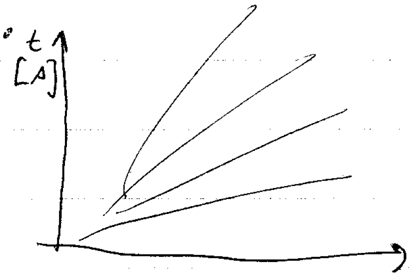
4 hod. - 2 teor + 2 prac

trendy bl. faktory
fulv. systémy
súčl. techniky
standardizácia v oblasti bezdrôt. sietí
WPAN
WLAN
WMAN
WWAN
pomenovania

Život bude mobilný

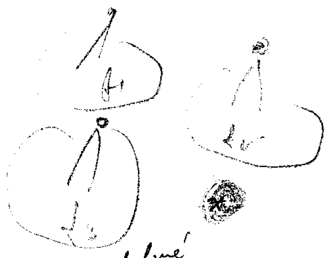
- zákazník chce o rýchlosť
  ° nízke ceny

ubiquitous - komunik. kapacita bude všadeprítomná
$\boxed{\text{IPv6}}$ dokáže adresovať každé zrnko piesku
$\boxed{\text{IPv4}}$ prerábka



objem webovej stránky v [kB]

1. gen.: systémy založené na [analog. systémy] G1
fulv. pásmo bolo obr. : 1. problém
(komunik. medzi policajnými autami) - 1 veľká bunka a keď sa 1 f obsadila nemohlo ďalej.
- nebolo dost. frekvencií
- systém nebol celulárny



ne pridelené podpásmo al xcem využiť do využitia

obmedzíme dosah

- viac oblastí pásme → nej 7 podpásiem

frekv. multiplex: f rozdelená na podpásma
a má efektívny "priestor"

Kapacitu zväčšíme zmenšovaním ~~...~~ buniek
v horách stačí 1 bunka

nevýhoda: 6 štandardov - 6 sietí nekompatibilných

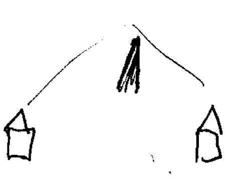
2. gen.: digitálne systémy
s obmedzenou mierou prenosu
(prenos videa: 0 bodov : vtedy sa s tým nepočítalo)

s 11kb sa spravilo 32kb pri prenose sa zaťaží
dnes sa dosahuje, lebo vieme video komprimovať
edge (2,5 gen.)

3. gen.: úplne nastal skoro handover aj medzi systémami

4. gen. ten kto je bližšie dat. stanice : kto má lepšiu kapacitu tomu najviac
ide
keď sa tým ďalším zlepší tak im zase najviac

WLL wireless local ...



3GPP
3. Generation partner project

ieee → 802.16e : problém s handoverom

* problém handoverov: keď autom prechádza
dovtedy budujú sa zachovať spojenie
60 km/h

2

Shannon
Gallager

TURBO - dekódovanie

⋮

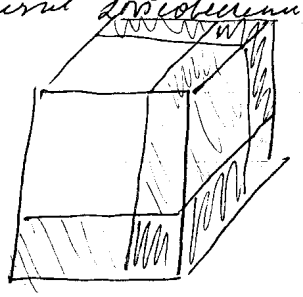
turbo kód v podaní T. Jarvarsa

parity kód

10 1101110100 1

$1 \oplus \ldots = 0$

niacrozmerné zovšeobecnenie



Mobilný terminál

linka senzorovej siete

nedostupný ... ak Lan, ... (... 2Gc 3G)

MSK1 - úzkopásmová linka (2-2,5 ghz)

DI - data input
DO - data out

3

$s(t)$
$x(t)$ } je to s. závislý od času... môžeme čas nechápať

$u \cdot i = p = \frac{u^2}{R} = i^2 \cdot R$

$R = 1\,\Omega$ normalizácia

$s(t+T) = s(t) \quad -\infty < t < \infty$

- period.
- neperiod.

- energetické – má konečnú E
- výkonové – má konečný P

nedisjunktné

($\nexists$ s., kt. nemá ani E aj P)

$\boxed{E\ s.\ na\ časový\ T}$

$$E_x^T = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t)\,dt$$

$$\boxed{E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt}$$

$E_x < \infty$ energetický s.
impulzný s.

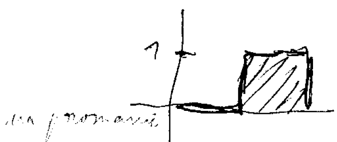
period. = výkonové s.

$$P_x^T = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t)\,dt$$

$$P_x^T = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2(t)\,dt$$

(E je schopnosť konať prácu, P je rýchlosť akou sa vykoná)

−1,59dB minimum odstupu s./šum na strane prijímača



E odpovedá ploche ////

neskočí E – môžu mať obe rovnakú E – ale majú konečný P – a jeden > druhý

Nabudúce: kom... (úsporné algoritmy)

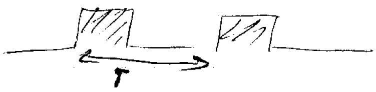
PARCEVAL

energ. s., ked' ho popíšeme v ČO a v FO: Tak ostane hodnota rovnaká E, ...

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(f)\,df$$

ESD

- FR → výkonové period. – do FO pomocou FR



- FT → energet. – impulzné s. – až do FO sme sa dostali

ESD: energy spectral density – energet. hodnota spektra

$$G_x(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \cdot \delta(f - nf_0) \qquad f_0 = \frac{1}{T}$$

PSD

$$P_x = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f)\,df$$

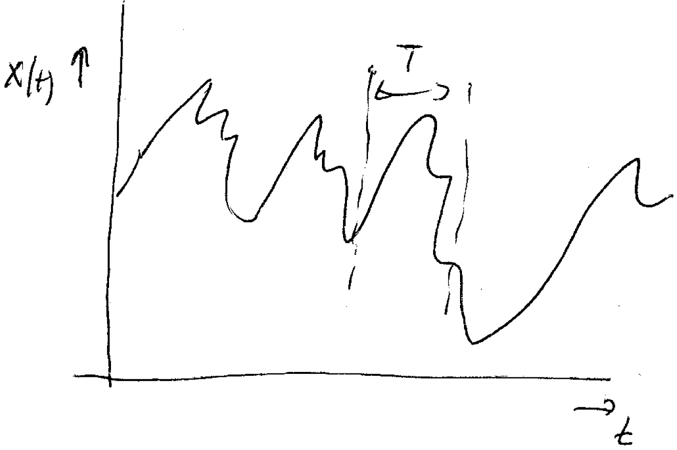
pre period. s. nemáme lim

- determin. s.

$$x(t) = 3 \cdot \cos \omega t \qquad -\infty < t < \infty$$

v hocakom čase vieme akú má hodnotu a dokonca ju vieme predpovedať

- stochast. s.



musíme rátať s šumom

pre odrezok vyrátam fekv. spektrum

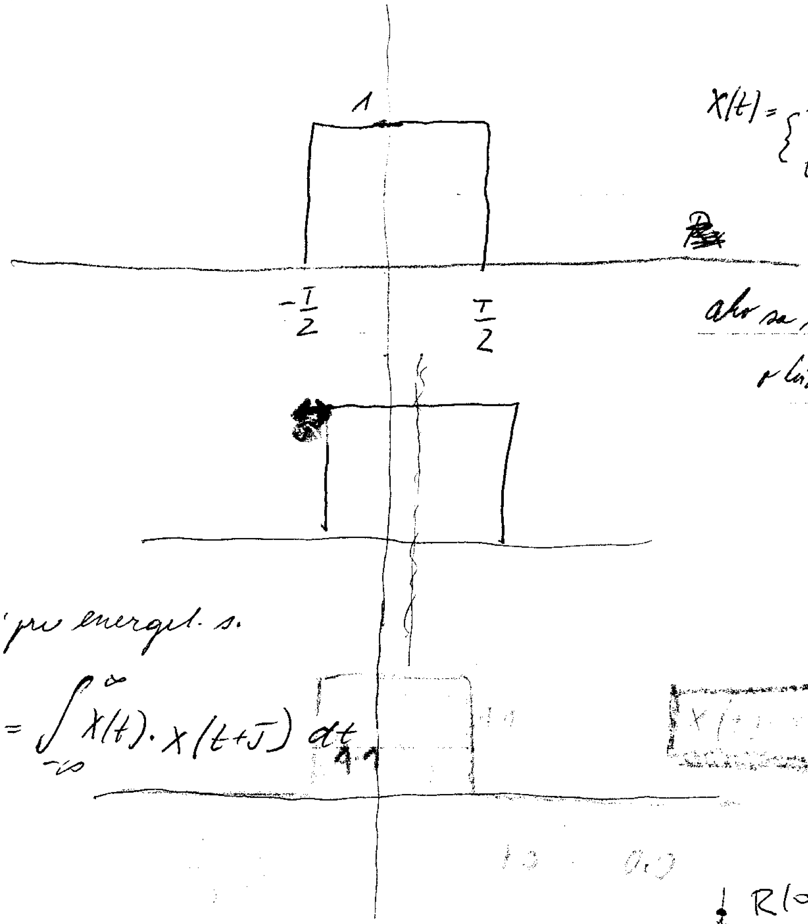
$X_T(f)$

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} |X_T(f)|^2 \Rightarrow PSD$$

1. energet. s.

náčrty

autokorelácia

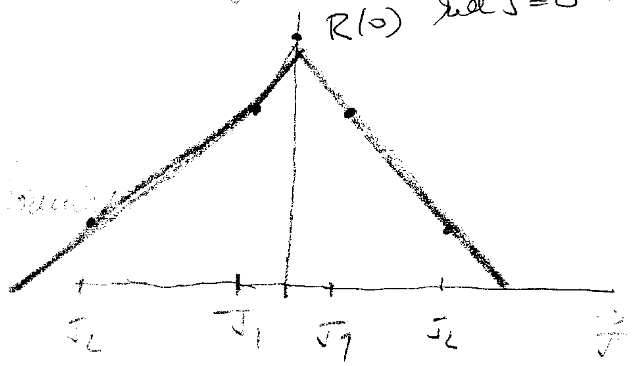


$$x(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T}{2} < t \leq \frac{T}{2} \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

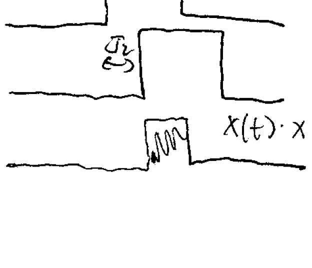
ak sa s. prekrýva sám sebe o kúsok dĺžky

platí pre energet. s.

