3.2 Nepriame modely

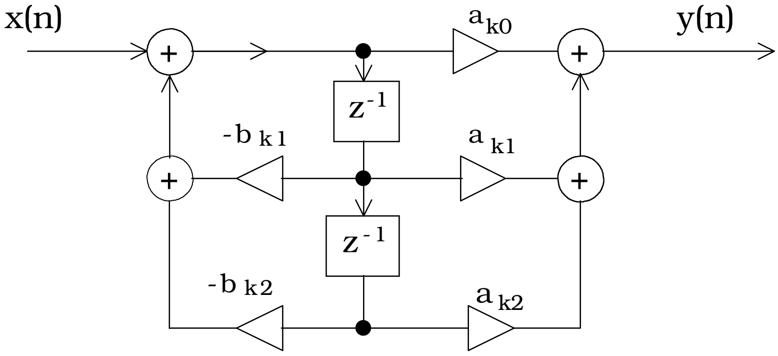
V predchádzajúcej kapitole sme ukázali využitie stavovej premennej pri modelovaní. Tento jednoduchý príklad nás upozornil na veľmi dôležitú skutočnosť. Modely systémov môžeme konštruovať jednak z pôvodnej diferenčnej rovnice, ale aj na základe rozkladu pôvodnej prenosovej funkcie systému na čiastkové prenosové funkcie subsystémov

$$H(z) = \ominus H_k(z) \tag{3.12}$$

kde $\ominus$ znamená ľubovoľný matematický rozklad. Najvýhodnejší systém opísaný čiastkovou prenosovou funkciou $H_k(z)$ je tzv. bikvadratický systém s prenosovou funkciou

$$H_k(z) = \frac{a_{k0} + a_{k1} \cdot z^{-1} + a_{k2} \cdot z^{-2}}{1 + b_{k1} \cdot z^{-1} + b_{k2} \cdot z^{-2}} \tag{3.13}$$

a modelom na obr.3.7.



Obr.3.7 *Model bikvadratického systému*

3.2.1 Kaskádová štruktúra

Kaskádová štruktúra je najbežnejšou formou rozkladu. Výsledná prenosová funkcia H(z) vzniká súčinom čiastkových prenosových funkcií $H_i(z)$

$$H(z) = k \cdot \prod_{i=1}^{N} H_i(z) \tag{3.14}$$

kde k je konštanta, ktorá vzniká súčinom čiastkových konštánt $k_0, k_1, \ldots, k_N$ a platí $k_i = a_{0i}$.

Tieto čiastkové prenosové funkcie $H_i(z)$ sú prenosovými funkciami subsystémov najčastejšie druhého rádu a majú tvar

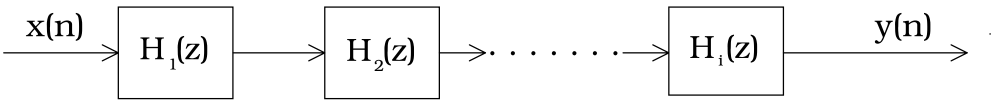
$$H_i(z) = \frac{1 + a_{i1} \cdot z^{-1} + a_{i2} \cdot z^{-2}}{1 + b_{i1} \cdot z^{-1} + b_{i2} \cdot z^{-2}} \tag{3.15}$$

Koeficienty a_{ik} a b_{ik} sú reálne čísla. Je teda zrejmé, že nulové body, resp. póly prenosovej funkcie budú buď reálne, alebo komplexne združené. Základný tvar je:

$$H_i(z) = \frac{(1 - z_{0i} \cdot z^{-1}) \cdot (1 - \bar{z}_{0i} \cdot z^{-1})}{(1 - z_{xi} \cdot z^{-1}) \cdot (1 - \bar{z}_{xi} \cdot z^{-1})} \tag{3.16}$$

kde z_{0i} sú nulové body prenosovej funkcie $H_i(z)$
z_{xi} sú póly prenosovej funkcie $H_i(z)$

V prípade dvojíc komplexne združených koreňov možno štvoricu koeficientov a_{ik} ,b_{ik} jednotlivých subsystémov jednoznačne odvodiť z hodnoty príslušného nulového bodu a pólu. To vedie k formálnemu zjednodušeniu úlohy. V prípade rozdielneho stupňa čitateľa a menovateľa, niektoré koeficienty a_{ik} resp.b_{ik} sú nulové, prípadne ak je stupeň menovateľa nepárny, musí byť aspoň jeden koeficient $b_{ik} = 0$ a subsystém je prvého rádu. Výsledné zapojenie je na obr.3.8.



