

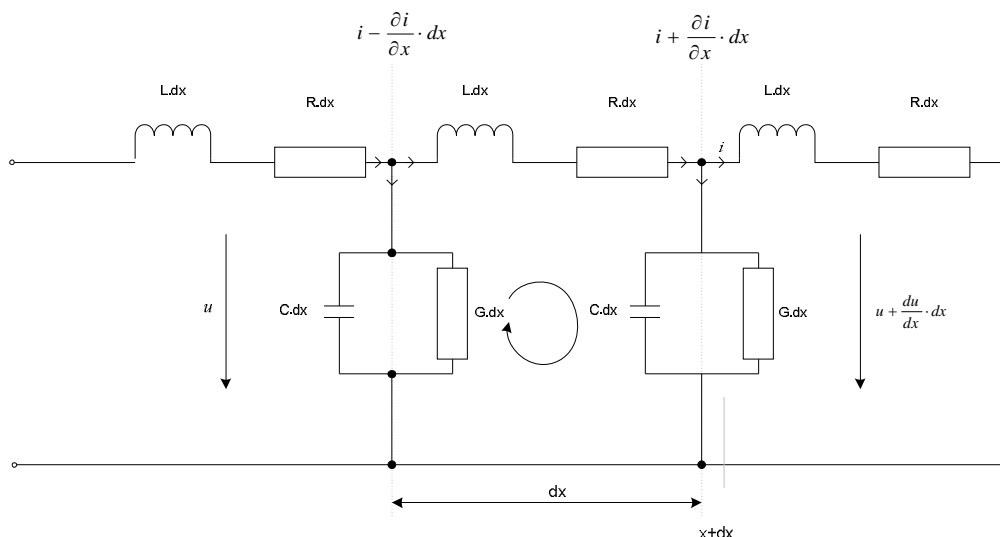
1. Teória homogénnych vedení

Homogénnym vedením nazývame také vedenie, ktoré má v každom svojom ľubovoľne krátkom elemente rovnaké vlastnosti v celej svojej dĺžke.

Vyjadrujeme ich pomocou primárnych konštánt:

- R** – odpor vedenia na jednotku dĺžky
- G** – izolačná vodivosť na jednotku dĺžky
- L** – indukčnosť vedenia na jednotku dĺžky
- C** – kapacita vedenia na jednotku dĺžky

Vedenie si môžeme rozdeliť na elementárne úseky dĺžky dx , potom náhradná schéma homogénneho vedenia v nesymetrickom tvare:



Vidíme, že napätie a prúd sú funkciou dvoch premenných a to: času t a vzdialenosti x . Z tohto dôvodu je potrebné vyšetrovať závislosť napätia od vzdialenosti x od začiatku vedenia v danom časovom okamihu t .

Pre schému homogénneho vedenia v nesymetrickom tvare potom platia rovnice podľa prvého a druhého Kirchhoffovho zákona:

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx - u + R \cdot i \cdot dx + L \frac{\partial i}{\partial t} dx = 0 \quad (1)$$

$$i - \frac{\partial i}{\partial x} dx - i - G \cdot u \cdot dx - C \frac{\partial u}{\partial t} dx = 0 \quad (2)$$

Úpravou rovníc (1) a (2) dostaneme parciálne diferenciálne rovnice:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R \cdot i + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G \cdot u + C \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4)$$

Derivujeme rovnicu (1) podľa x a rovnicu (2) podľa t a dostaneme:

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R \cdot \frac{\partial i}{\partial x} + L \frac{\partial^2 i}{\partial x \cdot \partial t} \quad (5)$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x \cdot \partial t} = G \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

Do rovnice (5) dosadíme (4) a (6) a analogicky pre rovnicu (6) nakoniec dostávame *telegrafné rovnice*:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L \cdot C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (L \cdot G + R \cdot C) \frac{\partial u}{\partial t} + R \cdot G \cdot u \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L \cdot C \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (L \cdot G + R \cdot C) \frac{\partial i}{\partial t} + R \cdot G \cdot i \quad (8)$$

Za predpokladu harmonického napájania vedenia v ustálenom stave v rovniciach (3) (4), za využitia výhod pravidiel komplexného počtu a dosadením substitúcií:

$$\begin{aligned} u \equiv u(x,t) &\rightarrow U_m(x) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = U & i \equiv i(x,t) &\rightarrow I_m(x) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = I \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial i}{\partial x} &= \frac{\partial I}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= j \cdot \omega \cdot U & \frac{\partial i}{\partial t} &= j \cdot \omega \cdot I \end{aligned}$$

do rovníc (3) a (4) dostávame:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial U}{\partial x} &= (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot I & -\frac{\partial I}{\partial x} &= (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot U \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot U \end{aligned}$$

Vzťah $(R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C)$ predstavuje druhú mocninu *špecifickej komplexnej miery prenosu*, ktorej reálna časť α vyjadruje *špecifickú vlnovú mieru tlmenia* a imaginárna časť β *špecifickú vlnovú mieru fázového posuvu*, teda:

$$\gamma = \sqrt{(R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot (G + j \cdot \omega \cdot C)} = \alpha + j \cdot \beta$$