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t+\tau)\, dt$$



autokor. f-cia symetrická f-cia



$x(t) \cdot x(t+\tau_2)$ $R(\tau_2)$

autokorelačná f-cia je $\tau = 0$

vlastnosti:
1. $R(-\tau) = R(\tau)$ symetr.
2. $R_x(\tau) \leq R_x(0)$ s posunutím menšia ako bez posunutia

3. $R_x(\tau) \xrightarrow{FT} |X(f)|^2 = \Psi_x(f)$

4. $R_x(0) = E_x$

$\tau = 0$

$x(t) \cdot x(t) = x^2(t)$

impulz užší : autokor. f-cia je tiež užšia

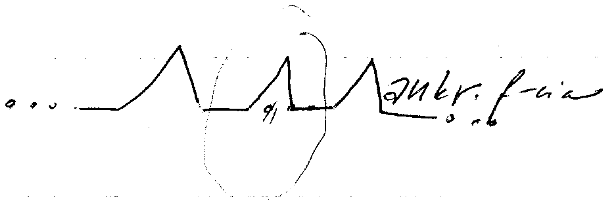
širší -||- širšia

spektrum je obrazom autokor. f-cie

ak je hrana : veľká rýchla zmena : obsahuje vysoké frekvencie

2. Výkonové s.

$$R_x(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t+\tau)\, dt = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x(t+\tau)\, dt$$



stačí jedna perioda

vlastnosti: 1. symetrická $R_x(-\tau) = R_x(\tau)$

2. $R_x(\tau) \le R_x(0)$

3. $R_x(\tau) \circ\!\!-\!\!\bullet\, G_x(f)$

4. $R_x(0) = P_x$

náh. veličina

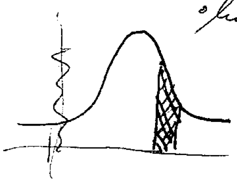
náh. premenná : $X(a)$

f-cia udalosti

spojitá náh. veličina

hust. zloženie

funkcie pravdepodobnosti

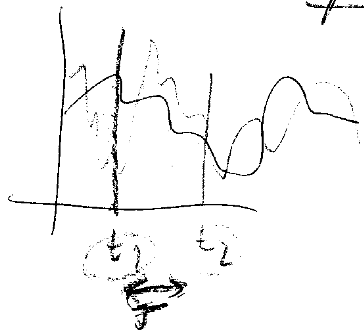


$\boxed{X(a,t)}$: f-cia udalosti od času

má skrytú závislosť od času

- zafixujem čas t_1 a dostanem náh. veličinu

(množiné reál. čísla) - rozložím



rozložíme v t_2 : iné rozdelenie

str. s. → stacionárne procesy

prísne stacionár. náh. procesy majú všetky momenty konštantné v čase

WSS wide sense stacionary ⇒ str. hodnota, disperzia je const

m_x (str. hodnota)

σ_x (disperzia)

$R_x(t_1, t_2) = R_x(\tau) = E\{X(t) \cdot X(t+\tau)\}$

je lepšie keď je závislé

len od premennej τ

je str. hodnota $X(t) \cdot X(t+\tau)$

slovník

str. hodnota s. n. → 1 s-ná zložka

disperzia → PSD výkon

2. moment 1 momenty atď → ESD energie

8

- ESD $\longleftrightarrow$ $R_x(\tau)$
- PSD $\longleftrightarrow$ $R_x(\tau)$

autokorelačná f-cia

stokast. procesy

náhodné s-y

Matematici — Elektrotechnici

nerobí →

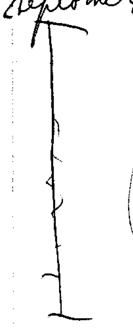
doskrétne náh. veličiny — ~~spojité~~ náh. veličiny

n-tý moment

$\sum_i p_i \cdot x_i^n$

nerobí →

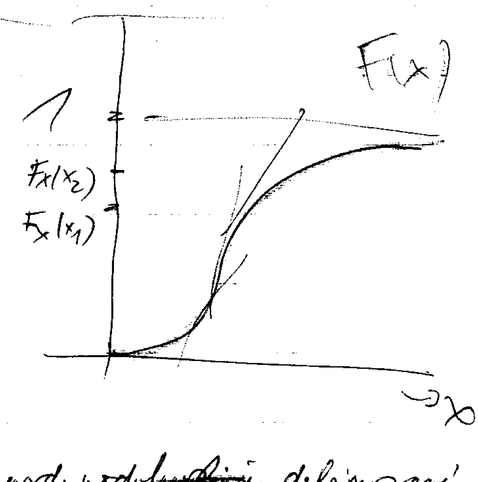
→ teplomer



distribučná f-cia

$F_X(x) = P(x \le X)$

vlastnosti:
1. $0 \le F_X(x) \le 1$
2. $F_X(x_2) \le F_X(x_1)$; $x_1 \le x_2$
3. $F_X(-\infty) = 0$
4. $F_X(\infty) = 1$



$20 + \pi$ °C

p=0, že trafím

- $P(t \le 20+\pi)$

⇓

má zmysel

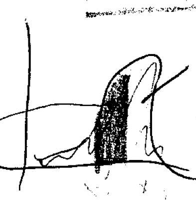
než je nejaká presná hranica

$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1}$

$\boxed{P(X_1 \le x \le X_2)}$

$\int_{x_1}^{x_2} f_X(dx)$

hustota ~~pravdepodobnosti~~ definovaná ako derivácia distr. f-cie

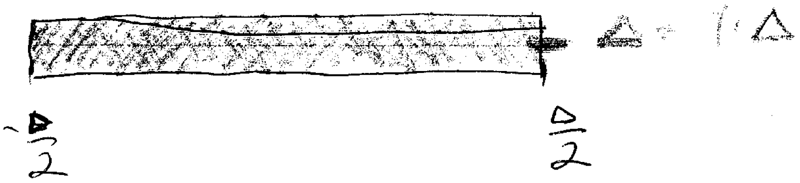


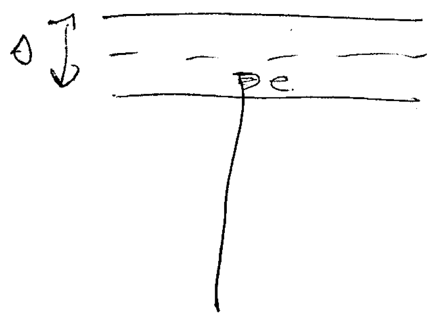
← $f_X(x)$

$\boxed{\frac{dF_X(x)}{dx}}$

x_1	x_2	x_3	...	x_j
p_1	p_2	p_3	...	p_j

Šum kvantovania je chyba, ktorú spravíme pri kvantovaní





v tomto rozsahu môžeme urobiť chybu

Limitná veta: keď sú nezávislé a sčítame veľa → dostaneme

Vencelová
kniha: Teória pravdepodobnosti (Alfa, nakladateľstvo)
KNIŽNICA

štatistika

n-tý moment - hrubá ale dobrá charakteristika

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^n \cdot p(x)\, dx$$ spoj.

$n = 1$ $\quad m = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot x\, dx$

$m = \sum_i p_i \cdot x_i$

$$\mathcal{E}\{x\}$$

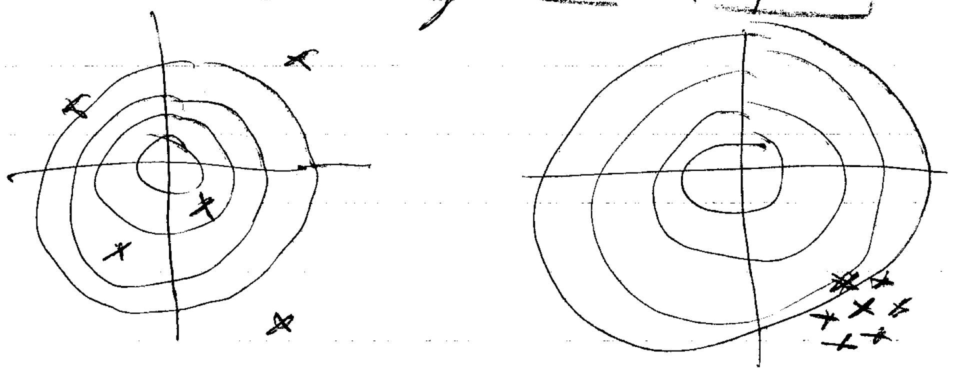
operátor str. hodnoty

diskr. spoj.

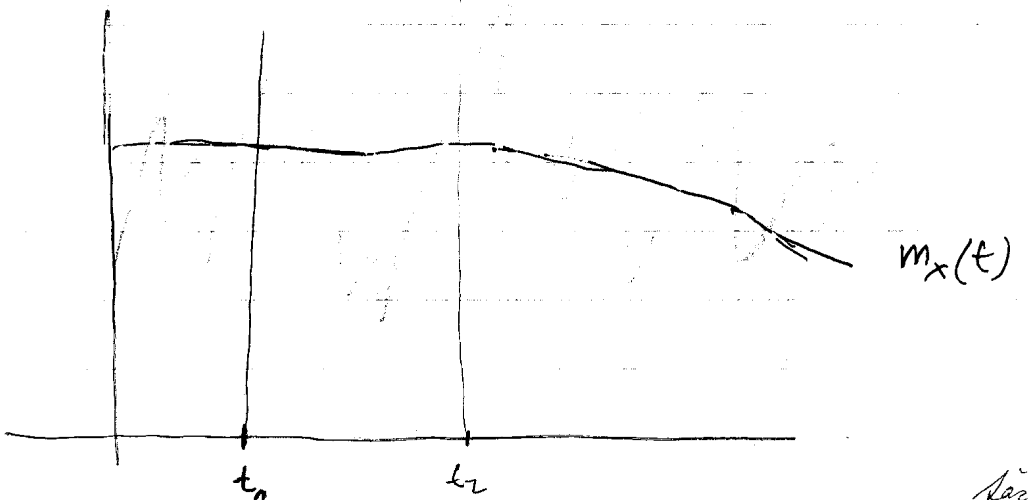
n-tý centrovaný moment $\sum p_i \cdot (x_i - m)^n \quad \Big\| \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \cdot (x - m_x)^n\, dx$

$n=2$ $\qquad \sigma^2 = \sum_i p_i \cdot (x_i - m)^2$

2. centrovaný moment $\equiv$ $\boxed{\text{disperzia}}$



veľká disperzia



$X(a,t)$ môžeme nájsť str. hodnotu, disperziu, hust. pravdepodobnosti... (ťažké)

$X(a)$ čím viac realizácií tým presnejšie info

Môže sa líšiť v t_1 a t_2

prísne stacionárny proces:

v širokom zmysle slova — WSS stacionárny proces

(∀ momenty sú const v čase) a my potrebujeme aj slabšie

$m_x(t)$

- str. hodnota = const
- $\sigma^2(t)$ = const σ_x^2
- autokorelačná f-cia nebude závisieť od 2 okamihov ale od τ

$\tau = t_2 - t_1$

$R_x(t_1,t_2) = R_x(\tau)$

definícia **ergodicity** - 1 realizácia stačí

str. hodnotu zaťame čas

ergodické musia byť stacionárne ale opak neplatí

$$\boxed{R_x(t_1,t_2)=\mathcal{E}\{X(t_1)\cdot X(t_2)\}}$$

$$\boxed{R_x(\tau)=R_x(t_1,t_1+\tau)=\mathcal{E}\{X(t_1)\cdot X(t_1+\tau)\}}$$

autokorel. f-cia závisí iba od posunutia (τ)

1. $R_x(0)=P_x$
2. $R_x(\tau)=R_x(-\tau)$
3. $R_x(\tau)\longrightarrow$ PSD $G_x(f)$
4. $R_x(\tau)\leq R_x(0)$

autokor. f-cií vyhľadávanie signálov (súčasť)

