oneskorenie.) Charakteristiky a parametre časovo-invariantného systému sa **nemenia v čase**.

2) Linearita: V lineárnom systéme ďalej platí princíp superpozície a proporcionality! Máme systém s jednou nezávislou premennou t . Lineárny systém je systém, pre ktorý platí: ak vstupný signál $x_1(t)$ vyvolá výstupný signál $y_1(t)$ a vstupný signál $x_2(t)$ vyvolá výstupný signál $y_2(t)$ potom vstupný signál $c_1x_1(t) + c_2x_2(t)$ vyvolá výstupný signál $c_1y_1(t) + c_2y_2(t)$ pre každé $x_1(t)$, $x_2(t)$ a ľubovoľné konštanty c_1 , c_2 .

Princíp superpozície: odpoveď $y(t)$ lineárneho systému na súčet privedených vstupných signálov $x_1(t)$, $x_2(t)$, ... $x_N(t)$ je daný súčtom odpovedí systému na jednotlivé vstupné signály privedené samostatne. Ak $y_i(t)$ je odpoveď systému na vstupný signál $x_i(t)$, potom platí:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N y_i(t)$$

3) Stabilita: Podmienka: Systém je stabilný ak je schopný sledovať vynútené kmity. Lineárna spojité sústava je stabilná, ak ľubovoľný vstupný signál $x(t)$ s konečnou amplitúdou $|x(t)| < A$ vyvolá konečný výstupný signál $y(t)$ s konečnou amplitúdou $|y(t)| < B$.

4) Kauzalita: spojité sústava je kauzálna, ak výstupný signál $y(t)$ sa počíta z hodnôt, ktoré už prišli do systému nie z tých ktoré len prídu.

Odpoveď systému na vstupný signál – **konvolučný integrál**

- pre stabilný systém
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau < \infty$$

- pre kauzálny systém
$$h(t) = 0 \text{ pre } t < 0 \quad y(t) = \int_0^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

- Ak poznáme vstupný signál a impulzovú charakteristiku kauzálneho LDKI systému, vynútenú odozvu systému určíme **konvolúciou**

$$y_x(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^t h(t - \tau) \cdot x(\tau) d\tau$$

Vplyv koreňov na frekvenčné charakteristiky

Amplitúdová frekvenčná charakteristika

$$AFCH = 20 \log |F(j\omega)| = 20 \log(k) + 20 \log |\omega - p_{0k}| - 20 \log |\omega - p_{\infty k}|$$

Fázová frekvenčná charakteristika

$$FFCH = \varphi(\omega) = \sum_r \varphi_{0k}(\omega) - \sum_y \varphi_{\infty k}(\omega)$$

Aproximácia AFCH

- každý nulový bod spôsobí sklon AFCH o -20dB na dekádu a odchýlku 3dB od asymptoty
- každý pól spôsobí skok AFCH o -20dB na dekádu
- výsledná AFCH je súčtom viacerých dielčích ovplyvnených pólmi alebo nulovými bodmi
- dvojica komplexne združených bodov spôsobuje pokles (nulový bod) alebo rast (pól) AFCH o 40dB
- v prípade dvojnásobného reálneho koreňa je odchýlka 6dB od asymptoty (nulový bod)
- v prípade imaginárneho koreňa je odchýlka -6dB od asymptoty (nulový bod)

- v prípade pólu sa mení orientácia AFCH, odchýlky od asymptoty ostávajú

Vlastnosti LDKI sústav, opis činnosti v časovej a transformovanej oblasti

Lineárne, diskkrétne, konečné, časovo-invariantné systémy

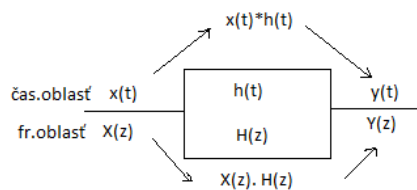
Opis činnosti:

Prostriedky na opis

- diferenčná rovnica
- impulzová charakteristika
- prenosová funkcia - popis systému v Z – rovine (Z-tranformácia)

Diskrétna sústava N-tého rádu zo vstupným signálom $x(n)$ opísaná **LINEÁRNOU DIFERENČNOU ROVNICOU** N-tého rádu. Rovnica opisuje diskrétnu sústavu rekurentného typu:

$$y(n) = \sum_{k=0}^N a_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N b_k y(n-k).$$



IIR sústavy - nekonečná impulzová odpoveď, FIR sústavy konečná impulzová odpoveď ($b_k=0$).