Po dosadení komplexnej miery prenosu do rovníc (5) a (6) dostaneme diferenciálne rovnice druhého rádu s konštantnými koeficientmi:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \gamma^2 \cdot U = 0 \quad \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \gamma^2 \cdot I = 0$$

Ich riešením sú rovnice homogénneho vedenia:

- V komplexnom tvare: $U = \frac{1}{2}(U_1 + Z \cdot I_1) \cdot e^{-\gamma \cdot x} + \frac{1}{2}(U_1 - Z \cdot I_1) \cdot e^{\gamma \cdot x}$ (9)

$$I = \frac{1}{2}\left(\frac{U_1}{Z} + I_1\right) \cdot e^{-\gamma \cdot x} - \frac{1}{2}\left(\frac{U_1}{Z} - I_1\right) \cdot e^{\gamma \cdot x} \quad (10)$$

- V hyperbolickom tvare: $U = U_1 \cosh \gamma \cdot x - Z \cdot I_1 \sinh \gamma \cdot x$

$$I = I_1 \cosh \gamma \cdot x - \frac{U_1}{Z} \sinh \gamma \cdot x$$

Zjednodušenie môžeme tieto rovnice napísať ako súčet postupujúcej a odrazenej vlny:

\mathcal{J}^+ a \mathcal{U}^+ sú postupujúce vlny

\mathcal{J}^- a \mathcal{U}^- sú odrazené vlny.

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}^+ + \mathcal{U}^-$$

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}^+ + \mathcal{J}^-$$

Rovnice (9) a (10) môžeme prepísať na nasledujúci tvar:

$$U = U_m(x) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = A_1 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \phi_1 - \beta \cdot x)} + A_2 \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \phi_2 + \beta \cdot x)}$$

$$I = I_m(x) \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} = B_1 \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \psi_1 - \beta \cdot x)} + B_2 \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j(\omega \cdot t + \psi_2 + \beta \cdot x)}$$

2. Vlnová impedancia

Vlnová impedancia udáva pomer úplného fázora napätia \mathcal{U} a prúdu \mathcal{J} v ľubovoľnom mieste vedenia. (Pomer pri odrazených vlnách prúdu a napätia, postupujúcich vlnách prúdu a napätia, špeciálny prípad $Z_2=Z$)

$$Z = \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{J}} = \frac{\mathcal{U}}{\mathcal{J}_{Z_2=Z}} = \frac{\mathcal{U}^+}{\mathcal{J}^+} = \frac{\mathcal{U}^-}{\mathcal{J}^-}$$

Alebo

Vlnová impedancia vyjadruje vzťah medzi primárnymi a sekundárnymi konštantami vedenia.

$$Z = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = X + jY$$

Vedenie ukončené nakrátko ($Z_2=0$):

$$Z_{1K} = \frac{U_{1K}}{I_{1K}} = Z \operatorname{tg} \gamma l$$

Vedenie ukončené naprázdno ($Z_2 \rightarrow \infty$):

$$Z_{10} = \frac{U_{10}}{I_{10}} = Z \operatorname{cot} \gamma l$$

Z čoho dostaneme celkovú impedanciu nasledovne:

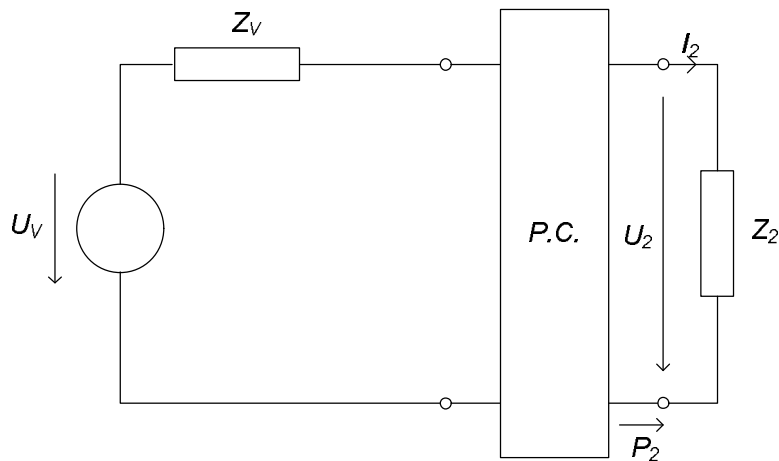
$$Z = \sqrt{Z_{1K} \cdot Z_{10}}$$

3. Prevádzkové tlmenie

Prevádzkové tlmenie je dané ako príslušný logaritmus pomeru zdanlivého výkonu dodávaného do záťaže porovnávacieho zapojenia (P_{op}) k zdanlivému výkonu dodávaného do záťaže meracieho objektu (P_2).

$$a_p = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{OP}}{P_2} [Np]$$

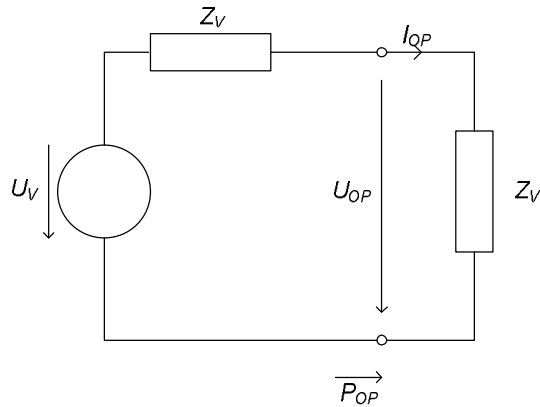
$$a_p = 10 \cdot \log \frac{P_{OP}}{P_2} [dB]$$