PSD a ESD nemôžu mať ● hodnotu

● v krajných frekv. pásme

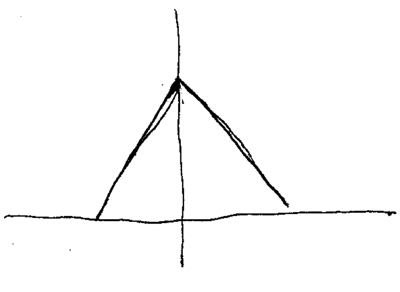
↓

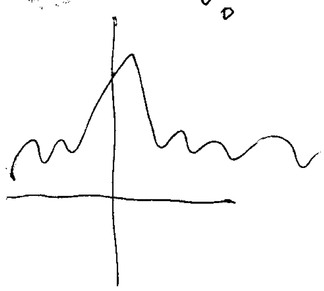
preto ∄ mikrovlnné chladnička

reálne signály sú symetrické

$$P_x=2\cdot\int_0^\infty G_x(f)\,df$$

$$E_x=2\cdot\int_0^\infty \Psi_x(f)\,df$$





slovne ℰ

	štatist. vel.	elektr.
1	m_x	jednosmerná zložka
2	m_x^2	normalizovaný výkon v js-nej zložke
3	$\mathcal{E}\{X^2(t)\}$	centralizovaný normaliz. výkon
4	$\sqrt{\mathcal{E}\{x^2(t)\}}$	efektívna hodnota
5	σ_x^2	norm. výkon st.-u v striedavej zložke
6	ak $m_x = 0$ $\quad \sigma_x^2$	celkový výkon signálu (1s môže)
7	σ_x	efektívna hodnota v striedavej zložke
8	ak $m_x = 0$ $\quad \sigma_x$	celková efekt. hodnota

① $X(t)$ na 1Ω

AWGN kanál $\qquad$ aditívny

$$\{s_1(t), s_2(t)\} \longrightarrow \Sigma \longrightarrow \boxed{r(t) = s_1(t) + n(t)}$$

↓ aditívny biely gaussovský šum

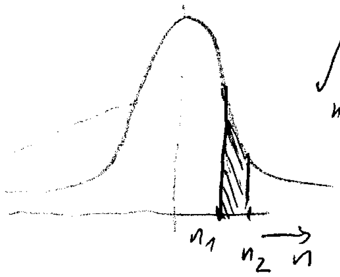
$s_i(t) \qquad 0 \le t \le T$

$s(t) \ldots\ldots \xi(t)$

1. prekrýva sa tepelným šumom
↓
prítomný v každom obvode

vzniká tš: e^- sa voľne pohybujú, niekedy viac k pravému, niekedy k ľavému koncu: fluktuácia
↓
tým > čím väčšia je teplota

stř. hodnota = 0



$\int_{n_1}^{n_2} f_n \cdot n \, dn =$

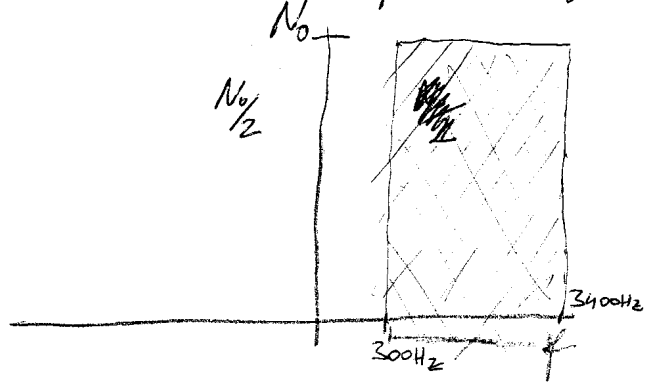
teplota ↑ ⇒ rozptyl ↑

σ_n^2

$\boxed{PSD = ?}$

Johnson

(tepelný šum) je const až při THz, & dalších 0



model AWGN

$$\boxed{p(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma}\right)^2}}$$

hustota pravděpodobnosti

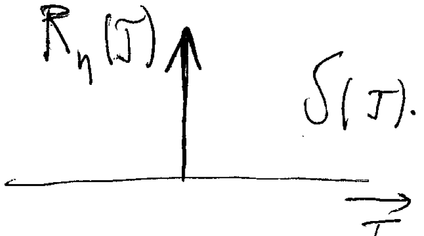
$\frac{N_0}{2} = \text{const}$

$N_0 = 1 \frac{pW}{Hz}$

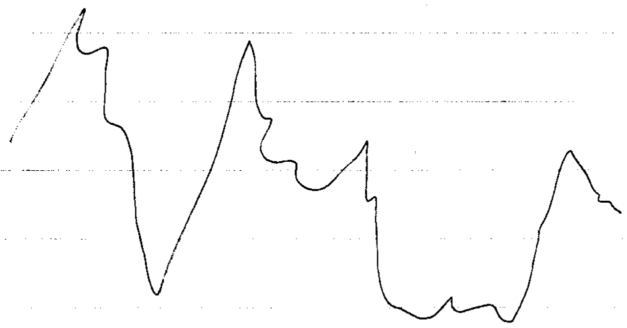
PSD

3400 Hz

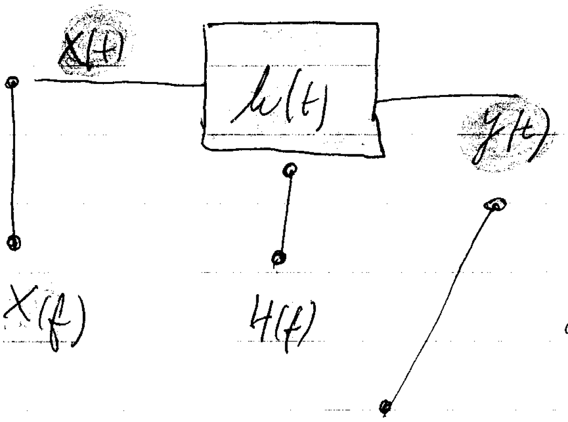
celkový výkon šumu $\boxed{N_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2} \, df = \infty}$



$\delta(\tau) \cdot \frac{N_0}{2}$



podobá sa na seba ale ~0



$$\boxed{X(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot h(t-\tau)\,d\tau}$$

obrátená, ak ide konvolúcia

$$X(f)\cdot H(f) = Y(f)$$

: lin. časovo invariantný systém

$$\boxed{H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}}$$

$$H(f) = |H(f)|\cdot e^{-j\varphi(f)}$$

$$\varphi(f) = tg^{-1}\frac{Im\{H(f)\}}{Re\{H(f)\}}$$

ak bol. neskreslený: tvarovo sa podobá tomu na začiatku

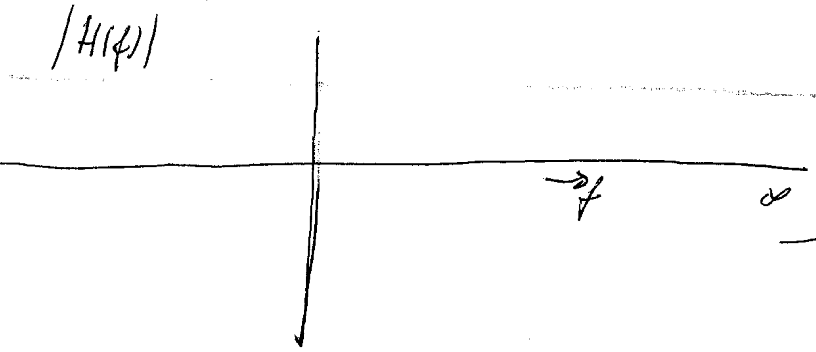
$$Y(t) = k\,x(t-\tau)$$

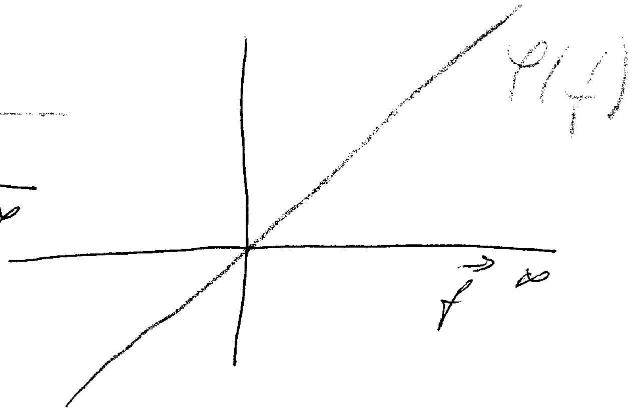
$$Y(f) = k\cdot X(f)\, e^{-j2\pi f t_0}$$

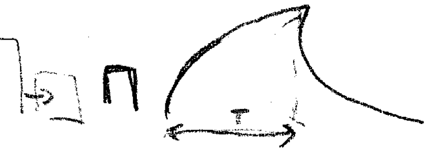
$$Y(f) = H(f)\; X(f)$$

$|H(f)|$ musí byť const $\wedge$ $\varphi(f) = 2\pi f t_0$

$$\varphi(f) = const\cdot f$$







$\Rightarrow$ ISI

impulz sa mení tvar

inter symbol interference

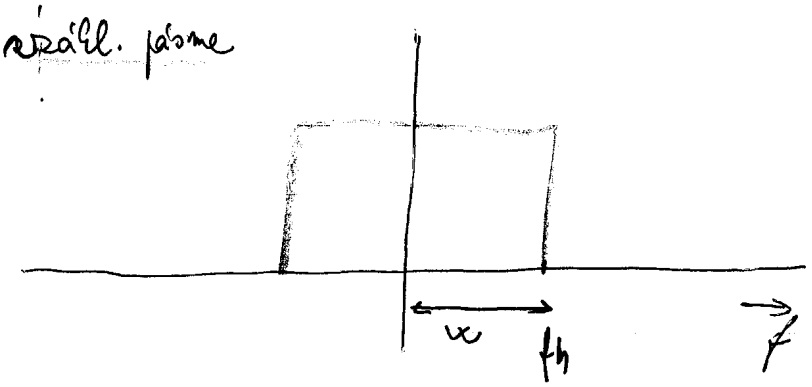
$\Downarrow$

korekcia s.-or

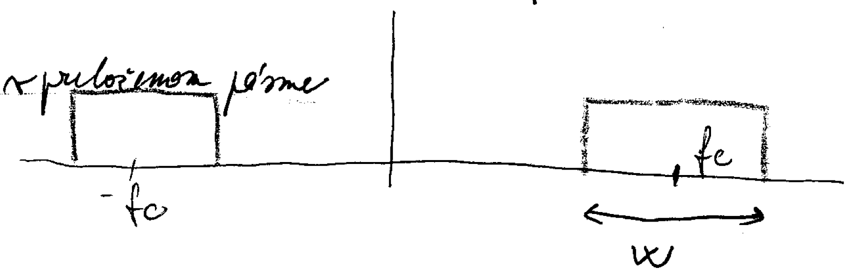
equalization

$$\frac{d\varphi(f)}{df} = \text{skup. oneskorenie} = \text{const}$$

systém základ. pásma



systém v preloženom pásme



$$X_L(t) = x(t)\cdot\cos 2\pi f_c t$$

3000Hz ... anténa 100km byť malá

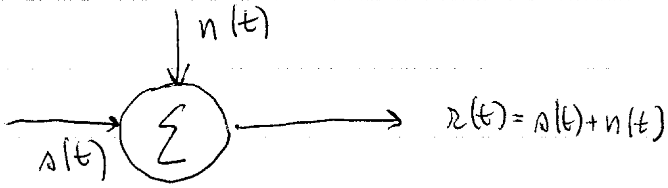
xcme 1cm → dosiahnuteľné

namodulovať ~~..~~

$$\boxed{x_L(t) = x(t) \cdot \cos 2\pi f_c t}$$

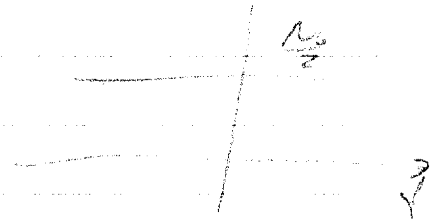
$$\boxed{X_L(f) = \frac{1}{2}\left[X(f - f_L) + X(f + f_L) \right]}$$

pomakli smo el. do frekv. pojasa



$\boxed{\text{AWGN}}$

tzv.: výkonová hustota spektra = const v pásme ~~obalky~~ alebo biele svetlo + λ



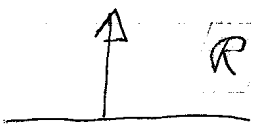
$$f(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n}{\sigma}\right)^2}$$

