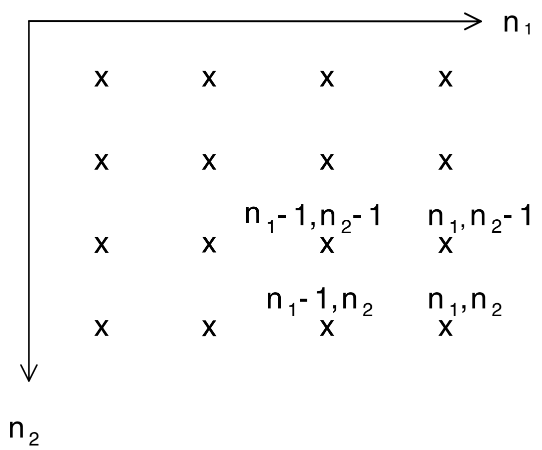
KAPITOLA 4

PREDIKČNÉ METÓDY

Prvým predpokladom úspešnej kompresie údajov je dekorelácia štatistických závislostí vo vstupnom poli [19], [20]. Tak ako pri iných metódach, budeme aj pri predikčných viesť našu snahu k jej splneniu. Pre tento postup je výhodné najprv si preštudovať spôsob, akým sú dekorelované štatistické závislosti pomocou jednorozmernej Hotellingovej transformácie v 2. kapitole. Nasledujúce zamyslenie je totiž len jednoduchým naznačením spôsobu dekorelácie pomocou predikčnej metódy kódovania, či kompresie. Princíp predikčných metód ukážeme na dvojrozmernom poli [19] (obr. 4.1).



Obr. 4.1 Body $x(n_1-1,n_2), x(n_1-1,n_2-1), x(n_1,n_2-1)$ v dvojrozmernom poli, od ktorých je závislý bod $x(n_1,n_2)$

Nech $R(n_1,n_2,m_1,m_2)$ je autokorelačná funkcia reálneho náhodného dvojrozmerného poľa,

$$R(n_1,n_2,m_1,m_2) = E\{x(n_1,n_2)\cdot x^T(m_1,m_2)\} \ . \tag{4.1}$$

Ak máme dosiahnuť dekoreláciu, musíme určiť také pole **X**, ktorého prvky budú spĺňať podmienky štatistickej nezávislosti. Predikčná metóda znamená, že hľadáme taký predikčný údaj $\hat{x}(n_1,n_2)$, aby chyba vzniknutá jeho odpočítaním od kódovaného údaju bola tá časť kódovaného údaju, ktorá je štatisticky nezávislá od ostatných údajov v poli. Vtedy je nekorelovaným údajom poľa. To znamená, že

$$X(n_1,n_2) = x(n_1,n_2) - \hat{x}(n_1,n_2) \ . \tag{4.2}$$

Tento výsledok je možné získať viacerými spôsobmi. Ukážeme si ten najjednoduchší, a to lineárny odhad [19], pretože ten aj čitateľovi so skromnými matematickými vedomosťami dovolí pochopiť princíp tohoto spôsobu kódovania. Na začiatku sme si povedali, že prvok v poli je obvykle závislý od všetkých prvkov. Reálne však najviac závisí od prvkov susedných. Znamená to iba toľko, že obyčajne nám stačí skúmať štatistickú závislosť len od blízkych prvkov a dostatočnú dekoreláciu získame aj pri jednoduchšej technickej realizácii. To však neznamená, že bude úplná. Získanie úplne dekorelovaných dát je však technicky často nerealizovateľné a väčšinou náročnosť výpočtu nezodpovedá výraznému zlepšeniu kvality. Pretože prakticky sa väčšina polí sníma po riadkoch, práve kódovaný prvok je obyčajne práve ostatný. Takto snímané údaje je možné kódovať jednorozmerne, avšak susednými prvkami, ktoré sú najviac korelované sú aj prvky o riadok, či niekoľko riadkov vyššie, a nielen prvky v príslušnom riadku jednorozmernej postupnosti. Ako prebieha kódovanie a čo spôsobí, si ukážeme na jednoduchom príklade kódovania prvku pomocou susedných prvkov podľa obr. 4.1. Prediktor vyjadríme ako lineárnu kombináciu susedných prvkov. Potom

$$\hat{x}(n_1, n_2) = a_1 x(n_1 - 1, n_2) + a_2 x(n_1 - 1, n_2 - 1) + a_3 x(n_1, n_2 - 1)\ . \tag{4.3}$$