Obr. 3.1: Merací objekt

Zo schémy pre merací objekt dostaneme:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{Z_2}$$



Obr. 3.2: Porovnávacie zapojenie

Z porovnávacieho zapojenia dostaneme:

$$U_{OP} = \frac{1}{2}U_V; P_{OP} = \frac{U_{OP}^2}{Z_V}$$

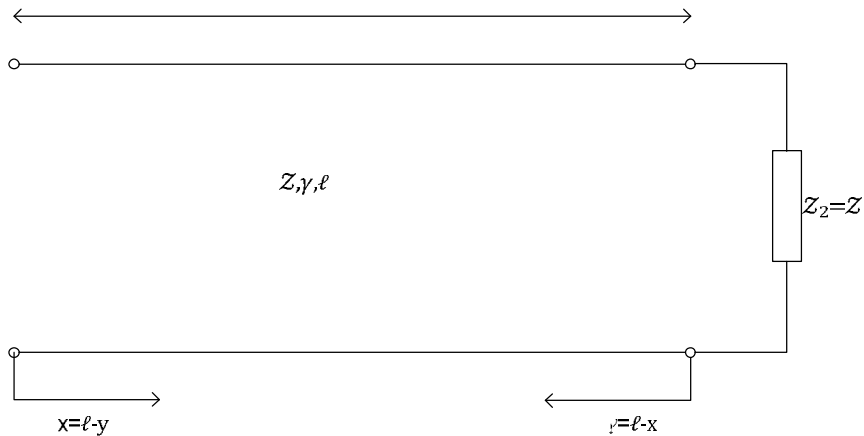
Úpravou vzorca prevádzkového tlmenia dostaneme:

$$\begin{aligned} a_p &= 10 \cdot \log \frac{P_{OP}}{P_2} = 10 \cdot \log \frac{\frac{U_{OP}^2}{Z_V}}{\frac{U_2^2}{Z_2}} = 10 \cdot \log \frac{U_{OP}^2 \cdot Z_2}{U_2^2 \cdot Z_V} = 10 \cdot \log \frac{U_{OP}^2}{U_2^2} + 10 \cdot \log \frac{Z_2}{Z_V} \\ &= 20 \cdot \log \frac{U_{OP}}{U_2} + 10 \cdot \log \frac{Z_2}{Z_V} = \underbrace{20 \cdot \log \frac{U_V}{2 \cdot U_2}}_{a_0} + \underbrace{10 \cdot \log \frac{Z_2}{Z_V}}_{k_p} \end{aligned}$$

kde, k_p je korekčný člen.

4. Teória viacnásobných odrazov

Odrazy na vedení vznikajú v dôsledku nehomogenít na vedení (rôzne Z). Veľkosť odrazených vln napätia U a prúdu J závisí od pomeru impedancií Z' a Z'' v mieste, kde vznikla nehomogenita.



Postupujúca vlna napätia:

$$u^+ = \frac{1}{2}(u_1 + ZI_1)e^{-\gamma x} = \frac{1}{2}(u_2 + ZI_2)e^{\gamma y}$$

Odrazená vlna napätia:

$$u^- = \frac{1}{2}(u_1 - ZI_1)e^{\gamma x} = \frac{1}{2}(u_2 - ZI_2)e^{-\gamma y}$$

Činiteľ odrazu – pomer fázoru odrazenej vlny k fázoru postupujúcej v ľubovoľnom mieste vedenia

$$r = \frac{u^-}{u^+} = \frac{\frac{1}{2}(u_2 - ZI_2)e^{-\gamma y}}{\frac{1}{2}(u_2 + ZI_2)e^{\gamma y}} = \frac{u_2 - ZI_2}{u_2 + ZI_2} e^{-2\gamma y}$$

Činiteľ odrazu na konci vedenia ($y=0$):

$$r_k = \frac{u_2 - ZI_2}{u_2 + ZI_2} = \frac{Z_2 I_2 - ZI_2}{Z_2 I_2 + ZI_2} = \frac{Z_2 - Z}{Z_2 + Z}$$

Činiteľ odrazu homogénneho vedenia zakončeného všeobecnou impedanciou Z_2 v ľubovoľnom mieste vedenia vo vzdialenosti y od konca vedenia:

$$r = r_k \cdot e^{-2\gamma y}$$

1) Totálna reflexia – úplný odraz – odrazená vlna je rovnaká ako postupujúca ($|r_k|=1$):

$$Z = X + jY; \quad Z_2 = X_2 + jY_2$$

$$|r_k|^2 = \left(\frac{Z_2 - Z}{Z_2 + Z} \right)^2 = \frac{(X_2 - X)^2 + (Y_2 - Y)^2}{(X_2 + X)^2 + (Y_2 + Y)^2} = 1$$

