

Príklad

4.1 Majme spojitý signál

$$x(t) = \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{4}\right) \quad (4.39)$$

navzorkujme ho a vypočítajme frekvenčné spektrum navzorkovaného signálu $x(n)$ pomocou DFT dávky $N=8$.

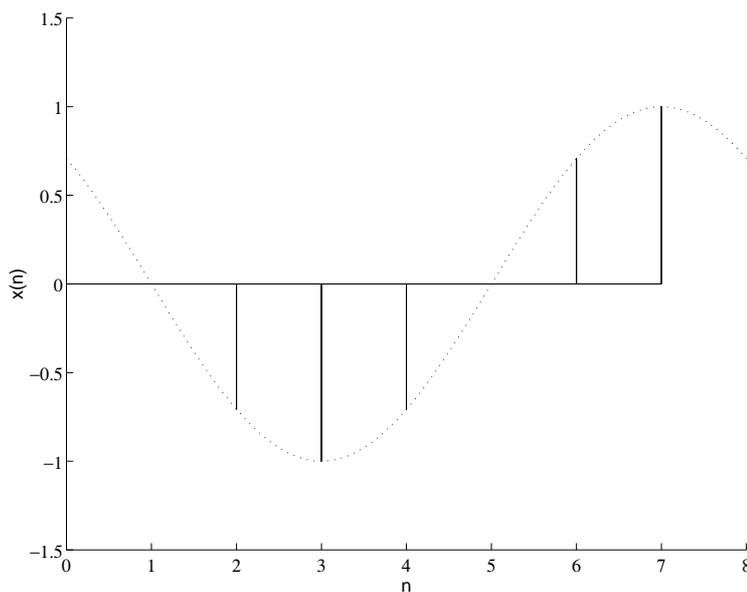
Pri procese DFT vychádzame z predpokladu, že signál je periodický, t.j. po N taktoch (pričom dávka pre DFT je N) sa signál začne opakovať. Do $N=8$ musíme teda umiestniť celistvý počet periód. Zvoľme teda vzorkovaciu frekvenciu

$$\omega_{vz} = 8\omega_0 \quad \text{resp.} \quad T_{vz} = \frac{T_0}{8}$$

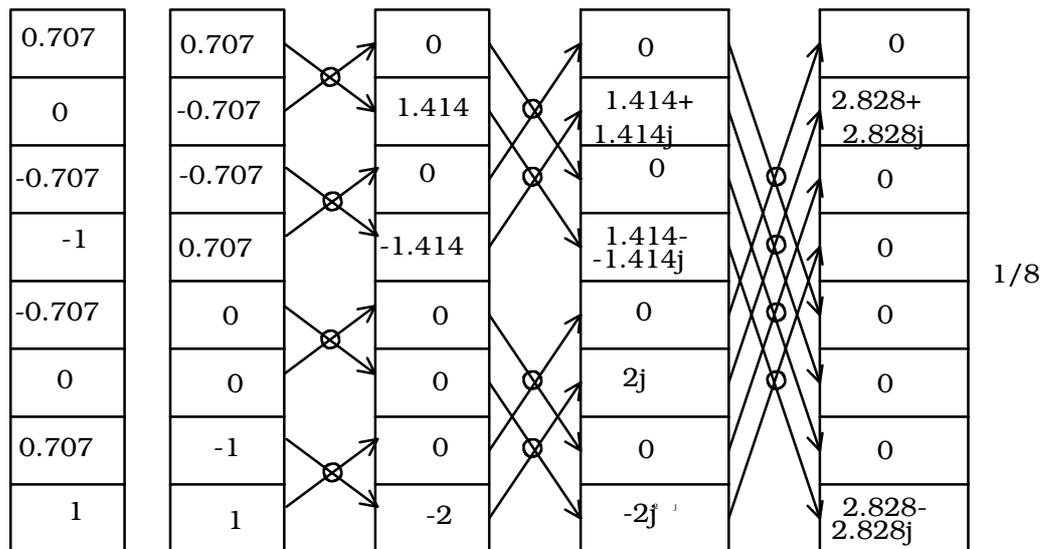
Navzorkovaná postupnosť $x(n)$ má hodnoty:

$$\mathbf{x}(n) = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}, 0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -1, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 \right\}$$

a je zobrazená na obr.4.2.



Obr.4.2 Navzorkovaný signál $x(t)$ s jednou periódou pre dávku $N=8$



Obr.4.3 Motýlikový diagram pre výpočet spektra kosínusového signálu

Urobíme FFT (obr.4.3) a spektrum diskretného kosínusového signálu po vydelení hodnotou N je:

$$\mathbf{X}(k) = \left\{ 0, \frac{1}{2}e^{j\frac{\pi}{4}}, 0, 0, 0, 0, 0, \frac{1}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}} \right\} \quad (4.40)$$