$|H(f)| = 1$

$\varphi(f)$

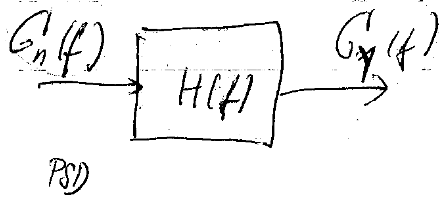
- nič lepšie nevieme vymyslieť, ale aj tak zlé

ak prefiltrujeme cez kanál, jeho autokor. f-cia je delta



$R(\tau) = \delta(\tau)\cdot\frac{N_0}{2}$ všeobecný šum

- akokoľvek posunieme, sa vôbec nepodobá



$$G_y(f) = |H(f)|^2 \cdot G_x(f)$$

pozn.: po prefiltrovaní DP filtrom je autokor. f-cia inakšia...

problém komunikácií je problém ...

potrebujeme $s_1(t)$ . . . „1" $0 \le t \le T$

$s_2(t)$ . . . „0" $0 \le t \le T$

modulačná abeceda $\{s_1(t), s_2(t)\}$

vyberie prijímač viac ako zreal. prototypy

$\{s_1(t), s_2(t) \dots s_n(t)\}$

R má ďalšiu ťažšiu úlohu

musí z prijatého urobiť rozhod.

- pridá sa počas prenosu AWGN

nevie ho predvídať => nevie ho odfiltrovať

- dokáže sa ho skorigovať

digit TV → RS kód zlepší: obraz ešte lepší

OPTIMÁLNY PRIJÍMAČ (R)

1. máme AWGN kanál
2. nie je použité samoopravné kódovanie (∄ rôzne)

nelineárna modulácia – s. sa ... medzi sebou rôzne (navzájom od seba odlišné)

TCM!! stromová modul. modulácia

v ďalšom sa ... ďalší prototyp

– nemusí obnoviť s., musí zistiť, či bola vyslaná 0 al. 1

3. cieľ: bodová detekcia

R = demodulátor, detektor

optimálny: urobí dostatočne dobre

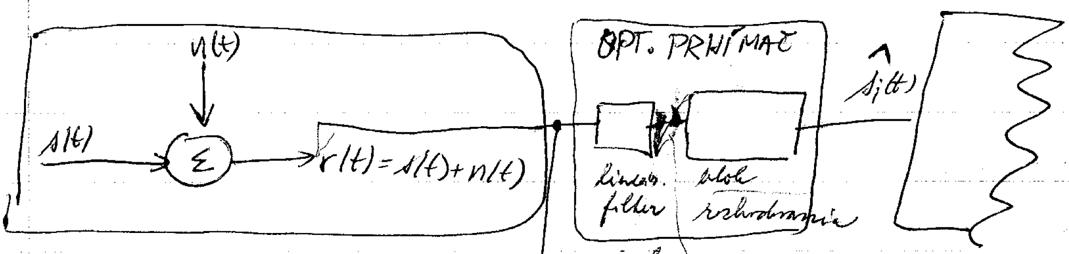
rozhodnutie, zriedkaby sa pomýlil

BER : P_B

ANAL. PRIJÍMAČ: zosilnica ... lepší

DIGIT. PRIJÍMAČ: presný recept ako najlepší

↳ North + Van Vleck



· čo najviac šumu obmedziť

rozhodnúť — LT[s] LeZ

^ : odhad

(blok rozhodovania sa môže pomýliť)

$s_i(t) + n(t) = r(t)$

AWGN

zmení sa na: po lineár. filtrácii

$z(t) = a_i(t) + n_0(t)$

po vzorkovaní dostaneme

$$\boxed{z(T) = a_i(T) + n_0(T)}$$

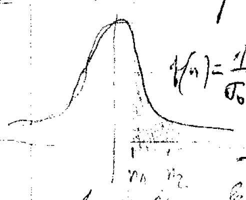
Blok rozhodovania

$\Rightarrow \hat{s}_i(t)$

potom vzorky: rozhodujú, čo bolo vyslané (tvrdá detekcia)

stratí info o spoľahlivosti

! hustota pravdepodobnosti $p(z/s_2(t))$



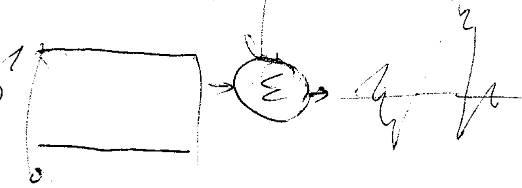
$p(n) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n_0}{\sigma_0}\right)^2}$

za predpoklad $s_1(t)$

$p(z/s_1(t))$

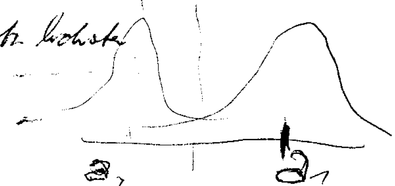
p, že šum bude od n_1 po n_2

$P(n \in \langle n_1, n_2 \rangle) = \int_{n_1}^{n_2} p(n)\, dn$



$$p(z/s_1(t)) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_1}{\sigma_0}\right)^2}$$

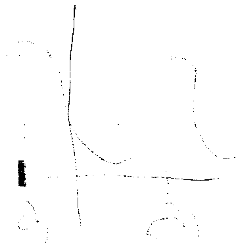
a_1 – str. hodnota



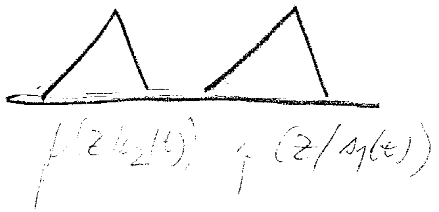
4-3

$$p(z|s_2(t)) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_0}\right)^2}$$

keby nebol rozdiel a_1 a a_2 prijímač by nemohol rozlíšiť s-y



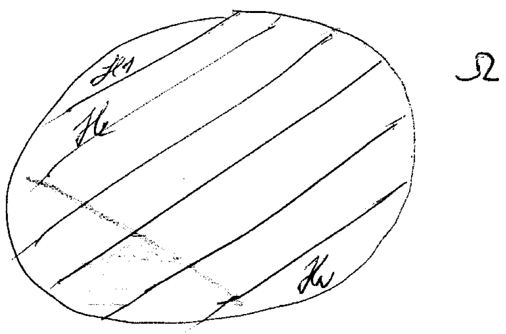
Teória rozhodovania



nijaký problém: neprekrývajú sa rozhodovanie chyba

ale pri gaussovskej krivke by problém je, že sa prekrývajú od $-\infty$ po ∞

Hypotéza



$H_i \cap H_j = \emptyset$: podmienka: ale sú nezlučiteľnými udalosťami

$$\bigcup_{i=1}^{N} H_i = \Omega$$

„Štatistika" Statistics

pozorovanie, čo zistíme: napr. prednášajúci prešiel predpokladom, či hypotéza nastane

- hypotéza: či vyslaná 0
  — II — 1

(predošlej prestav)
apriórne

Keby pravdepodobnosti — Apriori závislosti si pravdepodobnosti zgla-

mám $s_1(t), s_2(t)$

$$\boxed{P(S_i(t)) = \frac{1}{M}} \qquad p(S_i(t)) = \frac{1}{2} \text{ (pre 2)}$$

[dobrý ~~kanál~~ koder : kompakcia a kompresia : pravdepodobnosť jednotky p 1-ky $= p$ 0-y]

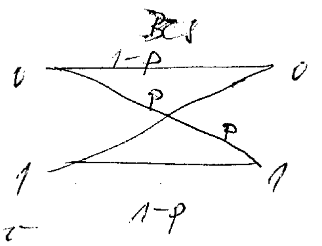
= bez predošlého prestavenia

Z(T) je štatistika = to čo rozhoduje
(ako optimálne rozhodovať)

Kritériá

$$\boxed{P(a) = P(\mathcal{H}_1)\cdot P(a/\mathcal{H}_1) + P(\mathcal{H}_2)\cdot P(a/\mathcal{H}_2) + \dots + P(\mathcal{H}_N)\cdot p(a/\mathcal{H}_N) = \sum_{i=1}^{N} P(\mathcal{H}_i)\cdot P(a/\mathcal{H}_i)}$$

- $p(z/s_1(t))$
- $p(z/s_2(t))$



pravdepodobnosť prijatia z po zoslaní $s_2(t)$
$p(z/s_2(t))$

systém
0
1
môžem zadať od $-\infty$ po ∞

N

— " —

$p(z/s_1(t))$

zaujíma nás pravdepodobnosť toho čo nie sme nastane

$$P(A, B) = P(B, A)$$

p, že nastane a aj B

$$\boxed{P(a) \cdot P(B/a) = P(B) \cdot P(a/B)}$$

$$\boxed{P(B/a) = \frac{P(B) \cdot P(a/B)}{P(a)}}$$

B...

$$P(a/B) = \frac{P(a) \cdot P(B/a)}{P(B)}$$

$$P(H_i/B) = \frac{P(H_i) \cdot P(B/H_i)}{\sum_{i=1}^{N} P(H_i) \cdot P(B/H_i)}$$

→ 0,9

0,01

Z závisí od s.

$$p(s_i(t) \mid Z) = \frac{P(s_i(t)) \cdot P(Z/s_i)}{P(Z)}$$

$$P(s_i/Z) = \frac{p(Z/s_i) \cdot p(s_i)}{\sum_i P(s_i) \cdot p(Z/s_i)}$$

→ vele o úplnej pravdepodobnosti
zjednotení malej plôšok

$$P(s_1/Z) = \frac{P(s_1) \cdot p(Z/s_1)}{P(s_1) \cdot p(Z/s_1) + P(s_2) \cdot p(Z/s_2)}$$

p – hustota pravdep.
P – pravdepodobnosť

$$P(s_2/Z) = \frac{P(s_2) \cdot p(Z/s_2)}{p(Z)}$$

$s_1(t)$? $s_2(t)$

MAP

maximum aposteriory probability

optimalne kriterium

$$P(s_1/z) \overset{H_1}{\underset{H_2}{\gtrless}} P(s_2/z)$$

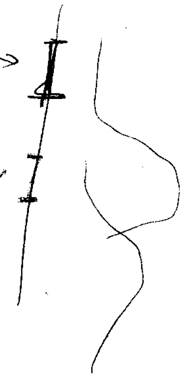
→ s_1 poslali

⇓ poslali s_2

poslali

ak z prostredí nevieme ...