- $X_2=0; Y_2=0 \Rightarrow Z_2=0$ – vedenie nakrátko
- $X_2 \rightarrow \infty; Y_2 \rightarrow \infty \Rightarrow Z_2 \rightarrow \infty$ - vedenie naprázdno
- $X_2=0; Y_2=0$ – bezstratové homogénne vedenie ($\alpha=0; R=G=0$)

2) Odrazená vlna bude mať väčšiu hodnotu ako vlna vstupujúca ($|r_k| > 1$):

$$(X_2 - X)^2 + (Y_2 - Y)^2 > (X_2 + X)^2 + (Y_2 + Y)^2$$

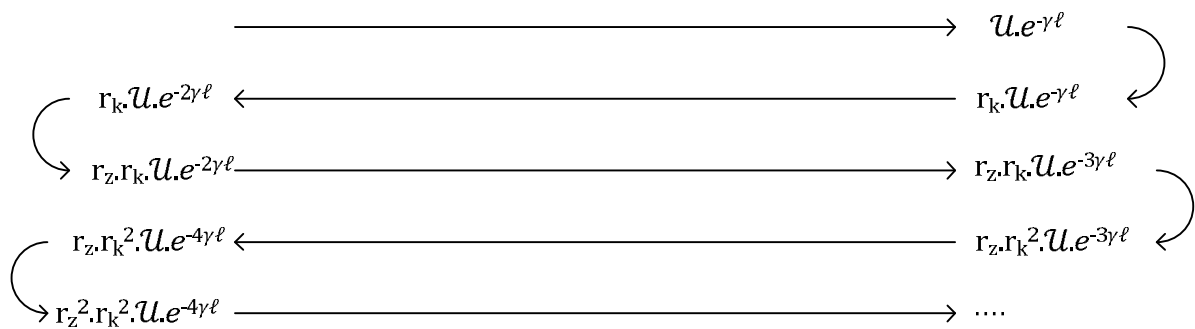
$$X_2 = 0; Y_2 = -k \cdot Y; k \in \mathbb{R}^+$$

$$X^2 + (1 + k)^2 Y^2 > X^2 + (1 - k)^2 Y^2$$

Vyjadrenie rovníc homogénneho vedenia pomocou koeficientu odrazu:

$$u_y = \frac{1}{2}(u_2 + ZJ_2)e^{\gamma y} + \frac{1}{2}(u_2 - ZJ_2)e^{-\gamma y} = \frac{1}{2}(u_2 + ZJ_2)e^{\gamma y} \cdot (1 + r_k e^{-2\gamma y})$$

Viacnásobné odrazy – vlna odrazená z konca vedenia po príchode na začiatok vedenia, narazí opäť na zmenu prostredia, nastáva ďalší odraz.



$$u_1 = u_2 \cdot \cosh \gamma l + ZJ_2 \sinh \gamma l$$

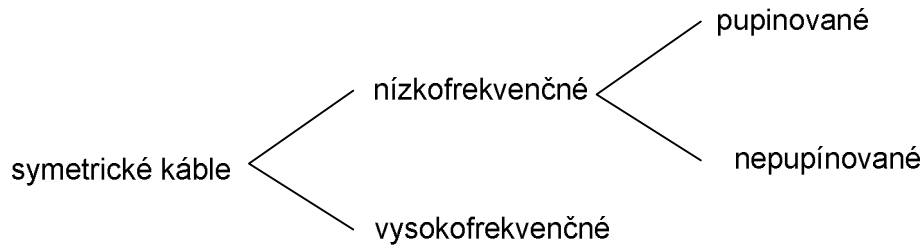
Dodatok:

Činiteľ odrazu prúdu:

$$r_i = \frac{J^-}{J^+} = \frac{-\frac{1}{2}\left(\frac{u_2}{Z} - J_2\right)e^{-\gamma y}}{\frac{1}{2}\left(\frac{u_2}{Z} + J_2\right)e^{\gamma y}} = -\frac{u_2 - ZJ_2}{u_2 + ZJ_2}e^{-2\gamma y} = -r$$

5. Konštrukcia a typy telekomunikačných symetrických vedení a prenosové charakteristiky

Kábel je sústava izolovaných vodičov chránená plášťou, prípadne ďalším obalom proti vonkajším vplyvom, ktoré by mohli ohroziť jeho funkciu slúžiacu na prenos elektrického prúdu. Káble sú symetrické elektricky.



Pupinácia slúži na zmenšenie tlmenia.

Káblová duša – sústava prvkov stáčaných v protismerných kocetrických (spoločný stred) polohách (vrstvách).

Ochranný obal – chráni dušu kábla pred mechanickým poškodením, proti vnikaniu vlhkosti, pred nebezpečnými napätiami indukovanými do nej z vedení vvn a trakčných systémov, pred rušením z okolia

Jadro – časť kábla, ktorý vedie prúd.

Žila – izolované jadro

Prvok – základný konštrukčný element kábla, ktorý môže byť: pár, tienový pár, krížová štvorka.

Pár – dve združené žily.

Štvorka – štyri združené žily.

Počítací prvok – prvok osobitne označený, ktorý sa v polohe považuje za prvý.

