KAPITOLA 6

FILTRE S NEKONEČNOU IMPULZOVOU ODPOVEĎOU

6.1 Opis IIR filtrov v časovej a frekvenčnej oblasti

Na rozdiel od filtrov typu FIR, výstupný signál závisí nielen od vzoriek vstupného signálu, ale aj od predchádzajúcich vzoriek výstupného signálu. Vzorka výstupného signálu je daná sumou N vzoriek vstupného signálu, váhovanými koeficientami a_k a výstupného signálu, váhovanými koeficientami b_k. Diferenčná rovnica, ktorá opisuje činnosť takého systému v časovej oblasti je uvedená v 1.kapitole (rov.(1.13)) a má tvar:

$$y(n)=\sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot x(n-k)-\sum_{k=1}^{N-1} b_k \cdot y(n-k)$$

kde $x(n-k)$ je aktuálnou vzorkou vstupného signálu, $y(n-k)$ je aktuálnou vzorkou výstupného signálu, a_k, b_k sú váhovacie koeficienty vstupného a výstupného signálu, ktoré predstavujú hodnoty násobičiek v modeloch filtrov.

V rovnici (1.13) neuvažujeme prípad $k<0$, budeme totiž predpokladať, že IIR filtre sú kauzálne systémy.

Transformáciou Z diferenčnej rovnice (1.13) dostávame vzťah medzi obrazom vstupného a výstupného signálu v z rovine

$$Y(z)\cdot\left[1+\sum_{k=1}^{N-1} b_k \cdot z^{-k}\right]=X(z)\cdot\sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot z^{-k} \qquad (6.1)$$

a z toho môžeme vyjadriť prenosovú funkciu systému

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{\sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{N-1} b_k \cdot z^{-k}} \qquad (6.2)$$

ktorá na rozdiel od prenosovej funkcie $H(z)$ FIR filtrov predstavuje podiel dvoch polynómov. Korene polynómu čitateľa prenosovej funkcie $H(z)$ predstavujú nulové body z_{0k}, korene polynómu jej menovateľa predstavujú póly z_{xk}. Potom prenosovú funkciu $H(z)$ môžeme napísať v tvare

$$H(z)=a_0\frac{\prod_{k=1}^{N-1}(1-z_{0k}\cdot z^{-k})}{\prod_{k=1}^{N-1}(1-z_{xk}\cdot z^{-k})} \qquad (6.3)$$

Z hľadiska stability sústavy práve poloha pólov je veľmi dôležitá. Ak totiž tieto ležia v z rovine mimo kruhu s jednotkovým polomerom,128 spôsobujú nestabilitu celej sústavy IIR. Aj póly ležiace na jednotkovej kružnici, resp. ležiace zvnútra veľmi blízko nej, pri realizácií filtrov spôsobujú za určitých predpokladov ich nestabilitu. Všetky problémy spojené s touto skutočnosťou budeme diskutovať v samostatnej kapitole druhého dielu knihy, venovanej stabilizácii sústav.

Z rov. (6.2), resp. (6.3) je zrejmé, že impulzová charakteristika $h(n)$ IIR filtrov je nekonečná, resp. je neohraničená v čase. Keďže stabilita sústavy je zaručená iba vtedy, ak impulzová odpoveď je ohraničená v čase, alebo v hodnote, stabilita týchto systémov môže byť zabezpečená iba ohraničením $h(n)$ v hodnote, teda

$$|h(n)| < B \tag{6.4}$$

kde B je konštanta,čo úzko súvisí s polohou pólov prenosovej funkcie.

Práve z dôvodu neohraničiteľnosti $h(n)$ v čase, modelovanie systémov IIR filtrov pomocou konvolučného vzťahu (rov.(1.25)):

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) \cdot x(n-k)$$

je nekorektné, vlastne nemožné.