Je logické, že rozdiel, ktorý má byť výsledkom kódovania, by mal byť čo najmenší. Budeme teda členy a_i hľadať pomocou minimalizácie strednej kvadratickej odchýlky, a to pri sledovaní jej vplyvu na korelačnú funkciu zo známej podmienky dekorelácie. Sledujeme teda

$$E\left\{[x(n_1, n_2) - \hat{x}(n_1, n_2)]^2\right\}\ . \tag{4.4}$$

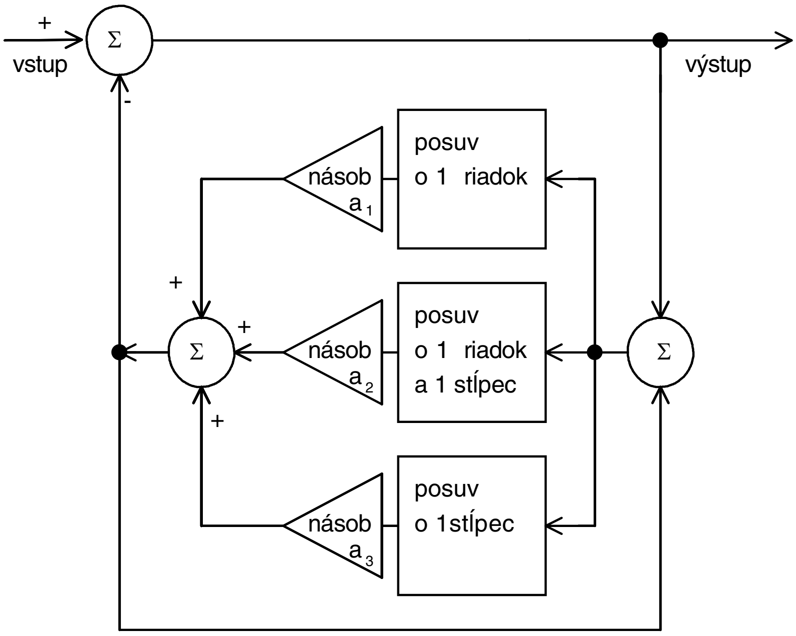
Pretože čitateľovi je určite známe, ako sa deriváciou hľadá minimum a ako sa hľadajú korene lineárnych rovníc, ľahko sa aj sám dopracuje k nasledujúcej sústave rovníc:

$$\begin{aligned}
&a_1 R(n_1 - 1, n_2, n_1 - 1, n_2) + a_2 R(n_1 - 1, n_2 - 1, n_1 - 1, n_2 - 1) + \\
&\qquad a_3 R(n_1, n_2 - 1, n_1 - 1, n_2) = R(n_1, n_2, n_1 - 1, n_2) \\
&a_1 R(n_1 - 1, n_2, n_1 - 1, n_2 - 1) + a_2 R(n_1 - 1, n_2 - 1, n_1 - 1, n_2 - 1) + \\
&\qquad a_3 R(n_1, n_2 - 1, n_1 - 1, n_2 - 1) = R(n_1, n_2 n_1 - 1, n_2 - 1) \\
&a_1 R(n_1 - 1, n_2, n_1, n_2 - 1) + a_2 R(n_1 - 1, n_2 - 1, n_1, n_2 - 1) + \\
&\qquad a_3 R(n_1, n_2 - 1, n_1, n_2 - 1) = R(n_1, n_2, n_1, n_2 - 1)\ .
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Korelačná funkcia býva obyčajne dostatočne presne známa, preto konečná realizácia schémy prediktora je už jednoduchá. Stačí ju poskladať z prvkov, ktoré sú dôverne známe: násobičiek, sčítačiek a posuvných registrov podľa diferenčnej rovnice