Smerový prvok – prvok osobitne označený, ktorý sa v polohe považuje za druhý.

Poloha – sústava prvkov uložených v jednej vrstve, sústredne stočených okolo osi kábla.

Obvodová izolácia – spoločná izolácia všetkých prvkov navinutých po ich stočení do polohy.

Vankúš – je ochranná vrstva medzi oloveným plášťom a pancierom.

Pancier – mechanická ochrana kábla z oceľových pásov alebo drôtov.

Elektrické parametre: R(činný odpor), G(izolačný zvod), L(indukčnosť), C (kapacita)

Činný odpor R

$$R = R_0 + R_{pe} + R_{bl} + R_m = R_1 + R_2 \quad [\Omega/km]$$

R_{pe} – dodatočný odpor slučky kladený vplyvom povrchového (skin) efektu

R_{bl} – dodatočný odpor slučky kladený vplyvom efektu blízkosti

R_m – dodatočný odpor slučky kladený vplyvom vírivých prúdov od susedných vodičov a plášťa

R_0 – odpor slučky kladený jednosmernému prúdu

$$R_0 = \rho \frac{2l}{g} \cdot 10^3 [\Omega/km]$$

ρ – špecifický odpor materiálu vodiča [$\Omega \cdot mm^2/m$], l – dĺžka vodiča, g – prierez vodiča

Indukčnosť L – pomer magnetického toku k prúdu

$$L = \frac{\phi}{J}$$

Kapacita C

$$C = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{U} = \frac{p \cdot \epsilon_r}{\psi \cdot 36 \cdot \ln \frac{a}{r}}$$

Q – náboj, S – plocha, U – napätie, p – koeficient predĺženia, ψ – elektrická vzdialenosť vodičov.

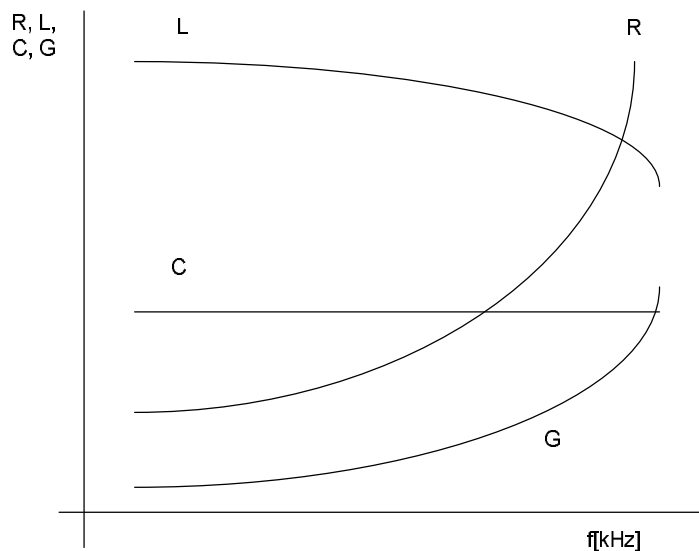
Izolačný zvod G – prevrátená hodnota izolačného odporu. Je charakteristický tepelnými stratami. Zvod pri striedavom prúde je spôsobený polarizáciou dielektrika vplyvom napätia meniaceho sa elektromagnetického poľa.

$$G = G_0 + G_p$$

G_0 – je spôsobená objemovým a povrchovým odporom dielektrika

G_p – je spôsobená dielektrickými zmenami

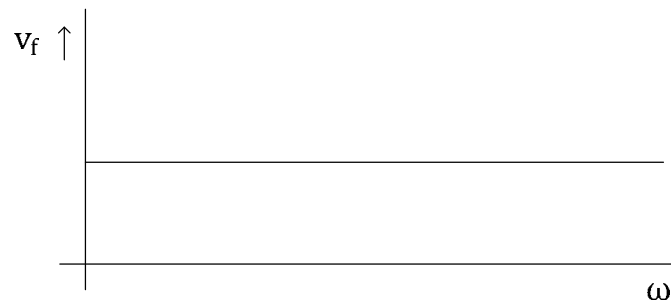
Činný odpor R a izolačný zvod G sú veľmi frekvenčne závislé, zatiaľ čo indukčnosť L a kapacita C v prvom rade závisia od geometrických rozmerov (vzdialenosti, priemeru vodičov).



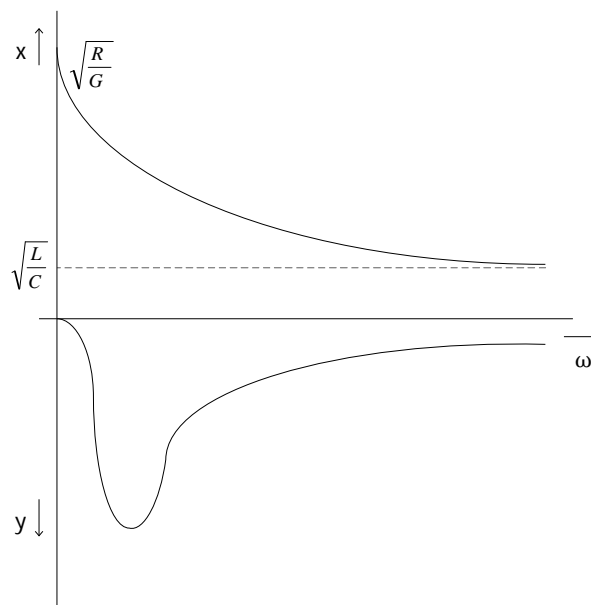
5.1: Závislosť R, L, C, G od frekvencie

Fázová rýchlosť – udáva rýchlosť šírenia určitého stavu fázy po homogénnom vedení, ktoré je bezodrazovo zakončené pri napájaní jedným harmonickým signálom a v ustálenom stave.