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-1}^{Dy-1} x(k) \cdot h(n-k); \quad Dy = Dx + 1$$

IMPULZOVÁ CHARAKTERISTIKA $h(n)$ je odpoveď sústavy na vstupný Kroneckerov impulz $\delta(n)$. $\delta(n)=1$ ak $n=0$; $\delta(n)=0$ inak.

PRENOSOVÁ FUNKCIA je transformácia diferenčnej rovnice do Z-roviny, po úpravách dostávame tvar prenosovej funkcie: $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}$

ďalej sa dá napísať ako: (tj. nájdeme korene polynómu čitateľa a menovateľa)

$$H(z) = a_0 \frac{\prod_{i=1}^N (1 - z_{ok} z^{-1})}{\prod_{j=1}^M (1 - z_{xj} z^{-1})}, \quad z_{ok} - \text{nulové body, } z_{xj} - \text{póly}$$

Vlastnosti

1) **Linearita:** Odpoveď LDKI systému na vstupné signály $x_1(n)$ a $x_2(n)$ je:

$$y_1(n) = H\{x_1(n)\}, \quad y_2(n) = H\{x_2(n)\}$$

Odpoveď LDKI systému je lineárna kombinácia viacerých odpovedí.

2) **Časová invariantnosť:** $y(n) = H\{x(n)\}$. Ak je na vstupe $x_1(n) = x(n-k)$ - časový posun signálu $x(n)$ o k taktov, potom $y_1(n) = H\{x_1(n)\} = H\{x(n-k)\} = y(n-k)$

3) **Kauzalita:** systém je kauzálny ak výstupný signál $y(n)$ pre $n=n_0$ je závislý iba od vstupného signálu $x(n)$ pre všetky $n \leq n_0$. Impulzová charakteristika je nulová pre všetky $n < 0$

4) **Stabilita:** systém je stabilný ak platí: $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$

Frekvenčné charakteristiky

Magnitúdová frekv.charakteristika : absolútna hodnota frekv. charakteristiky

$$|H(\Omega)| = \sqrt{\text{Re}\{H(\Omega)\}^2 + \text{Im}\{H(\Omega)\}^2} = M(\Omega)$$

Fázová frekv.charakteristika:

$$\varphi(\Omega) = \arctan \frac{\text{Im}\{H(\Omega)\}}{\text{Re}\{H(\Omega)\}}$$

Vplyv koreňov na priebeh charakteristík:

1. reálny koreň ako nulový bod

$$H(z) = (1 - z_{ok} z^{-1}), \quad \text{kde } z = e^{j\Omega}$$

$$H(\Omega) = (1 - Z_{0k} e^{-j\Omega}) = 1 - Z_{0k} \cos\Omega + jZ_{0k} \sin\Omega$$

$$M(\Omega) = \sqrt{(1 - Z_{0k} \cos\Omega)^2 + (Z_{0k} \sin\Omega)^2}$$

$$\varphi(\Omega) = \arctg \frac{Z_{0k} \sin\Omega}{1 - Z_{0k} \cos\Omega}$$

Magnitúdová charakteristika má recipročný priebeh: maximum sa mení na minimum a naopak

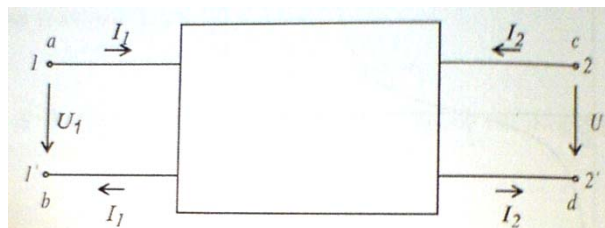
Konvolúcia

- Výstupný signál $y(n)$ sústavy s impulzovou charakteristikou $h(n)$ a vstupným signálom $x(n)$:
-
- $y(n) = \sum_{k=0}^{Dy-1} x(k) \cdot h(n-k) = x(n) * h(n)$, kde $Dy = Dx + Dn - 1$
- Dy – dĺžka výstupného signálu
- Dx – dĺžka vstupného signálu
- Dn – dĺžka impulzovej charakteristiky

Platí komutatívny zákon, asociatívny zákon a distributívny zákon

Analýza dvojbrán, maticové charakteristiky

Základná podmienka teórie dvojbrán: dvojicami svoriek jednotlivých brán prechádza rovnaký prúd. Vid'. Obr. dole.



