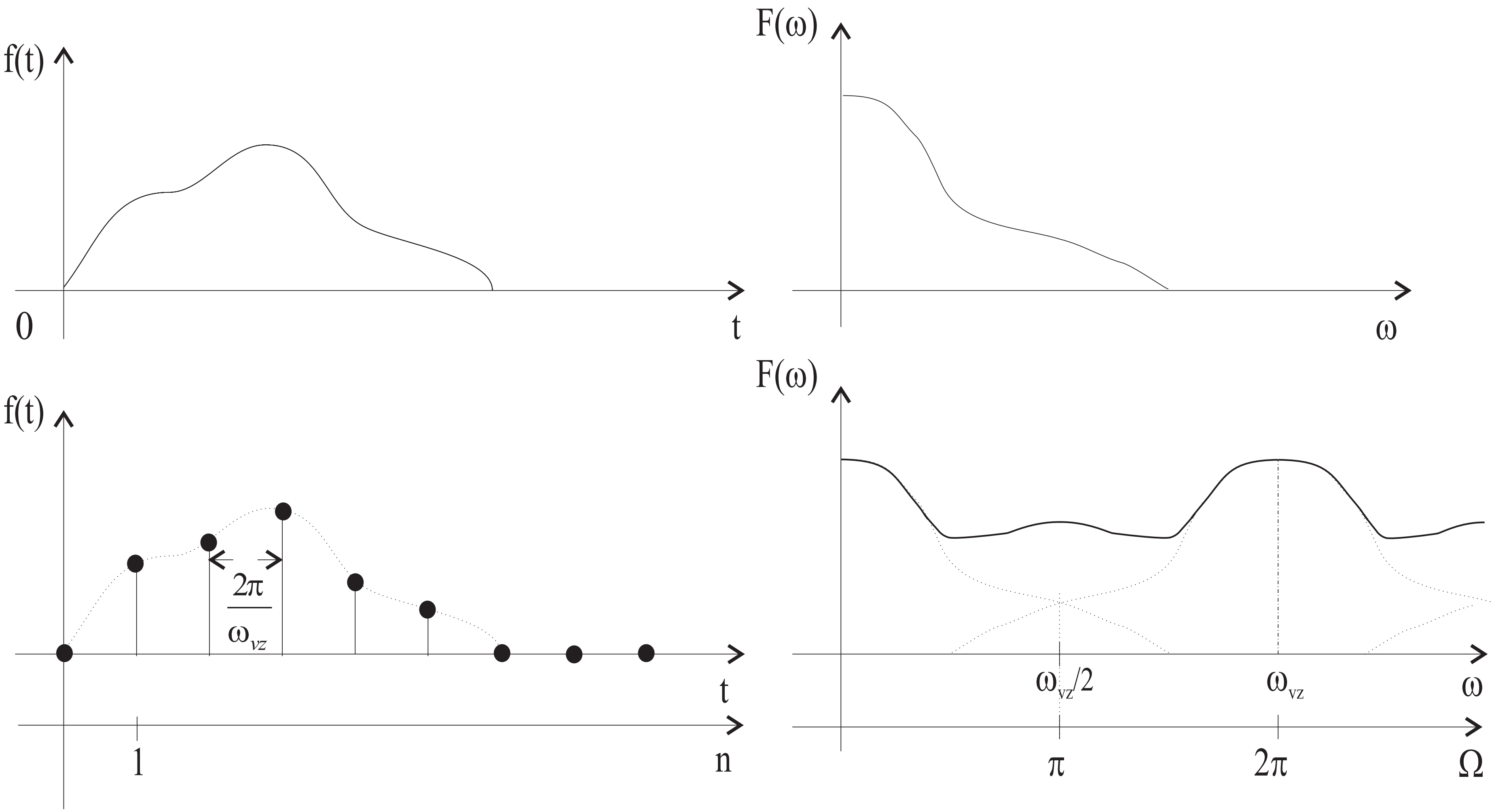
FT a DTFT signálu



$$\Omega = 2\pi\omega / \omega_{vz}$$

Z transformácia:

$$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x(n)z^{-n}, \qquad x(n)\in l^2(z)$$

prenosová funkcia: $X(z)$

Frekvenčná charakteristika prenosovej funkcie: $X(\Omega)$, $\quad z=e^{j\Omega}$