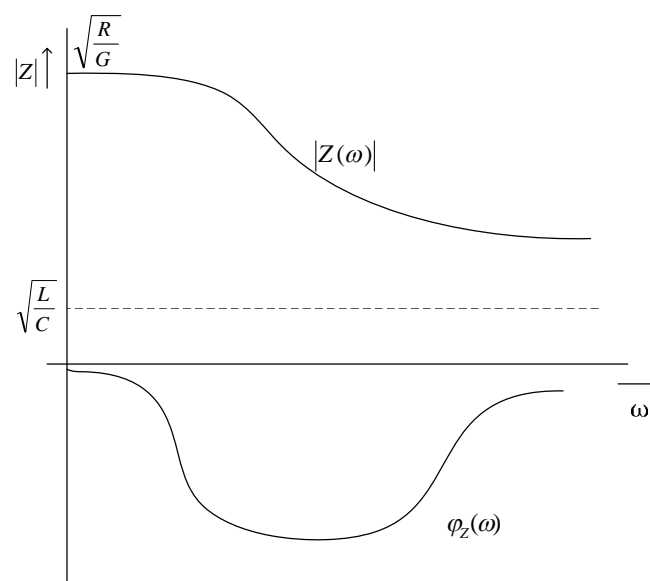
$$v_f = \frac{\omega}{\beta(\omega)} = \frac{\omega \cdot l}{\omega \cdot t_0} = \frac{l}{t_0}$$



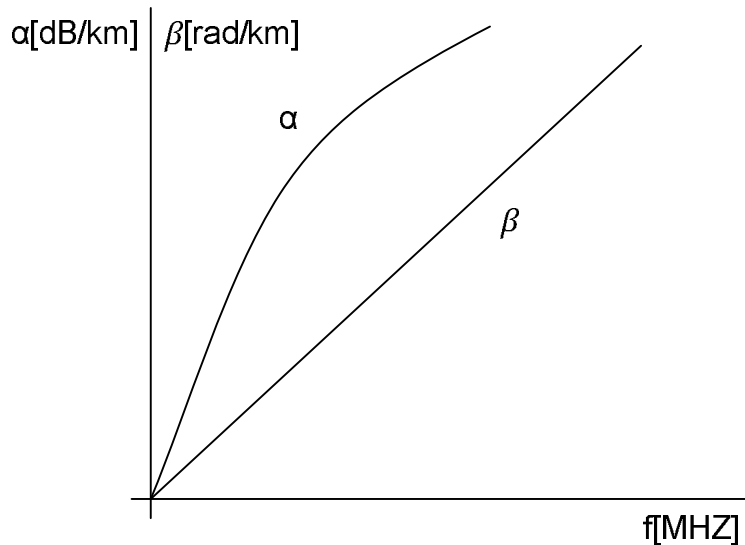
5.1: Priebek fázovej rýchlosti symetrického homogénneho vedenia



5.2: Priebek reálnej a imaginárnej zložky impedancie homogénneho symetrického vedenia



5.2: Priebek modulovej a fázovej charakteristiky homogénneho symetrického vedenia

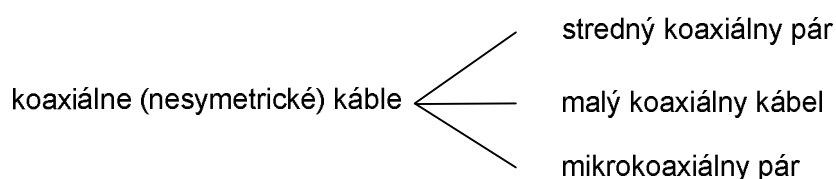


5.3: Priebek konštanty tlmenia a špecifického fázového posuvu

6. Konštrukcia a typy telekomunikačných nesymetrických (koaxiálnych) vedení a prenosové charakteristiky

Koaxiálne páry pozostávajú z vnútorného medeného vodiča, umiestneného prísne súoso vo vnútri vodiča v tvare dutého valca. Pri jednosmernom prúde a v oblasti nízkych kmitočtov stráca koaxiálny kábel význam, preto sa používajú až od frekvencie 60kHz.

Vzájomné pôsobenie elektromagnetických polí vnútorného a vonkajšieho vodiča koaxiálneho páru je také, že vonkajšie pole je rovné nule. Koaxiálne káble majú schopnosť prenášať elektromagnetickú energiu vo veľmi širokom pásme kmitočtov.