- Delenie:**
- **pasívne** (rezistor, kapacitor, induktor vo vnútornej štruktúre)
 - **aktívne** (okrem pasívnych aj nezávislé alebo riadené zdroje)
 - **neautonómne** (riadené zdroje, tranzistory, OZ)
 - **autonómne** (nezávislý zdroj elekt. energie)

Maticové charakteristiky: definujú systémové vlastnosti dvojbrán.

Vzájomným spájaním dvojbrán v praxi rozlišujeme súčtové a súčinové matice.

Súčtové matice: pri určovaní vlastností zložených dvojbrán výslednú maticu dostaneme zo súčtu matic participujúcich dvojbrán. Obidva bránové prúdy sú orientované do vnútra dvojbrán.

- **Admitančná matica dvojbrány:**

$$\begin{aligned} I_1 &= y_{11}U_1 + y_{12}U_2 \\ I_2 &= y_{21}U_1 + y_{22}U_2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Prvky hlavnej diagonály admitančnej matice Y predstavujú admitancie zo strany vstupu, resp. výstupu, kým prvky mimo diagonály sú prevodové admitancie za predpokladu skratovania vstupnej resp. výstupnej brány.

$$y_{11} = \frac{I_1}{U_1} / U_2 = 0; y_{22} = \frac{I_2}{U_2} / U_1 = 0$$

$$y_{12} = \frac{I_1}{U_2} / U_1 = 0; y_{21} = \frac{I_2}{U_1} / U_2 = 0$$

- Analogicky možno definovať **impedančnú maticu dvojbrány**:

$$\begin{aligned} U_1 &= z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ U_2 &= z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Prvky hlavnej diagonály impedančnej matice Z predstavujú impedancie zo strany vstupu, resp. výstupu, kým prvky mimo diagonály sú prevodové impedancie za predpokladu vstupu resp. výstupu brány naprázdno.

- **Hybridná matica dvojbrány (Serio-paralelná matica)**

$$\begin{aligned} U_1 &= h_{11}I_1 + h_{12}U_2 \\ I_2 &= h_{21}I_1 + h_{22}U_2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

h_{11} - vstupná impedancia dvojbrány ak vstupné svorky skratované

h_{12} - bezrozmerná veličina, prevod napätia, ak vstup naprázdno

h_{21} - prevod prúdu, ak výstup dvojbrány je skratovaný

h_{22} – admitancia dvojbrány zo strany výstupu, ak vstup dvojbrány je naprázdno.

Súčinové matice (kaskádove spojenie): spojenie výstupu dvojbrány so vstupom nasledujúcej dvojbrány. Zmena orientácie prúdu I_2 von z dvojbrány.

- **Kaskádová matica:**

$$\begin{aligned} U_1 &= a_{11}U_2 + a_{12}I_2 \\ I_1 &= a_{21}U_2 + a_{22}I_2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Prvky kaskádovej matice A na hlavnej diagonály predstavujú bezrozmerný prevod napätia a prúdu, kým prvky mimo hl. diagonály sú prevodovou impedanciou pri výstupe nakrátko resp. prevodovou admitanciou pri výstupe naprázdno.

Za predpokladu zmeny orientácie vstupného prúdu I_1 , hovoríme o tzv. **spätnej kaskádovej matici [B]**:

$$\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

Na výpočet všetkých 6 matíc charakterizujúcich dvojbránu nám stačí poznať len jednu zvyšne vieme vypočítať podľa nasledujúcej tabuľky:

	Y	Z	H	K	A	B
Y	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{ Z } \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & H \end{bmatrix}$	$\frac{1}{k_{22}} \begin{bmatrix} K & k_{12} \\ -k_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{12}} \begin{bmatrix} a_{22} & - A \\ -1 & a_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{12}} \begin{bmatrix} b_{11} & -1 \\ - B & b_{22} \end{bmatrix}$
Z	$\frac{1}{ Y } \begin{bmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ -y_{21} & y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{22}} \begin{bmatrix} H & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{k_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -k_{12} \\ k_{21} & K \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{21}} \begin{bmatrix} a_{11} & A \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{21}} \begin{bmatrix} b_{22} & 1 \\ B & b_{11} \end{bmatrix}$
H	$\frac{1}{y_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -y_{12} \\ y_{21} & Y \end{bmatrix}$	$\frac{1}{z_{22}} \begin{bmatrix} Z & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{ K } \begin{bmatrix} k_{22} & -k_{12} \\ -k_{21} & k_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{22}} \begin{bmatrix} a_{12} & A \\ -1 & a_{21} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{11}} \begin{bmatrix} b_{12} & 1 \\ - B & b_{21} \end{bmatrix}$
K	$\frac{1}{y_{22}} \begin{bmatrix} Y & y_{12} \\ -y_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{z_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -z_{12} \\ z_{21} & Z \end{bmatrix}$	$\frac{1}{ H } \begin{bmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{11}} \begin{bmatrix} a_{21} & - A \\ 1 & a_{12} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b_{22}} \begin{bmatrix} b_{21} & -1 \\ B & b_{12} \end{bmatrix}$
A	$\frac{-1}{y_{21}} \begin{bmatrix} y_{22} & 1 \\ Y & y_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{z_{21}} \begin{bmatrix} z_{11} & Z \\ 1 & z_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{h_{21}} \begin{bmatrix} H & h_{11} \\ h_{22} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{k_{21}} \begin{bmatrix} 1 & k_{22} \\ k_{11} & K \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{ B } \begin{bmatrix} b_{22} & b_{12} \\ b_{21} & b_{11} \end{bmatrix}$
B	$\frac{-1}{y_{12}} \begin{bmatrix} y_{11} & 1 \\ Y & y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{z_{12}} \begin{bmatrix} z_{22} & Z \\ 1 & z_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{12}} \begin{bmatrix} 1 & h_{11} \\ h_{22} & H \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{k_{12}} \begin{bmatrix} K & k_{22} \\ k_{11} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{ A } \begin{bmatrix} a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

Reaktančné filtre

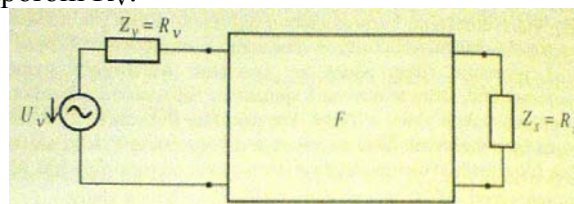
- ide o reaktančnú dvojbránu, ktorá je pripojená k zdroju, najčastejšie napäťovému, ktorý má definovanú vnútornú impedanciu Z_v , a je zakončená zaťažovacou impedanciou Z_s . Tieto impedancie sú spravidla ohmického charakteru, teda $Z_v = R_v$ a $Z_s = R_s$. Toto platí pre nesymetrické dvojbrány ak máme symetrické tak sa zakončovacie impedancie rovnajú a platí: $R_v = R_s = R$.

Vzhľadom na to že ide o dvojbránu charakterizujú ju obvodové funkcie a najdôležitejší parameter pri reaktančných filtroch je: *prevádzkový činiteľ prenosu* $G(p)$ – charakterizuje vlastnosti samotnej dvojbrány, zohľadňuje aj vnútornú impedanciu zdroja Z_v a zaťažovaciu impedanciu Z_s .

Z prevádzkového činiteľa prenosu $G(p)$ možno priamo vypočítať prevádzkové tlmenie $a(p)$. Definuje ho vzťah:

$$a = \ln|G| = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{P_{\max}}{P_2} \right) \quad \text{kde} \quad P_{\max} = \frac{U_v^2}{4R_v}$$

P_{\max} – výkon, ktorý je schopný dodať napäťový zdroj s napätím U_v a s vnútorným odporom R_v , ak ho zakončíme odporom R_v .