ak z padne → má dálší > nepřesnost(?) ... ale kdy padlo

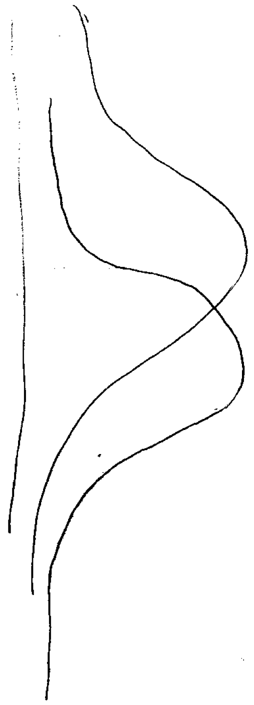


$$\frac{P(s_1)\cdot p(z/s_1)}{\cancel{p(z)}} \overset{H_1}{\underset{H_2}{\gtrless}} \frac{P(s_2)\cdot p(z/s_2)}{\cancel{p(z)}}$$

$$\frac{p(z/s_1)}{p(z/s_2)} \overset{H_1}{\underset{H_2}{\gtrless}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)}$$

MAP

$p(z/s_1)$



stredné

$P(0) = 0{,}5$

$P(1) = 0{,}5$

$$\frac{p(z/s_1)}{p(z/s_2)} \gtrless \frac{0{,}5}{0{,}5}$$

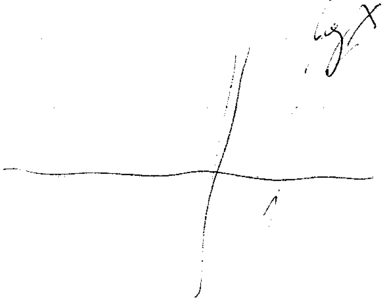
$$p(z/s_1) \overset{H_1}{\underset{H_2}{\gtrless}} p(z/s_2)$$

!

$$\frac{f(z/s_1)}{f(z/s_2)} \gtrless \frac{P(s_2)}{P(s_1)}$$

$$\frac{\cancel{\frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}}\, e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_1}{\sigma_0}\right)^2}}{\cancel{\frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}}\cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_0}\right)^2}} \gtrless \frac{P_2}{P_1}$$

$$e^{-1/2\left[\frac{(\cancel{z^2}-2za_1+a_1^2)-\cancel{z^2}+2za_2-a_2^2}{\sigma_0^2}\right]} \gtrless \frac{P_2}{P_1}$$



$$\ln\frac{P_2}{P_1} \lessgtr -\frac{1}{2}\left[\frac{2z(a_2-a_1)+a_1^2-a_2^2}{\sigma_0^2}\right]$$

$$\ln\frac{P_2}{P_1} \lessgtr \frac{z(a_1-a_2)}{\sigma_0^2} - \frac{a_1^2-a_2^2}{2\sigma_0^2}$$

$$z \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\sigma_0^2}{a_1-a_2}\left[\ln\frac{P_2}{P_1}+\frac{a_1^2-a_2^2}{2\sigma_0^2}\right]$$

$\Downarrow$ 0

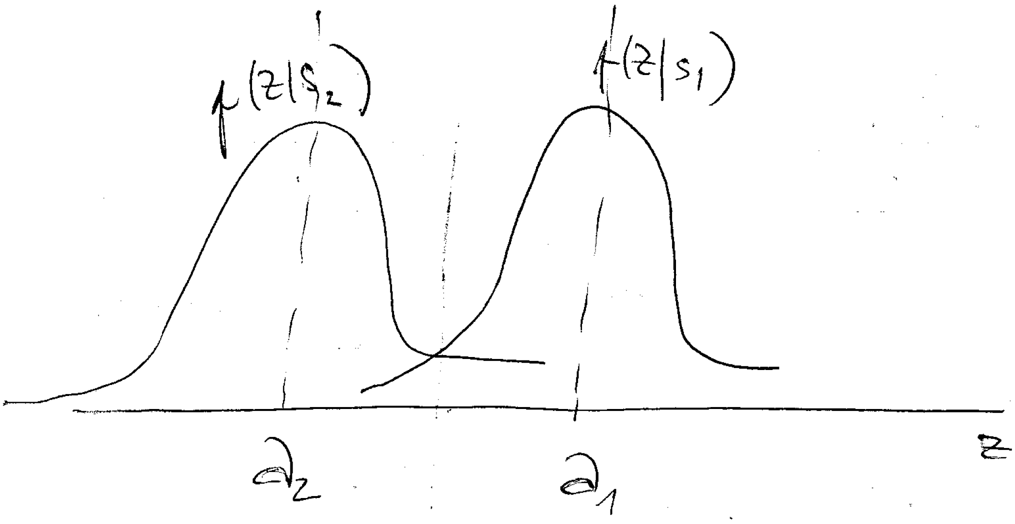
lidé preferují → lepší přiblížení

zohledňují se mi zpoždění a_1, A [apriorní pravděpod.]

ale $P_{s_1} = P_{s_2}$

$$z \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\sigma_0^2\, 0}{a_1-a_2} + \frac{(a_1-a_2)(a_2+a_1)}{2\sigma_0^2} =$$

$$\boxed{z \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{a_1+a_2}{2}}$$



ak neplatí => posunie sa

optimálna je môže byť zadaterel

MAP super

len <u>1. nevýhoda</u>: apriórne pravdepodobnosti nemusíme poznať

- raz angl. texty raz slovenské

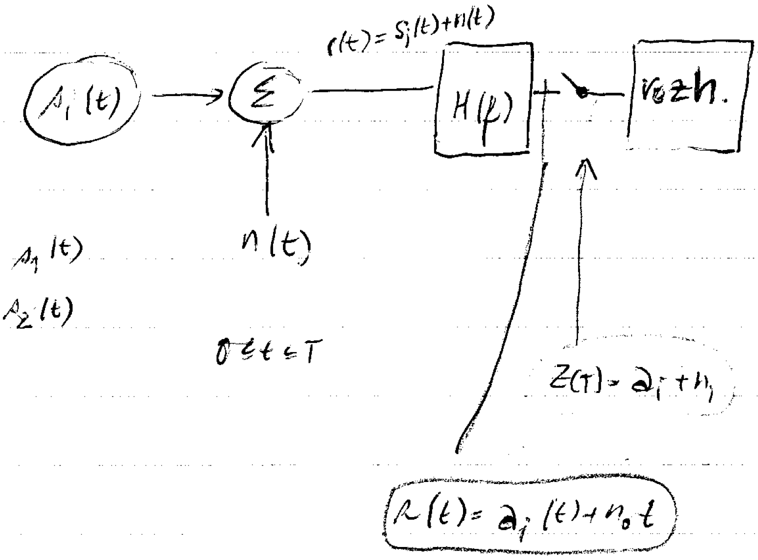
napr. 3, ...

use:

ML - <u>2. kritérium najlepšie</u>

maximum likelihood

$$p(z|s_1(t)) \underset{\mathcal{H}_2}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} p(z|s_2(t))$$



$s_1(t)$
$s_2(t)$

$0 \le t \le T$

RCR

MAP zohľadňuje $P_1 = P(s_1(t))$
$P_2 = P(s_2(t))$ $\quad P_1 \neq P_2$

Čo ak nepoznáme P_1, P_2?

ML maximum likelihood

hustota pravdepodob.
$p(z|s_2(t))$
$p(z|s_1(t))$

$$\boxed{p(z/s_1(t)) \underset{H_1}{\overset{H_2}{\gtrless}} p(z/s_2(t))}$$

$P_1 = P_2$ ↗ máme v poriadku
$P_1 = P_2 = 1/2$

Loglikelihood

$$\ln \frac{p(z|a_1)}{p(z|a_2)}$$ z nerovnosti

LLR ... Ratio

$$p(z|a_2(t)) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_2}{\sigma_0}\right)^2}$$

$$p(z|a_1(t)) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-a_1}{\sigma_0}\right)^2}$$

$P_B = ?$ keď chceme GaS

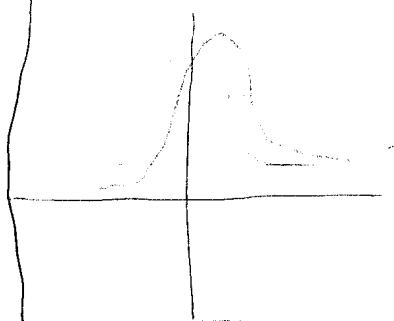
$P_1 = P_2 = 1/2$ (ML)

Antipodálne s-y

môžeme sa dostať s-y čo najďalej od seba
→ ale nemáme s pásmo

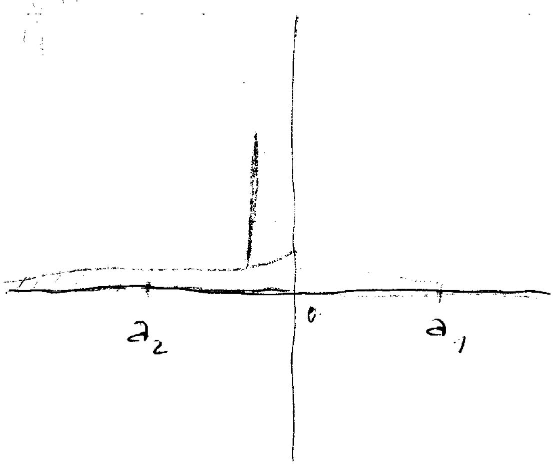
CROSSkorelácia: podobnosť 2 rôznych s-ov
čím ⓔ tým lepšie

$\boxed{s_1(t) = -s_2(t)}$



najlepšia možnosť
crosskorel. je najmenšia

(ak máme viac s-ov, tak nie dosiahneme ortogonalitu - d



$P_1 = P_2 = \frac{1}{2}$

$\frac{s_1 + s_2}{2}$

(?)

BOD ROZHODNUTIA

ale padne rozhodnutie bližšie k $s_2(t)$ ≡ f-cia rozhodnutia

ML = „MAP"

$P_1 = P_2$ · bod bližšie $s_2(t)$

$$f(z/s_2(t)) \overset{H_2}{>} f(z/s_1(t))$$

pravdepodobnosť že bola vyslaná s_1
- II - s_2 (???)

malo aby sa pomýlil: musí prekročiť prah od μ (pôsobenie AWGN šumu)

$$\boxed{P_{ch} = P(s_1(t)) \cdot P(^{ch}/_{s_1(t)}) + P(s_2(t)) \cdot P(^{ch}/_{s_2(t)})}$$

$$P_{ch} = \frac{1}{2} P(^{ch}/_{s_1}) + \frac{1}{2} P(^{ch}/_{s_2})$$

• ak sú s. antipodálne (napr. $\sin$, $-\sin$)

$$P_{ch} = \frac{1}{2} P(^{ch}/_{s_2}) + \frac{1}{2} P(^{ch}/_{s_2})$$

$$P_{ch} = P(^{ch}/_{s_2}) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - a_2}{\sigma_0}\right)^2} dz = *$$

$$P(ch/s_2(t)) = \int_{\mu}^{\infty} f(z/s_2(t))\, dz$$

subst.

$$\boxed{u = \frac{z - a_2}{\sigma_0}} \quad \left| \begin{array}{l} \sigma_0 u + a_2 = z \\ \sigma_0\, du = dz \end{array} \right|$$

$$\mu_u = \frac{\frac{a_1 + a_2}{2} - a_2}{\sigma_0} = \frac{\frac{a_1 + a_2}{2} - \frac{2a_2}{2}}{\sigma_0} = \frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}$$

$$* = \frac{\sigma_0}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}u^2} \cdot du = *$$

$$* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x = \frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}}\, du =$$