Elektrické parametre

Činný odpor R

$$R = R_1 + R_2 = \left(\frac{\rho_1}{\pi \cdot d \cdot t_1} + \frac{\rho_2}{\pi \cdot D \cdot t_2} \right) \cdot 1000 = \frac{\sqrt{\rho \cdot \mu_r \cdot f}}{50} \left[\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right] \cdot 1000$$

R_1 – činný odpor vnútorného vodiča.

R_2 – činný odpor vonkajšieho vodiča

d a D – sú priemery vnútorného a vonkajšieho vodiča

ρ_1 a ρ_2 – špecifický odpor materiálu vnútorného a vonkajšieho vodiča

t_1 a t_2 – ekvivalentná hrúbka prúdovej vrstvy

$$t_1 = \frac{50}{\pi} \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu_{1r} \cdot f}}; \quad t_2 = \frac{50}{\pi} \sqrt{\frac{\rho_2}{\mu_{2r} \cdot f}}$$

⇒ so vzrastajúcim priemerom vodičov (d , D) sa znižuje ich činný odpor.

Indukčnosť L – je od kmitočtu veľmi málo závislá

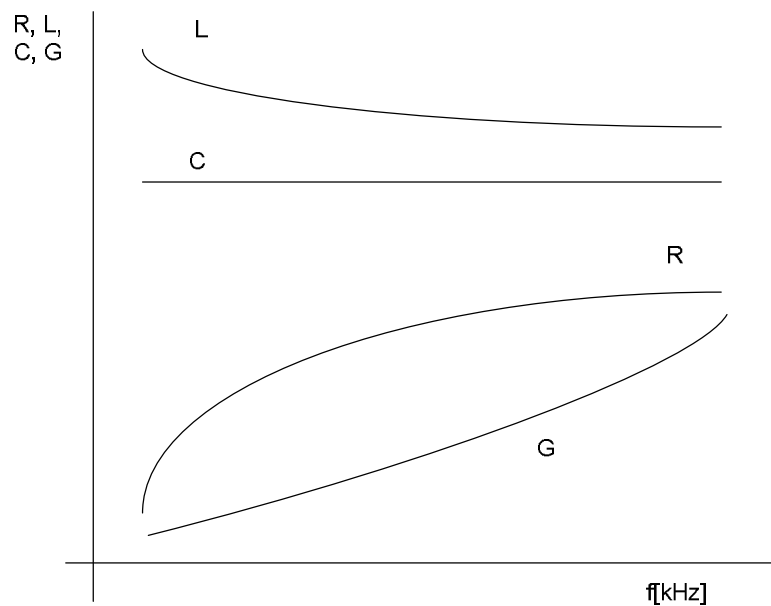
$$L = \frac{\phi}{J}$$

Kapacita C

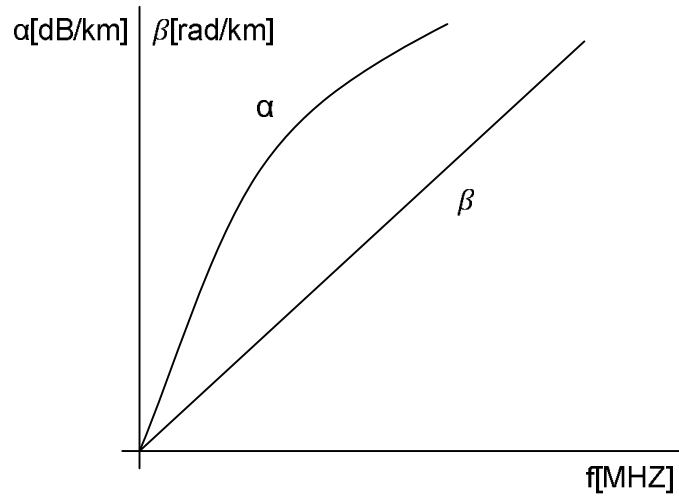
$$C = \frac{Q}{U} = 24,2 \cdot \frac{\epsilon_r D}{\log \frac{D}{d}}$$

