2.4 Frekvenčné charakteristiky

Význam frekvenčných charakteristík v oblasti analýzy a syntézy nemusíme zdôrazňovať, každému sú tieto poznatky zrejmé ešte z analógových lineárnych sústav. Vieme, že tieto charakteristiky môžeme určovať z prenosovej funkcie $H(p)$ jednoduchým dosadením $p = j\omega$ a vyhodnotením vlastností

$$H(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

kde $A(\omega)$ je amplitúdová frekvenčná charakteristika, ktorá je párnou funkciou,
$\varphi(\omega)$ je fázová frekvenčná charakteristika a je nepárnou funkciou.

Iná možnosť získania frekvenčných charakteristík je využiť Fourierovu transformáciu a aplikovať ju na impulzovú charakteristiku $h(t)$, čím dostávame

$$F\{h(t)\} = H(j\omega)$$

V nie poslednom rade môžeme určovať frekvenčné charakteristiky meraním realizovaných systémov pri harmonickom napájaní v ustálenom stave, kedy vyhodnocujeme pomer obrazov signálov na výstupe a vstupe systému.

Analogicky frekvenčné charakteristiky diskrétnych systémov môžeme vyhodnocovať tak, že urobíme substitúciu:

$$z = e^{j\Omega} = e^{j2\pi\Phi}$$

Potom pre frekvenčné charakteristiky prenosovej funckie $H(e^{j\Omega})$ (ďalej budeme písať iba $H(\Omega)$) môžeme napísať:

$$H(\Omega) = |H(\Omega)| \cdot e^{j\varphi(\Omega)} \tag{2.46}$$

alebo

$$H(\Omega) = Re\{H(\Omega)\} + j.Im\{H(\Omega)\}$$

kde

$$|H(\Omega)| = \sqrt{Re\{H(\Omega)\}^2 + Im\{H(\Omega)\}^2} \tag{2.47}$$

a

$$\varphi(\Omega) = \arctan\frac{Im\{H(\Omega)\}}{Re\{H(\Omega)\}} \tag{2.48}$$

Vzťah (2.46) je rovnaký ako v analógovej oblasti. Na rozdiel od nej sa absolútna hodnota prenosovej funkcie nazýva magnitúdová frekvenčná charakteristika a označujeme ju $M(\Omega)$. Rov.(2.47) potom môže byť napísaná v tvare:

$$|H(\Omega)| = \sqrt{Re\{H(\Omega)\}^2 + Im\{H(\Omega)\}^2} = M(\Omega)$$

a $\varphi(\Omega)$ je fázová frekvenčná charakteristika.

Magnitúdová frekvenčná charakteristika $M(\Omega)$ vyjadrená z rov.(2.47) nie je funkciou,ktorá je vyjadrená analytickým výrazom a jej odpovedajúca fázová frekvenčná charakteristika $\varphi(\Omega)$ nie je spojitou funkciou Ω, ale vykazuje 180^0 skoky. Ak odstránime tieto skoky dostaneme fázovú frekvenčnú charakteristiku $\Theta(\Omega)$, ktorá bude spojitá. Odstránenie skokov umožní zmena znamienka pri magnitúdovej frekvenčnej charakteristike vždy pri každom skoku fázovej frekvenčnej charakteristiky o 180^0. Potom ale môžeme označiť

$$A(\Omega) = \pm M(\Omega) \tag{2.49}$$

a nazývame ju amplitúdovou frekvenčnou charakteristikou. Takto vyjadrená amplitúdová frekvenčná charakteristika môže byť funkciou vyjadrenou analytickým výrazom (napr. pri systémoch typu FIR môžeme ju vyjadriť superpozíciou kosínusových, resp. sínusových funkcií) a jej odpovedajúca fázová frekvenčná charakteristika $\Theta(\Omega)$ bude spojitá.

Na základe týchto úvah môžeme pre frekvenčné charakteristiky napísať

$$\begin{aligned} H(\Omega) &= A(\Omega).e^{j\Theta(\Omega)} \\ H(\Omega) &= M(\Omega)\, e^{j\varphi(\Omega)} \end{aligned} \tag{2.50}$$

Príklad 2.6