$Q(x)$ = complementarní chybová f-ce

Rozsah f-ce

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

- vrací plochu od 0 proti ∞

Q
$1/2$
Q_x $Q = -\infty$ 1 $\Rightarrow 0$

$Q = \infty$ $= 1$

$x > 3$ aproximace

$$Q(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$

chyby

$$P_{ch} = P_B \cdot \frac{\#\text{ chybné přij}}{\#\text{ v. vysílaných}}$$

P_b

BER

bitová chyba

SER

symbol

FER

frame

BLER

block

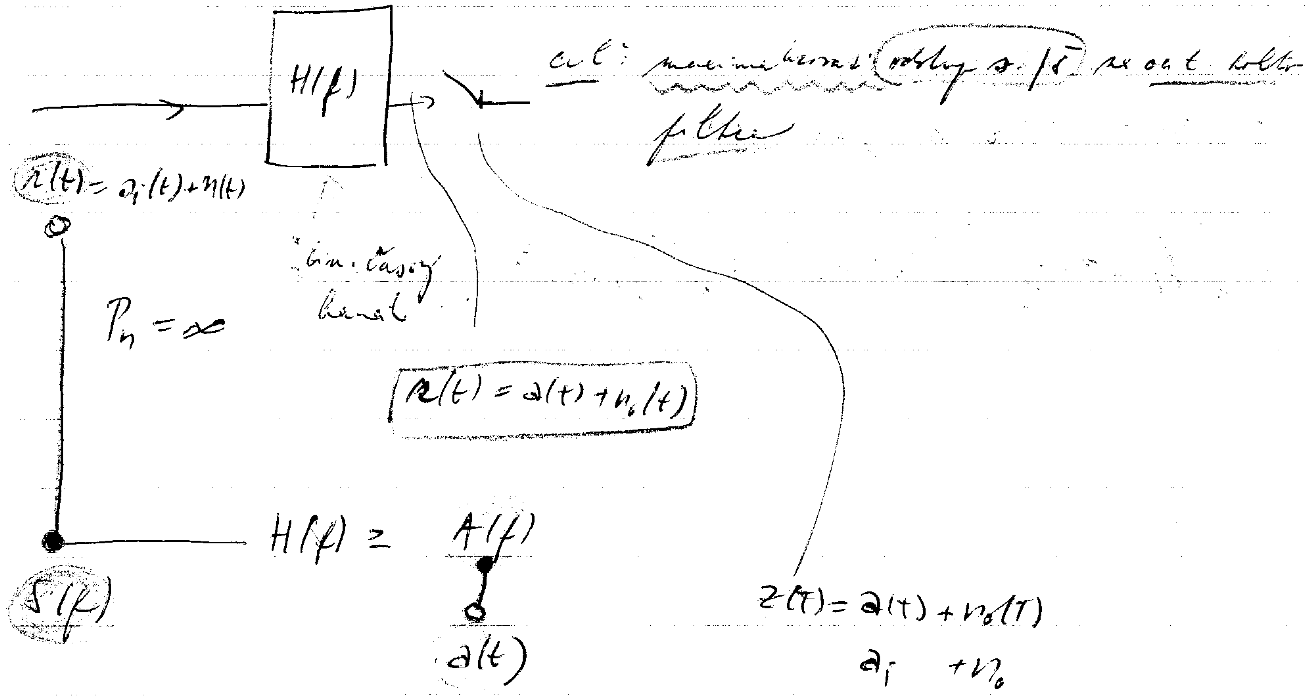
$$P_{ch} = P_B = Q\left(\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}\right)$$

$\uparrow$

10^{-6}

10^{-14} optika - laptop

- doma



$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{a^2}{\sigma_0}}$$

$$a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)\cdot H(f)\, e^{j2\pi f t}\, df$$

$$\frac{N_0}{2}\,|H(f)| = G_Y(f)$$

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0}{2}\,|H(f)|^2\, df = \frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2\, df$$

$$\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} S(f)\cdot H(f)\cdot e^{j2\pi f t}\, df\right|^2}{\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2\, df}$$

Schwarzova nerovnost

- z bodu A do bodu B vedeme přímku (místo C)

$$\left|\int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)\,dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f_2(x)\,dx\right|^2 \le \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(x)|^2\,dx \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |f_2(x)|^2\,dx$$

$=$ až $f_1(x) = k f_2^*(x)$

komplexně sdružené! const

zjednodušit

$$|e^{ix}|^2 = 1 \quad ?$$

$$\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty} S(f)\cdot H(f)\cdot e^{j2\pi f T}\,df\right|^2}{\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}|H(f)|^2\,df} \le \frac{\int_{-\infty}^{\infty}|S(f)|^2\,df\cdot\int_{-\infty}^{\infty}|H(f)|^2\,df}{\frac{N_0}{2}\int_{-\infty}^{\infty}|H(f)|^2\,df}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty}|S(f)|^2\,df}{\frac{N_0}{2}} = \boxed{\frac{2E}{N_0}}$$

$$\left[N_0 = \frac{W}{Hz} = Ws\right]$$

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_T \le \frac{2E}{N_0}}$$

odstup — max hodnota

AWGN - dobý kanál so rušením (všade)

- ale tu vzhľadom na šum

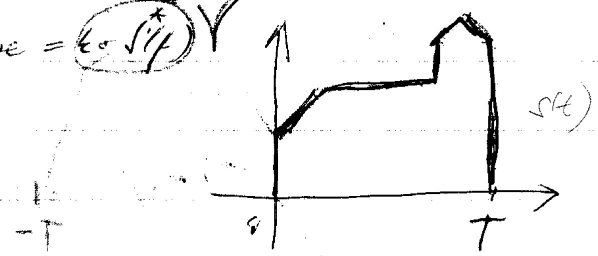
Zaujíma nás = [illegible]

$$\boxed{f_1(x) = k f_2^*(x)}$$

$e^{-j2\pi f T}$ → ale komplexne združené

H(f) ?

H(f) [illegible] čase $= k \cdot S^*(f)$



$$h(t) = \begin{cases} k \, s(T-t) & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

chceme z toho [illegible] získať ~~[illegible]~~ impulznú odozvu

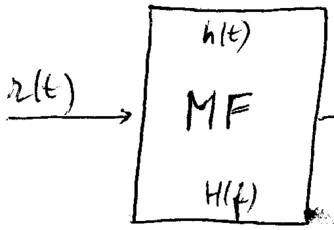
čo vyjadruje impulzná odozva

Spriahnutý filter [illegible] [illegible] odpoveď [illegible]

matched filter :

Urobiť bez filtra ⇒ lepšie

Náhrada MF korelátorom



$$z(t) = r(t) * h(t) = \int_0^t r(\tau)\, h(t-\tau)\, d\tau = \int_0^t r(\tau)\, s[T-(t-\tau)]\, d\tau \Rightarrow$$

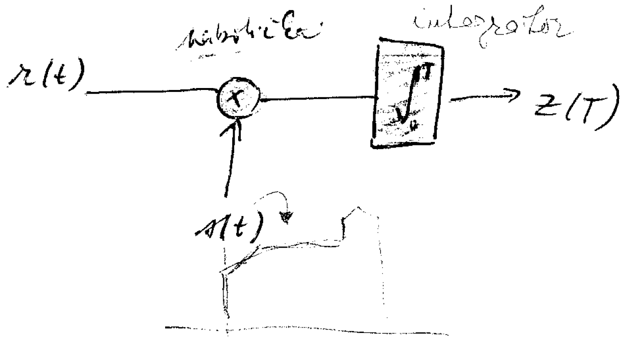
$$h(t) = k \cdot s(T-t)$$

$$t' = t-\tau$$

dosadíme T za t

$$z(T) = k\int_0^T r(\tau)\, s[T-(T-\tau)]\, d\tau = \boxed{k\int_0^T r(\tau)\, s(\tau)\, d\tau}$$

v čase T môžeme nahradiť

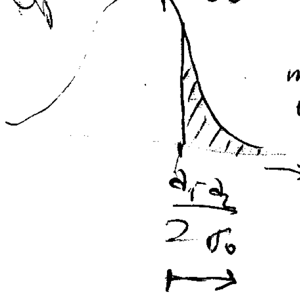


rozhraní, tzv. [illegible]

mení sa len s f_m čo to násobím

$$P_B = Q\left(\frac{a_1-a_2}{2\sigma_0}\right)$$ → treba maximalizovať argument

chybová plocha



minimalizovať túto plochu (BER: P_B...)

a2 [illegible]

$\frac{a_1-a_2}{\sigma_0}$ → [illegible] maximalizovať

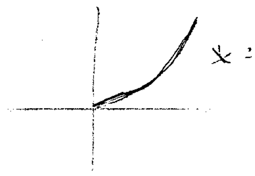
2 s. y $\quad s_1(t) \quad s_2(t) \quad \Rightarrow s_d(t)$ $\quad$ namesto 1 s. ↳ razdalja s.

$a_1 \qquad a_2$

jedno s.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_T = \left(\frac{\bullet}{\sigma_0}\right)^2 \qquad \left(\frac{a_1 - a_2}{\sigma_0}\right)^2$$

maksimaliziramo 2. možnost



- $s_1(t) - s_2(t) = s_d(t)$

- $E_d = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt$

$$\xrightarrow{s_d(t)+n(t)} \boxed{H(f)} \xrightarrow{} z(T) = a_d + n_0$$

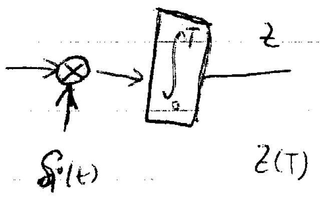
$$\boxed{a_d = a_1 - a_2}$$

$$\boxed{\left(\frac{S}{N}\right)_T = \frac{a_d^2}{\sigma_0^2} = \underbrace{\frac{(a_1 - a_2)^2}{\sigma_0^2} \leq 2 \cdot \frac{E_d}{N_0}}_{\text{vstavimo}}}$$

Vstavimo tak, ker mu meja dovoli

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(a_1-a_2)^2}{\sigma_0^2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2 E_d}{N_0}} = \sqrt{\frac{E_d}{2N_0}} - \sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}$$

$$\boxed{P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right)}$$



$\rightarrow \boxed{MF} \rightarrow$

modulový filter

$$\boxed{P_B \sim f\left(\frac{E_b}{N_0}\right)}$$

→ zle sa ls-w

$$\boxed{\frac{S}{N}} \qquad \boxed{\frac{E_B}{N_0}}$$

$\{s_1(t), s_2(t)\}$ $\qquad k=1$

$\{s_1(t), s_2(t) \ldots s_M(t)\}$ $k=\log_2 M$ $\qquad M=2^k$

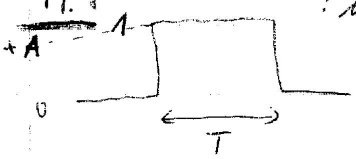
$P_B = ?$

$$P_B = Q\left(\frac{a_1+a_2}{2\sigma_0}\right)$$

$$Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right)$$ → energia diferenč. s-u

→ $s_d(t) = s_2(t) - s_1(t)$

Pr. 1



: unipolár. v zákl. pásme

$s_1(t) = \begin{cases} A & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$

$s_2(t) = 0$

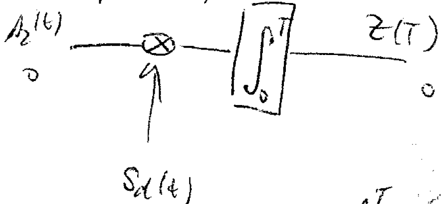
$s_d(t) = s_1(t) - s_2(t) = A$

$$E_d = \int_0^T A^2\,dt = A^2 T$$

$= A^2 + A \cdot n(t)$

$\bullet\ a_1(T) = a_1 = \mathcal{E}\{z(T)\} = \mathcal{E}\{\int_0^T A(A + n(t))\,dt$