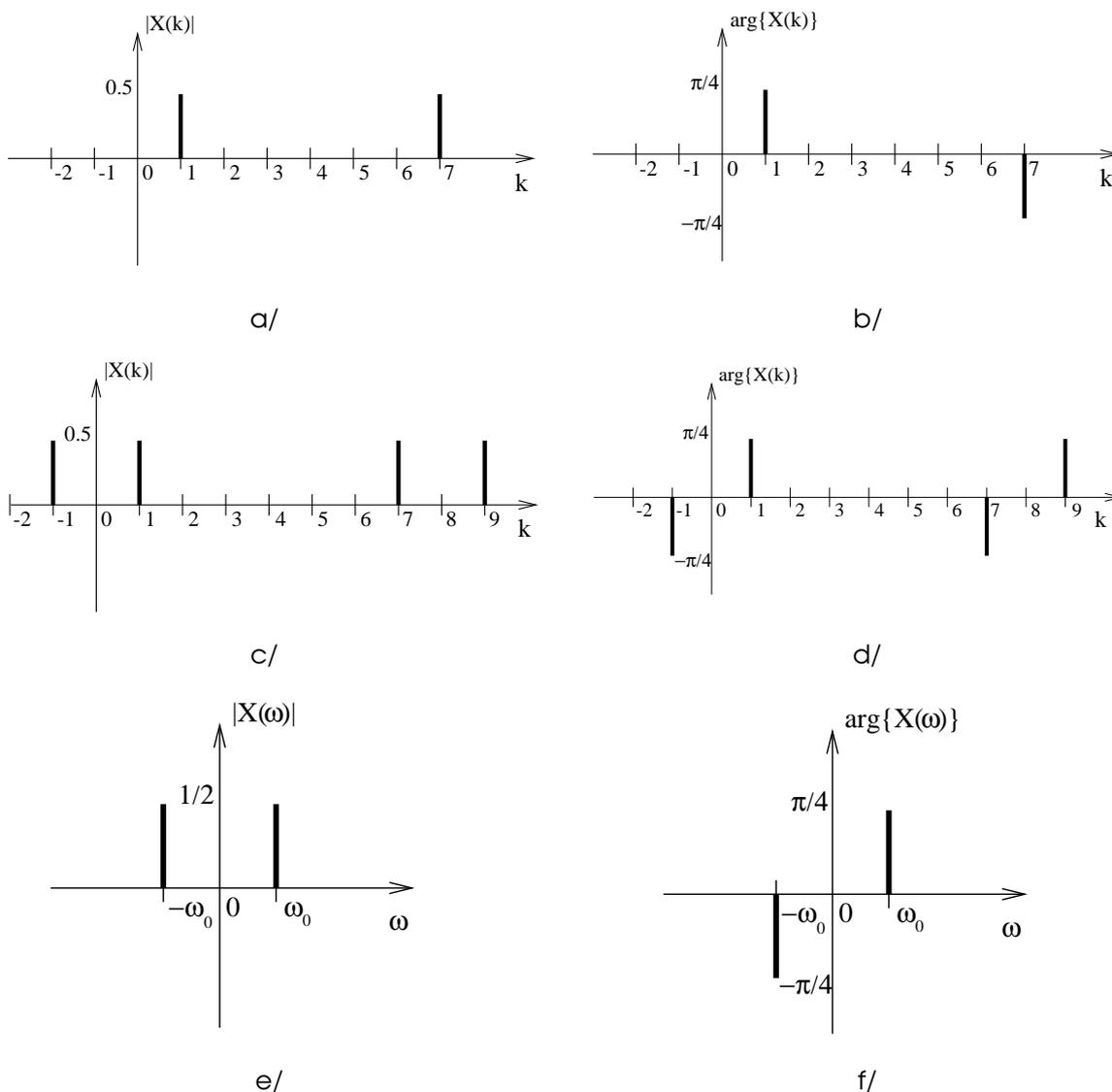
Frekvenčné spektrum je zobrazené na obr. 4.4. Ako vidíme, nachádzajú sa tu dve nenulové hodnoty, prvá je pre $k=1$, kým druhá je pre $k=7$. Ako môžeme interpretovať tieto hodnoty? Každá hodnota k súvisí s hodnotou pomerového kruhového kmitočtu a ten závisí od voľby vzorkovacej frekvencie.

Potom hodnota $X(1)$ predstavuje spektrálnu zložku pre pomerový kmitočet $\phi = \frac{f_o}{f_{vz}} = \frac{1}{N} = \frac{1}{8}$ a ďalšie členy

$$\begin{aligned} X(2) \text{ pre pomerový kmitočet} & \quad \phi = \frac{2}{8} \\ X(3) \text{ pre} & \quad \phi = \frac{3}{8} \\ X(4) \text{ pre} & \quad \phi = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

všetky ďalšie frekvenčné zložky $X(5) \div X(7)$ sú v rozpore s podmienkou správneho vzorkovania a nastáva problém fyzikálnej interpretácie. O tomto probléme sme podrobne diskutovali v 2. kapitole v súvislosti s [frekvenčnými charakteristikami](#) diskretných sústav. Všetky zložky pre $k \geq \frac{N}{2}$ budeme teda interpretovať ako vektory s obráteným smerom natáčania v časovej oblasti, teda

$$\begin{aligned} X(5) \text{ pre} & \quad \phi = -\frac{3}{8} \\ X(6) \text{ pre} & \quad \phi = -\frac{2}{8} \\ X(7) \text{ pre} & \quad \phi = -\frac{1}{8} \end{aligned}$$



Obr.4.4 Spektrá signálu $x(n)$ a $x(t)$

Preto sú dôležité iba spektrálne zložky do hodnoty $\frac{N}{2}$. Spektrálna zložka $X(0)$ určuje jednosmernú zložku, ktorá je daná váhovaným súčtom jednotlivých vzoriek signálu, kým hodnota $X\left(\frac{N}{2}\right)$ určuje zložku pri hodnote $f = \frac{f_{vz}}{2}$, čo nemá vzhľadom na podmienku vzorkovania podstatný význam. Spektrum vypočítané pomocou DFT je periodické s periódou N . Na obr.4.4.a,b je nakreslené amplitúdové a fázové spektrum jednej periódy. Spektrum periodického signálu je nakreslené na obr.4.4.c,d. Spektrum pôvodného spojitého signálu $x(t)$ nebude vykazovať periodicitu (systém je spojitý) a jeho spektrum amplitúdové a fázové je na obr.4.4.e,f.