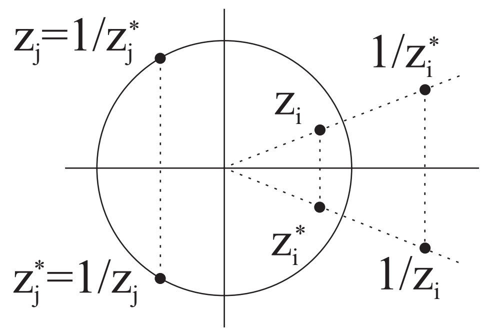
Pomerová uhlová frekvencia: Ω

$$X(\Omega)=\left|X(\Omega)\right|e^{j\phi(\Omega)}=M(\Omega)e^{j\phi(\Omega)}$$

Magnitúdová frekvenčná charakteristika: $M(\Omega)$

Fázová frekvenčná charakteristika: $\phi(\Omega)$

Prenosová funkcia: Nuly, Póly



Lineárna fázová charakteristika

Časová oblasť	*Z-rovina*	*Frekvenčné char.*
$x(n)$	$X(z)$	$X(\Omega)$
$x(n-k)$	$z^{-k}X(z)$	$e^{-j\Omega k}X(\Omega)$
$x(n)*y(n)=\sum_{k} x(n-k)y(k)$	$X(z)Y(z)$	$X(\Omega)Y(\Omega)$
$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$X^{*}(\Omega)=X(-\Omega) \quad ak \quad x(n)\in R$
$(-1)^{n}x(n)$	$X(-z)$	$X(\Omega+\pi)$
$\langle x(k),x(k-n)\rangle$	$X_{*}(z^{-1})X(z)$	$X^{*}(\Omega)X(\Omega)$
$x(Mn)$	$X(z^{1/M})$	$X(\Omega/M)$
$x(n/M)$	$X(z^{M})$	$X(M\Omega)$

Autokorelácia sekvencie

$$p(n) = \langle h(k), h(k-n) \rangle$$

Použitím DTFT dostávame:

$$P(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p(n) e^{-i\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) h^*(k-n) e^{-i\Omega n} = H^*(\Omega) H(\Omega) = \left|H(\Omega)\right|^2$$

Platí:

$$\left|H^*(\Omega)\right| = \left|H(\Omega)\right| \qquad H(\Omega) H(\Omega) \neq \left|H(\Omega)\right|^2$$

$$\left|H(\Omega)^2\right| \neq \left|H(\Omega)\right|^2$$

$P(\Omega)$ **je reálna nezáporná funkcia**

$$P(\Omega) = \left|H(\Omega)\right|^2 \qquad \leftrightarrow \qquad Q(\Omega) = \left|L(\Omega)\right|^2$$

Vyjadrením $P(\Omega) = H^*(\Omega) H(\Omega)$ v Z-rovine dostaneme:

$$P(z) = H_*(z^{-1}) H(z)$$

, kde označenie * znamená konjugáciu koeficientov, nie celej funkcie. Vidíme, že ak z_k je nula $P(z)$ potom nula je aj $1/z_k^*$, t.j. nuly sa vyskytujú iba v pároch. Naviac ak $h(n)$ je reálne, potom $P(z)$ má nuly aj v z_k^* a $1/z_k$.

Platí:

$$P(z) = \alpha \prod_{i=1}^{N_1} \left(\left(1 - z_{1_i} z^{-1}\right)\left(1 - z_{1_i}^* z\right) \right) \prod_{i=1}^{N_2} \left(\left(1 - z_{2_i} z^{-1}\right)\left(1 - z_{2_i}^* z\right) \right)$$

,kde N_1 je počet párov núl na jednotkovej kružnici(platí $|z_{1_i}| = 1$, pár je vlastne dvojnásobný koreň) a N_2 je počet párov núl mimo jednotkovej kružnice (platí $|z_{2_i}| < 1$).

Pre danú $P(z)$ sa vyhovujúce $H(z)$ nazývajú *spektrálne faktory* $P(z)$. Tieto faktory nie su jedinečné, pričom ortogonálne riešenie získame použitím iba jednej nuly z každého páru núl $P(z)$. Tieto riešenia majú rovnakú magnitúdovú charakteristiku, líšia sa iba vo fázovej charakteristike. Dôležité je *riešenie s minimálnou fázou*, t.j. pri vytváraní $H(z)$ použijeme iba nuly v a na jednotkovej kružnici. Potom:

$$H(z) = \sqrt{\alpha}\ \prod_{i=1}^{N_1} \left(1 - z_{1_i} z^{-1}\right) \prod_{i=1}^{N_2} \left(1 - z_{2_i} z^{-1}\right)$$