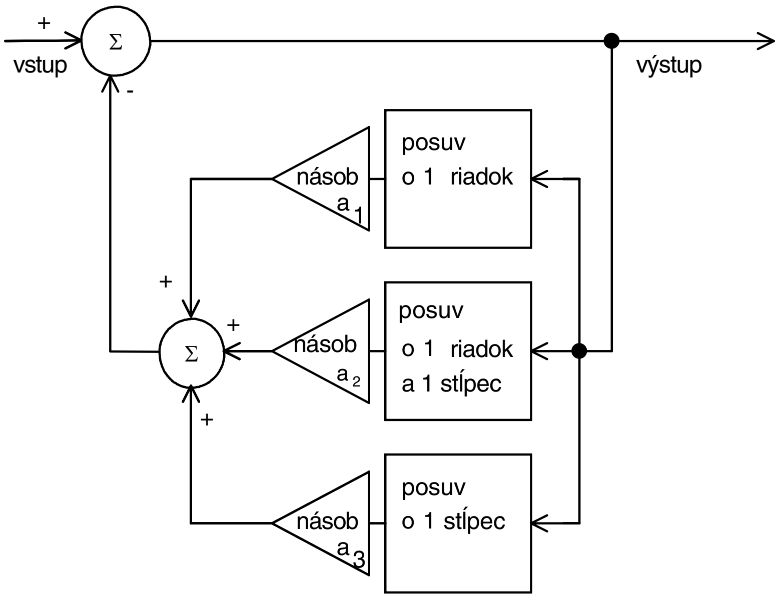
$$X(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) - \hat{x}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) - [a_1 x(n_1 - 1, n_2) + a_2 x(n_1 - 1, n_2 - 1) + a_3 x(n_1, n_2 - 1)]\ . \tag{4.6}$$

Nasledujúci obrázok znázorňuje takýto systém [19].



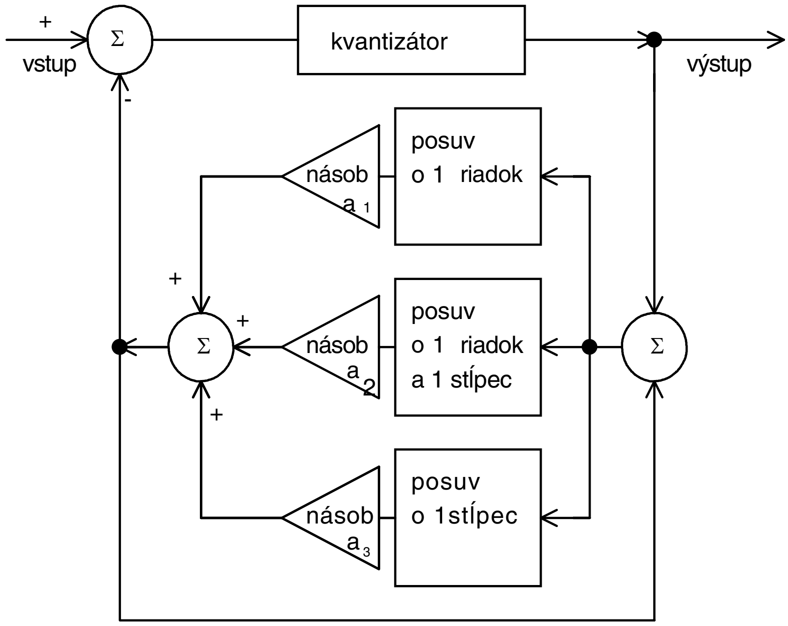
Obr. 4.2 Bloková schéma predikčného kódovania bez kvantizácie

Pre dekódovanie potom môžeme systém navrhnúť napríklad takto [19]:



Obr. 4.3 Bloková schéma predikčného dekódovania

V prípade, že chceme robiť ďalšiu redukciu počtu úrovní pri predikčnom kódovaní, prípadne kódujeme čísla, ktoré majú prakticky nekonečný počet úrovní (napríklad spektrálne zložky), zaradíme do systému niektorý z uniformných, či neuniformných kvantizátorov. Potom dekódovanie sa nemení a kódovanie môžeme prekresliť do nasledujúcej schémy:



Obr. 4.4 Bloková schéma predikčného kódovania s kvantizáciou

Pri týchto systémoch je samozrejme potrebné snímanie obrazu prispôsobiť danému predikčnému kodéru, t.j. predspracovávať po riadkoch snímaný obraz do formy, ktorá dovoľuje spracovanie v prediktore po blokoch. Nie je podmienkou, že kódovaný prvok musí byť práve v pravom dolnom rohu a samozrejme nemusí byť kódovaný prvkami, vpísanými do štvorcovej matice. Tvar spracovávaného bloku by mal byť kompromisom medzi štatistikou a technickou náročnosťou. Predikčné metódy kódovania sa používajú buď ako systémy, ktoré predspracovávajú dáta pre PCM alebo DPCM systémy [71], prípadne ako medziblok pri transformačnom kódovaní [7], [8], vektorovej kvantizácii, entropickom kódovaní [2], [19] atď. Pri kódovaní so stratou informácie síce nemajú takú účinnosť ako transformačné kódovanie, ale sú oveľa rýchlejšie, ich technická realizácia je oveľa jednoduchšia a cena priaznivejšia [7]. V súčasnosti majú veľký význam pri medzisnímkovom predspracovaní pohyblivého obrazu [7], [8], [68], o čom si povieme v závere.

Príklady

4.1 Určte koeficienty násobičiek predikčného kodéra, ukázaného v tejto kapitole, keď štatistika v poli je nasledujúca: pole predstavuje homogénny stacionárny náhodný proces s nulovou strednou hodnotou a korelačná funkcia je rovnaká po riadkoch a stĺpcoch a rovnajúca sa

$$R(\alpha,\beta) = R(0,0).\exp(-c_1.|\alpha| - c_2.|\beta|)$$

Riešenie:

Zo štatistiky vieme, že pre stacionárny náhodný proces $x(n_1,n_2)$ je stredná hodnota $E\{x(n_1,n_2)\}$ nezávislá na n_1 a n_2 a $R(n_1,n_2,m_1,m_2)$ je iba funkciou $n_1 - m_1$ a $n_2 - m_2$. Preto

$$E\{x(n_1,n_2)\} = \bar{\mathbf{m}}_x \text{ pre všetky } (n_1,n_2),$$

$$R(n_1-m_1,n_2-m_2) = R(n_1-m_1,n_2-m_2,0,0) = E\{x(n_1-m_1,n_2-m_2).x^T(0,0)\}.$$

Potom

$$R(n_1,n_2) = E\{x(m_1,m_2).x^T(m_1-n_1,m_2-n_2)\} \text{ pre všetky } (m_1,m_2),$$

$$R(n_1, n_2) = R^T(-n_1, -n_2).$$

Potom sústavu rovníc (4.5) prepíšeme na

$$a_1.R(0,0) + a_2.R(0,1) + a_3.R(1,1) = R(1,0)$$

$$a_1.R(0,1) + a_2.R(0,0) + a_3.R(1,0) = R(1,1)$$

$$a_1.R(1,1) + a_2.R(1,0) + a_3.R(0,0) = R(0,1).$$

Z toho ľahko vypočítame

$$a_1 = \frac{R(1,0)}{R(0,0)}\ ,\ a_2 = -\frac{R(1,1)}{R(0,0)}\ ,\ a_3 = \frac{R(0,1)}{R(0,0)}.$$

4.2 Podľa príkladu 4.1 určte varianciu $E\{X^2(n_1, n_2)\}$ chybových koeficientov pomocou autokorelačnej funkcie. Vypočítajte koeficienty a_1, a_2, a_3 podľa návodu v príklade 4.1.

4.3 Vygenerujte náhodnú maticu veľkosti 16 x 16 3-bitových čísel a navrhnite predikčný kodér. Vyhodnoťte histogramy nekódovaných a kódovaných dát a opíšte ich. Túto úlohu urobte pre kodér, kódujúci prvok len predikciou jednorozmernou a predikciou dvojrozmernou. Porovnajte entropie oboch postupov a urobte záver.