$z(t) = s_i(t) + n(t)$



$A(t) + n(t)$

$\bullet\ a_2(T) = \mathcal{E}\{\int_0^T [0 + n(t) \cdot s_d(t)]\} = \mathcal{E}\{\int_0^T A \cdot n(t)\} = 0$

$\mathcal{E}\{\int_0^T A^2 dt\} + 0 = \underline{A^2 T}$

$\bullet\ E_B = ?$

$s_1(t)$ $\bullet$ $- E_{s_1} = \int_0^T A^2 dt = A^2 T$ str. hodnota

$- E_{s_2} = \int_0^T 0\,dt = 0$ str. hodnota

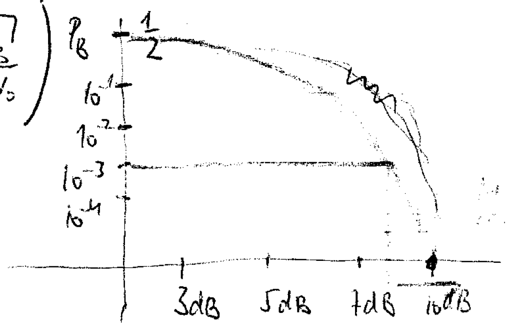
$$\mathcal{E}\{E\} = \frac{1}{2} \cdot A^2 T + \frac{1}{2} \cdot 0 = \frac{A^2 T}{2}$$

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{A^2 T}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$$

koľko E na prenos 1 bitu treba (koľko J sa minie energie)

→ aby najlepší zdroj. ~~naj[illegible]~~ využil menej energie

$\bullet\ P_B = q\,f\text{-cia}\ Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$



Grafy: P_B; $\frac{1}{2}$; 10^{-1}; 10^{-2}; 10^{-3}; 10^{-4}; 3dB; 5dB; 7dB; 10dB

6x dlhšie trvá

až aj keď extrémne veľa

volí sa nepresiahnu

adaptívne

kanál sa zhorší - zmení

sa modulácia ... adaptívne

podľa stavu kanála

$\bullet\ 10 \cdot \log \frac{E_B}{N_0} = 10\ \text{dB}$

$$\frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{E_B}{N_0} = 10^1$$

$$\boxed{\frac{E_B}{N_0} = 10}$$

$$10 \cdot \log \frac{E_B}{N_0} = 3$$

$$\boxed{\frac{E_B}{N_0} = 10^{\frac{3}{10}}}$$

Minimum E

$\{s_1(t), s_2(t) \ldots s_M(t)\}$

střed. hodnota E

antipodální

$s_1(t) = -s_2(t)$

$$E_d = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt = \int_0^T s_1(t)^2 dt + \int s_2(t)^2 dt - 2\int s_1(t) \cdot s_2(t) dt =$$

$$E_1 + E_2 - 2 \cdot R(0) \qquad E_{xy}$$

$s_1(t) = s_2(t)$

$E_d = 0$

$Q(0) = \frac{1}{2}$

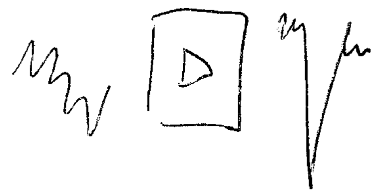
$\downarrow$

pravděpodobnost chyby $\approx \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ kapacita kanálu $= 0$

$$R(\tau) = \int_0^T s_1(t) \cdot s_2(t+\tau) dt$$

$$\boxed{r(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}} - \frac{s_2(t)}{\sqrt{E_2}}}$$

aby sa sebe
nepodobali: delíme $\sqrt{\ }$



$$1 + 1 - 2\cdot\frac{E_{12}}{\sqrt{E_1\cdot E_2}} = \frac{R(0)}{\sqrt{E_1\cdot E_2}}$$

$$\int_0^T r^2(t)\,dt$$

korelácia krosskorelácii
normalizovaný

pre $\boxed{J=0}$

E závisí od E_1, E_2 a súčinu

normalizácia: keby mali obe jednotkové Eie

$E_1 = E_2 = 1$

$1 + 1 - 2\cdot R_{12}(0)$

$$\boxed{E_d = 2 - 2\cdot R_{12}(0)}$$

$$\frac{E_d}{2} = 1 - R_{12}(0)$$

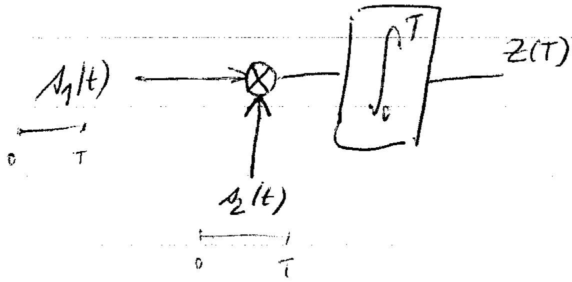
$$\boxed{R_{12}(0) = 1 - \frac{E_d}{2}}$$

Zovšeobecnená Fourierova transformácia

$$Q\left(\frac{a_1-a_2}{2\sigma_0}\right)$$

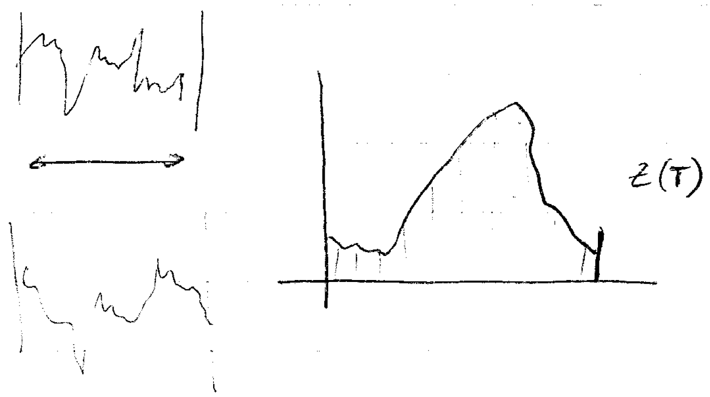
$$\boxed{P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right)}$$

malá rýchlosť : rozdiel signálov musí byť veľký



$$= \int_0^T s_1(t)\cdot s_2(t)\, dt = \int_0^T s_1^2(t)\, dt = \boxed{E_1}$$

Korelácia: miera podobnosti



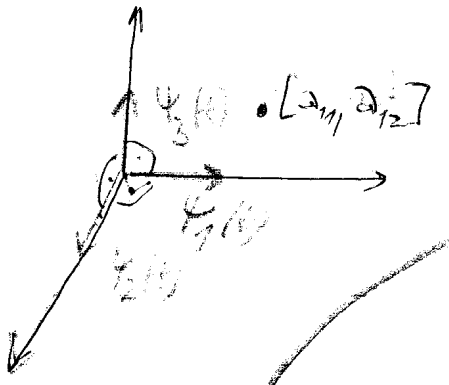
$$\boxed{s_1(t) = s_2(t)}$$

$$\int_0^T s_1(t)\cdot s_2(t)\, dt = 0$$

$\Downarrow$

ortogonálne

→ vektorový prostor zadefinovat



$$\boxed{s_i(t) = a_1 \; ? \; + a_2 \; ! \; + a_3 \; ! \; + a_N \; ?}$$

výsledok je signál

! ≡ fázové vektory z libovolného výsl. vektoru

bázové vektory $\psi(t)$

$$\int_0^T \psi_i(t) \cdot \psi_j(t)\, dt = \begin{cases} k_{ij} & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

$$s_1(t) = a_{11} \cdot \psi_1(t) + a_{12} \cdot \psi_2(t) + \dots + a_{1N} \cdot \psi_N(t)$$

$$s_2(t) = a_{21} \cdot \psi_1(t) + a_{22} \cdot \psi_2(t) + \dots + a_{2N} \cdot \psi_N(t)$$

$$\vdots$$

$$s_M(t) = a_{M1} \cdot \psi_1(t) + a_{M2} \cdot \psi_2(t) + \dots + a_{MN} \cdot \psi_N(t)$$

→ Generalized FT ←

$$\int_0^T \psi_j(t) \cdot \psi_k(t) = k_j \cdot \delta_{jk}$$

- $0 \le t \le T$
- $k \wedge j = 1, 2 \dots N$

N bázových fcí

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

kroneckerova δ f-cia

ak $k_j = 1$ $j = 1, \dots N$ → orto~~gonálna~~normálna

→ diskr. FT

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} \cdot \psi_j(t)$$

$0 \le t \le T$

$i = 1, 2 \dots M$

$j = 1, 2 \dots N$

$$\bar{s}_1 = (a_{11}, a_{12}, a_{13} \cdots a_{1N})$$

$$a_{ij} = \frac{1}{k_j} \int_0^T s_i(t) \cdot \psi_j(t)\, dt$$

↑ ako získam koeficienty

korelácia získam podobnosť koeficientov
↳ miera podobnosti

vypočet priemeru
vypočet const a_{ij} podobnosť

k_j - energia bazi. f-cie

k_j = $j = k$ $\int_0^T \psi_j(t) \cdot \psi_j(t)\, dt = E_j$

$$\boxed{\begin{aligned} s_i(t) &= \sum_{j=1}^{N} a_{ij}\, \psi_j(t) \\ a_{ij} &= \frac{1}{k_j} \cdot \int_0^T s_i(t) \cdot \psi_j(t)\, dt \end{aligned}}$$

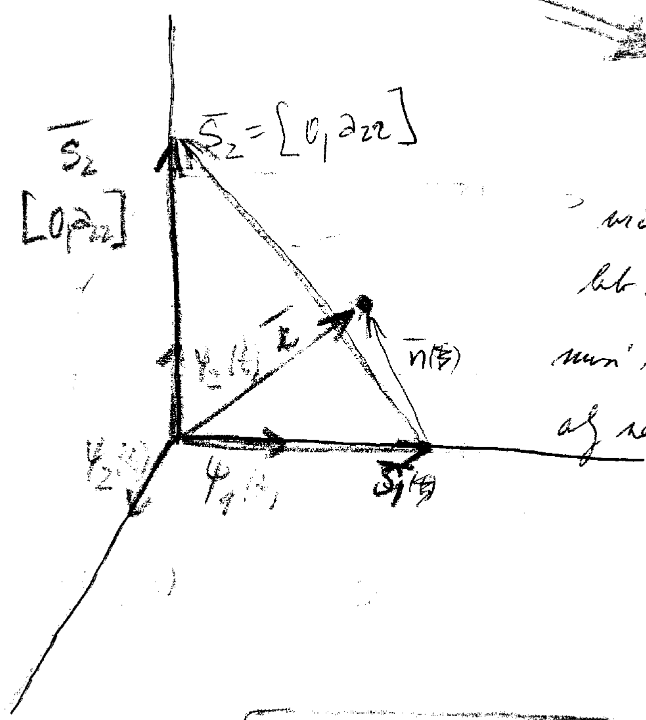
$i = 1 \dots M$
$0 \le t \le T$
$j = 1 \dots N$

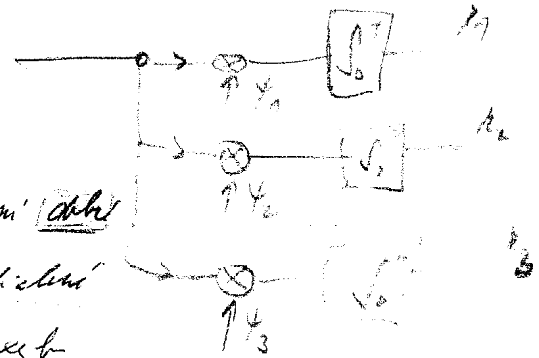
ak dostanem koeficienty dostatok

(koreluje $\psi_1(t)$ a $\psi_2(t)$, $\psi_2(t)$ a $\psi_3(t)$ ...)