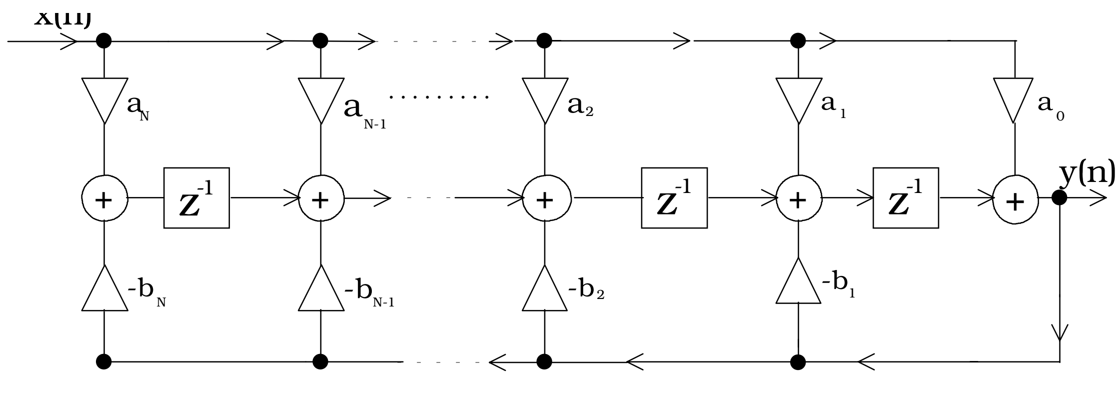
Frekvenčnú charakteristiku prenosovej funkcie dostaneme z rov.(6.2), ak urobíme substitúciu $z = e^{j\Omega}$

$$H(\Omega) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} a_k \cdot e^{-j \cdot k \cdot \Omega}}{1 + \sum_{k=1}^{N-1} b_k \cdot e^{-j \cdot k \cdot \Omega}} \tag{6.5}$$

Frekvenčná charakteristika je komplexná funkcia. Absolútna hodnota predstavuje magnitúdovú frekvenčnú charakteristiku a argument predstavuje fázovú frekvenčnú charakteristiku. 0be tieto funkcie sú spojitými funkciami premennej Ω a sú periodické s periódou 2π.

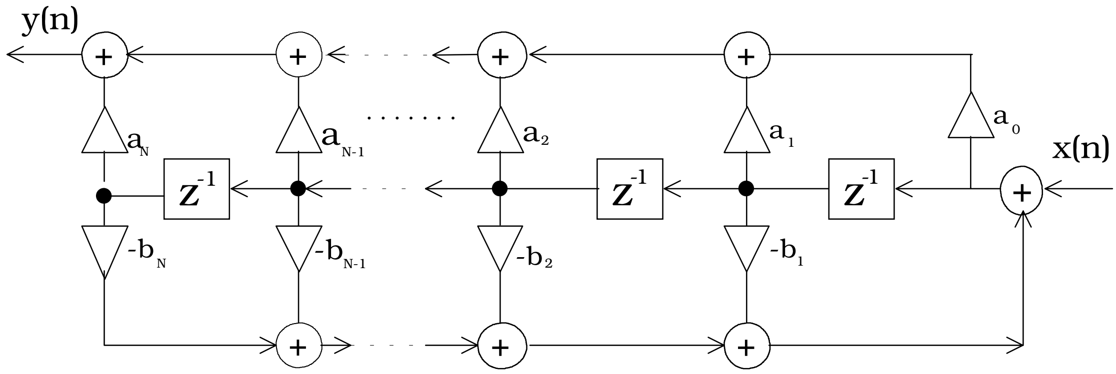
Rov.(6.1) môžeme prepísať do tvaru:

$$Y(z) = a_0 \cdot X(z) + z^{-1}[(a_1 \cdot X(z) - b_1 \cdot Y(z)) + \\ + z^{-1}\{(a_2 \cdot X(z) - b_2 \cdot Y(z)) + \ldots + z^{-1}(a_{N-1} \cdot X(z) - b_{N-1} \cdot Y(z)) \ldots\}] \tag{6.6}$$



Obr.6.1 *Priamy kánonický model filtra*

ktorý umožňuje nakresliť priamy kánonický model IIR filtra
a z neho princípom transpozície môžeme nakresliť transponovaný model



Obr.6.2 *Transponovaný model filtra*