Obr.3.8 *Kaskádové zapojenie subsystémov*

Toto zapojenie dovoľuje kontrolovať nulové body aj póly prenosovej funkcie, pričom nemáme žiadne obmedzenia v spájaní ktoréhokoľvek nulového bodu s ľubovoľným pólom. Na druhej strane je výhodnejšie spájať nulové body s pólmi, ktoré v rovine z ležia blízko seba. Súčinový tvar výsledného prenosu ponúka ešte ďalšie výhody, ktoré vyplývajú zo skúsenosti, že koeficienty bikvadratických prenosov vykazujú z hľadiska celkového prenosu pomerne malú citlivosť. Poradie zapojenia čiastočných subsystémov je ľubovoľné, nemáme žiadne obmedzenia. Môžeme teda konštatovať, že výsledná prenosová funkcia je daná súčinom čiastočných prenosových funkcií, pričom nezávisí od ich poradia (pri technickej realizácii to môže, ale nemusí byť pravda).

3.2.2 Paralelná štruktúra

Paralelný model IIR systému dostaneme rozkladom prenosovej funkcie H(z) na parciálne zlomky. Potom výsledná prenosová funkcia je daná súčtom prenosových funkcií čiastočných subsystémov a môžeme ju zapísať v tvare

$$H(z) = \sum_{i=0}^{N} H_i(z) \tag{3.17}$$

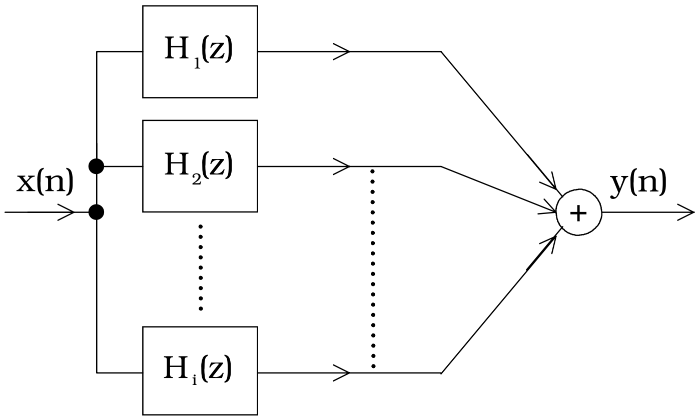
kde $H_i(z)$ môže mať tvar v prípade reálneho pólu

$$H_i(z) = \frac{a_i}{(1 - z_{xi} \cdot z^{-1})} \tag{3.18}$$

a v prípade komplexne združených koreňov

$$H_i(z) = \frac{a_{i1} + a_{i2} \cdot z^{-1}}{1 + b_{i1} \cdot z^{-1} + b_{i2} \cdot z^{-2}} \tag{3.19}$$

kde a_{ik} ,b_{ik} sú reálne koeficienty prenosových funkcií čiastočných subsystémov. Súčet prenosových funkcií zodpovedá paralelnej spolupráci čiastočných subsystémov. Nový model je na obr.3.9.



Obr.3.9 *Paralelná štuktúra*

Výhodou tohoto zapojenia je kontrola pólov prenosovej funkcie H(z). Jej nulové body sa realizujú v sumátore a ich kontrola nie je možná. Pri získavaní variantov vzájomne rovnocenných modelov, najmä pri systémoch vyšších rádov, môžeme samozrejme používať aj zmiešané rozvoje z kombinácie súčtov a súčinov, ako aj celkom iné spôsoby rozvoja, napr. do tvaru reťazového zlomku. Vo všeobecnosti môžeme konštatovať, že akýkoľvek spôsob rozvoja danej prenosovej funkcie na ľubovoľné kombinácie jednoduchých subsystémov je z hľadiska techniky modelovania v praxi prijateľný. Ostáva na návrhárovi, pre ktorý možný variant sa rozhodne. Je treba si uvedomiť, že rôzne modely sú realizované na určitých systémoch, resp. zákazníckych obvodoch. Návrhár musí voliť medzi rôznymi modelmi aj z hľadiska požiadaviek na činnosť systému v reálnom čase, pri súčasnom sledovaní vplyvu konečnej presnosti vykonávaných aritmetických operácií.

Príklad 3.2