Izolačný zvod G – so vzrastajúcim kmitočtom rastie izolačný zvod lineárne

$$G = \omega \cdot C \cdot \operatorname{tg} \delta$$



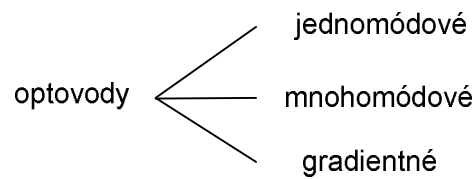
6.1: Závislosť R, L, C, G od frekvencie



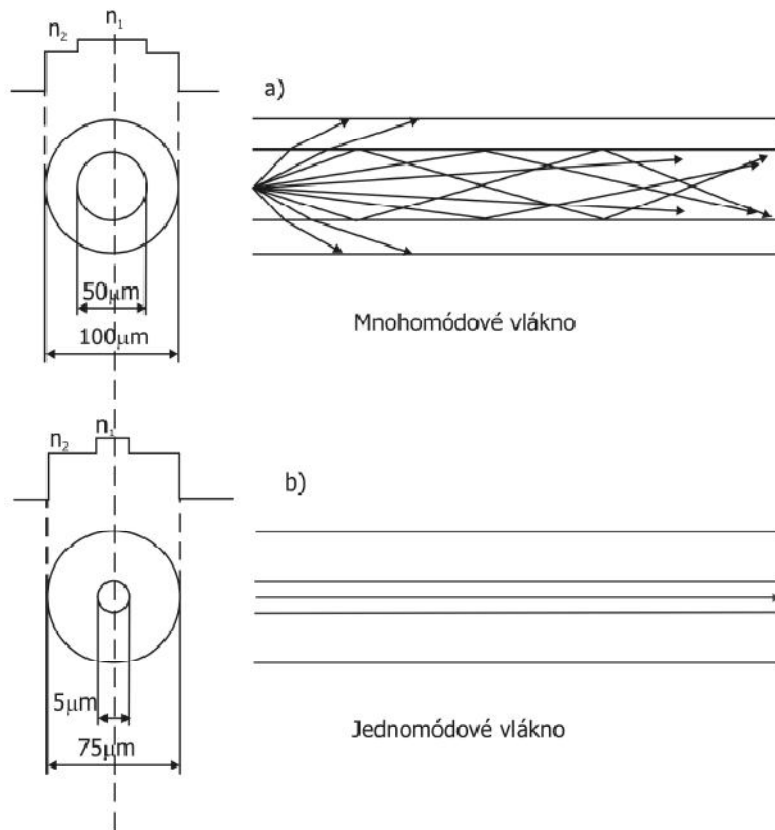
6.2: Priebeh konštanty tlmenia a špecifického fázového posuvu

7. Optické vlnovody, typy, prenosové vlastnosti

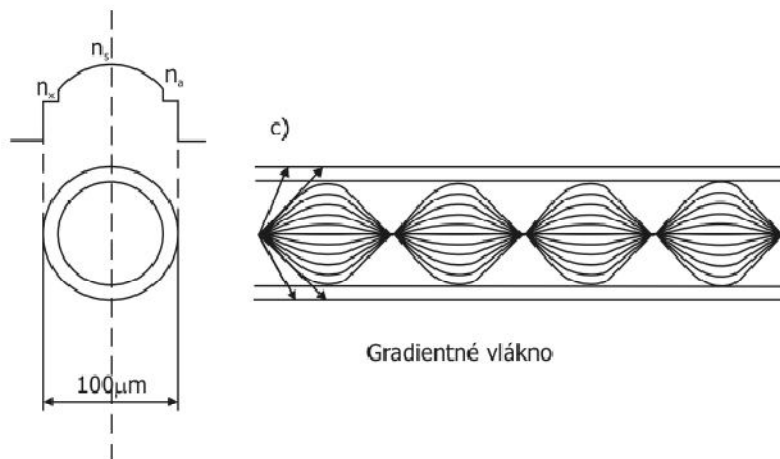
Optovody prenášajú svetelnú energiu na vzdialenosť rádo vo km, a to s veľmi malým tlmením. Umožňujú prenos širokých kmitočtových pásiem.



Jednomódové a mnohomódové vlákna majú konštantný index lomu v radiálnom smere jadra.



Mnohomódové gradientné majú premenný index lomu v radiálnom smere jadra.



Prenosové vlastnosti:

Index lomu

Schnellov zákon

$$n_x \cdot \sin i_x = \text{konšt}$$

Numerická apertúra – je sínus maximálneho uhla α , pod ktorým je ešte možné zo vzduchu naviazať do vlákna lúč optického žiarenia, tak aby neunikol z jadra do plášťa, ale aby bol vedený pozdĺž osi vlákna. $n_1 > n_2$

$$NA = n_0 \cdot \sin \alpha_{max} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Tlmenie – môže nastať pri rozptyle (α_s), absorpcii (α_a), ohybe (α_b)

$$\alpha = \alpha_s + \alpha_a + \alpha_b$$

Disperzia – rozšírenie impulzu, limituje prenosovú rýchlosť

$$D = D_m + D_{ch}$$

- a) módová disperzia – spôsobuje rozšírenie impulzu optického žiarenia vplyvom rozličných dráh módov v mnohomódovom vlákne.

$$D_M = \frac{\Delta t_M}{L}$$

$$\Delta t_M = L^m \cdot \frac{NA^2}{2 \cdot n_1 \cdot c}$$

- b) chromatická disperzia – zapríčiňuje rozšírenie impulzu optického žiarenia tým, že nijaký skutočný zdroj optického žiarenia nevysiela len jednu vlnovú dĺžku, ale širšie alebo užšie spektrum vlnových dĺžok.

$$D_{ch} = D_{mat} + D_v + D_p$$

$$D_{mat} = -\frac{1}{L} \cdot \frac{dtg}{d\lambda}$$

Šírka pásma optických vlákien – optická šírka prenášaného pásma optického vlákna sa rozumie modulačná frekvencia, pri ktorej nastáva na konci vlákna pokles výkonu o 3dB pod hodnotu tlmenia optického vlákna.

$$H = 10 \cdot \log \frac{P_1}{P_2} = 3 \cdot \left(\frac{f}{B}\right)^2$$

H – prenosová funkcia, P_1 - výkon nemodulovaných signálov, P_2 – výkon modulovaných signálov, f – modulačná frekvencia, B – šírka prenášaného pásma

$$B_{opt} = \sqrt{2} \cdot B_{el}$$