Obr. Zapojenie reaktančného filtra

V prípade, že spojíme zdroj priamo so spotrebičom (vypustenie dvojbrány a priamo pripojeny R_s), môžeme určiť P_2 :

$$P_2 = U_v^2 \frac{R_s}{(R_s + R_v)^2}$$

Kde P_2 je činný výkon, ktorý je schopný dodať ten istý výkon napäťový zdroj, ak ho zakončíme odporom R_s . Po dosadení po pôvodného vzťahu:

$$a = \ln \left(\frac{R_s + R_v}{2\sqrt{R_s + R_v}} \right) - \text{tlmenie pri priamom spojení zdroja a spotrebiča.}$$

Ak zapojíme dvojbránu medzi zdroj a spotrebič:

- reaktančná dvojbrána zmenší výkon P_2 dodávaný do spotrebiča. To znamená že dvojbrána má nejaké tlmenie $a(p)$.
- reaktančná dvojbrána preniesie do spotrebiča max. výkonu P_{max} , pretože impedančné prispôsobí zdroj spotrebiču. Dvojbrána sa správa ako ideálny transformátor s prevodom $n = \sqrt{R_v / R_s}$.

FIR systémy a lineárna fázová charakteristika

FIR(konečná impulzová odpoveď) filtre nemajú obdoby v analógovej technike a sú produktom digitálneho spracovania signálov. Digitálne FIR majú niekoľko výhodných vlastností, vďaka ktorým sú používané v spracovaní digitálnych signálov. Základnou výhodnou vlastnosťou je možnosť realizácie lineárnej fázovej frekvenčnej char.(koeficienty musia byť symetricky usporiadané). Ďalšími výhodnými vlastnosťami sú:

- absolútna stabilita (všetky póly sú v počiatku alebo vnútri jednotkovej kružnice)
- jednoduchá implementácia použitím transversálnej štruktúry
- použitie implementácie vo frek. oblasti použitím DFT

Jedinú nevýhodu majú v oveľa náročnom výpočte v porovnaní s IIR.

Prenosovú funkciu FIR filtra dostaneme Z-transformáciou z jeho impulznej odpovede:

$$h(n) = \sum_{i=0}^N b_i \delta(n-i) = b_n \quad \text{pre } n = 0 \dots N \rightarrow H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^N b_n z^{-n}$$

kde N je rád filtra.

Frekvenčná charakteristika prenosovej funkcie FIR filtra s lin. fázovou frekvenčnou charak.:

$$H(e^{j\Theta}) = \sum_{n=0}^N h(n)e^{jn\Theta} \rightarrow H(e^{j\Theta}) = A(\Theta)e^{j\Phi(\Theta)}$$

$A(\Theta)$ je amplitúdová frekvenčná charak. a $\Phi(\Theta)$ je spojitá fázová frekvenčná charak.

IIR systémy:

IIR (nekonečná impulzová odpoveď) filtre používajú pre realizáciu rekurzívne štruktúry(t.j. štruktúry so spätnou väzbou), je to potrebné vzhľadom na ich charakter. Na rozdiel od FIR filtrom IIR môžu byť analógové a aj digitálne. Najjednoduchší analógový IIR je RC filter. Digitálne sú zväčša riešene výstupnou spätnou väzbou. Vo väčšine prípadov platí že digitálne sú implementované ako prvé a keď sa použijú analógové (ako Čebysev, Butterworth) tak sú následne konvertované do digitálnych použitím diskretizačných techník.

V praxi sú IIR filtre rýchle a lacné ale za cenu slabšej pásmovej filtrácie, stability a presnosti lineárneho priebehu fázovej charak. v porovnaní s FIR.

Výhody: - oproti FIR majú nízky rád prenosovej funkcie, -malé oneskorenie pri spracovaní vstupnej vzorky, -malé nároky na pamäť, k digitálnemu filteru existuje analógový ekvivalent

Prenosová funkcia:

$$y(n) = \frac{1}{a_0} (b_0 x(n) + \dots + b_p x(n-p) - a_1 y(n-1) - \dots - a_q y(n-q)) - \text{impulzná odozva na vstup}$$

$$y(n) = \frac{1}{a_0} \left(\sum_{i=0}^p b_i x(n-i) - \sum_{j=0}^q a_j y(n-j) \right) \rightarrow \sum_{j=0}^q a_j y(n-j) = \sum_{i=0}^p b_i x(n-i)$$

$$\sum_{j=0}^q a_j z^{-j} Y(z) = \sum_{i=0}^p b_i z^{-i} X(z) \quad \rightarrow \quad H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^p b_i z^{-i}}{1 + \sum_{j=0}^q a_j z^{-j}}$$