: 3 korelátory

(prílohy)





→ určuje si sa dobre alebo ak rozdielne musí nebo sa ... aj sa nebo sa posunul

AWGN - početnosť v súradniciach (každý s. je zašumený)

$$\boxed{n(t) = \hat{n}(t) + \tilde{n}(t)}$$

padne do priestoru; odfiltrovaná časť

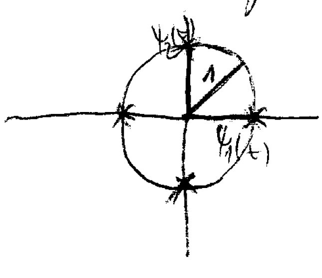
$\bar{n} = (n_1, n_2, n_3)$ aj N má súradnice

$\bar{n} = \{ n_1\psi_1(t) + n_2\psi_2(t) + n_3\psi_3(t)$

3D: $(a_{11}, 0, 0)$

$\bar{s}_1(t) = (a_{11}, 0)$ ak 2D priestor

QPSK najväčšia modulácia

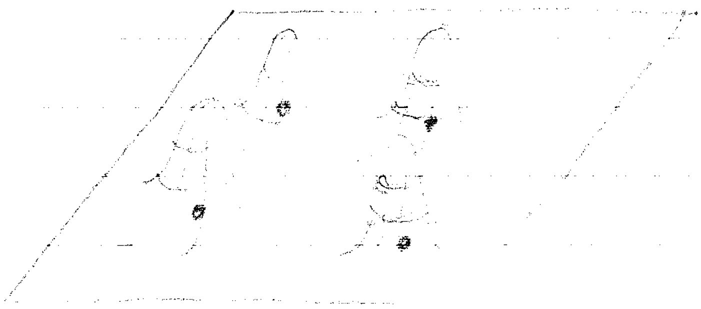


v našej rovine

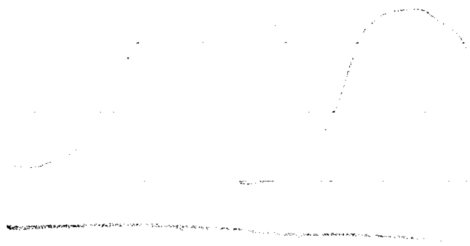
• nepoužitý prostory hodnoty

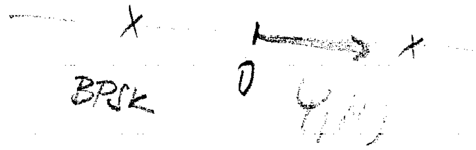
vidíme na OSC

(v hodnote - okolie - malá korekcia)



$s_1(t) = -s_2(t)$





BPSK

GFT

$\{A_1(t), A_2(t) \dots A_M(t)\}$ modulačná abeceda

$M = 2^k$

$A_i(t) \qquad 0 \le t \le T$

kanálové symboly

∞ veľa symbolov preko má kanál problém odlíšiť

„protokol"

ACM - ~~ni~~ max

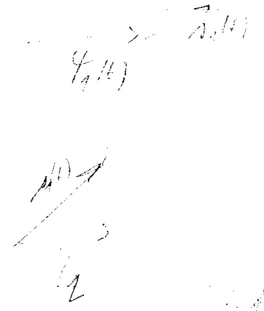
čím > prototypov, tým > ktorým sa dá odlíšiť

ak je veľa prototypov : nedá sa ich rozlíšiť

euklidovská vzdialenosť $\mathcal{E}_d \sim \sqrt{E_d}$

signálový priestor

• Gram Schmidtova teória - umožňuje nájsť najmenší # s-ov



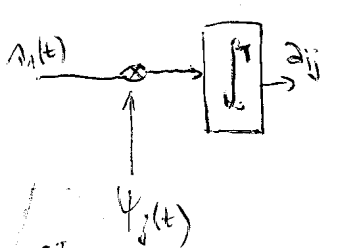
$a_1 \cdot i + a_2 \cdot j + a_3 \cdot k$

(a_1, a_2, a_3)

veľkosť miera podobnosti

$$a_{ij} = \frac{1}{k_j} \int_0^T A_i(t) \cdot \psi_j(t)\, dt$$

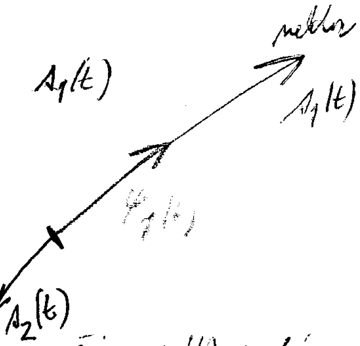
$$A_1(t) = a_1 \cdot \psi_1(t) + a_2 \cdot \psi_2(t) + a_3 \cdot \psi_3(t)$$



$$\int_0^T \psi_i(t) \cdot \psi_j(t)\, dt = \begin{cases} k_{ij} = j \cdot \psi_j(t) \\ 0 \end{cases}$$

ortonormálny priestor

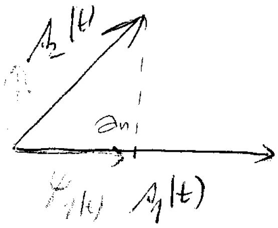
Gramm Smittova metóda



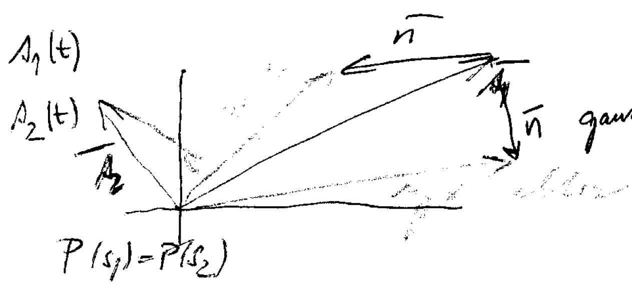
čili $s_2(t)$ sada urobil pomocou bázovej f-cie

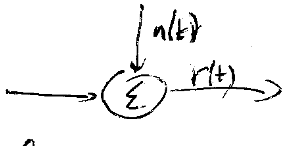
$$\boxed{\begin{aligned} 2\,\varphi_1(t) &= s_1(t) \\ -2\,\varphi_1(t) &= s_2(t) \end{aligned}}$$

při 2 s. → zobecněný jednorozměrný prostor



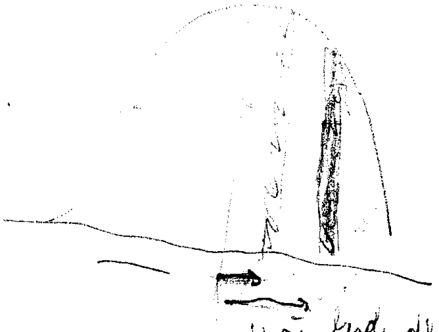
ak nezačíná s s_1





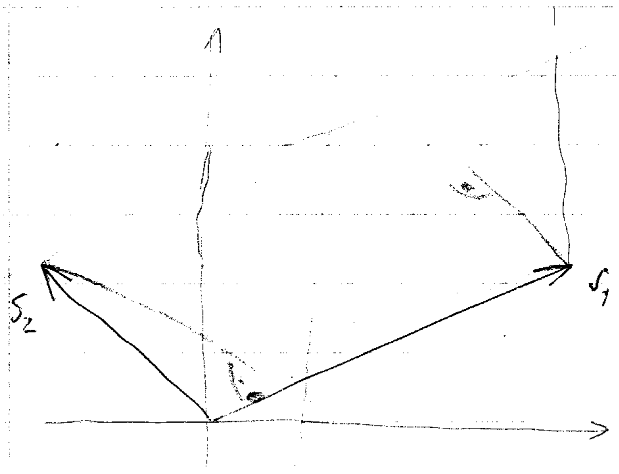
hranice

2D:



pri bude dĺžka konštantná je B

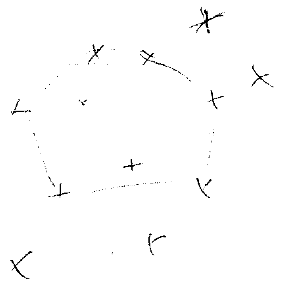
aby největší velikost sumy bylo když mu položíš : kolmica



jsou stejné
ale něj blíž
proč?

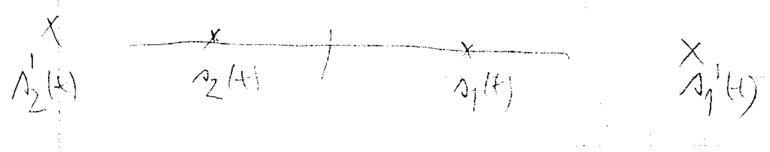
- přiřadím k
eukleid. vzdálenost 1 > eukl. vzdál. 2
energie sumy je délka >

Voronoiovy buňky
- v prostoru - složitější dvojrozměrné útvary

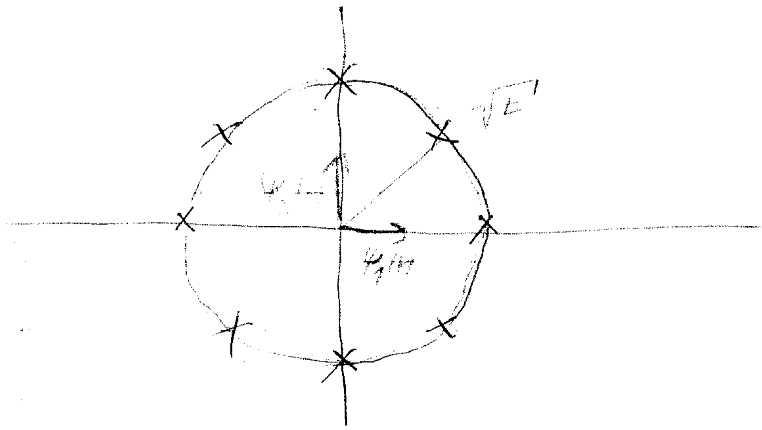


dobrá modul. abeceda je taková, kt. pomáhá detektoru aby se co nejméně mýlilo

místo 1W posíláme 1kW



GSM



v bin. systém QPSK

EDGE

M=8 (8 polohami)

3 bity prenášam

8 slotov 1 užívateľovi

E Ericsson

rozšírenie

V modulácii

• $s(t) = A\cos(2\pi f_c t + \varphi)$

$s(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

koh. nekoh.

PSK

FSK

~~ASK~~

QAM (PSK/ASK)

Koherentné a nekoherentné príjem

s dokonalou bez odhadu

$$\boxed{\frac{2\pi}{-jW} e^{-j\omega t}}$$

I. koh. nekoh.

koherentné

Ampl. $\sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega t + \varphi)$

$R = 1\Omega$

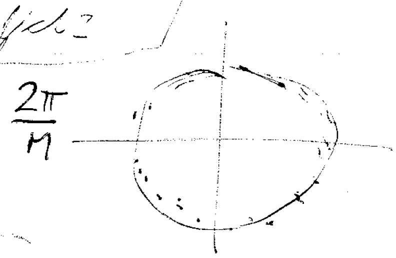
$A \cos \omega t = \sqrt{2} A_{ef} \cdot \cos \omega t = \sqrt{2A_{ef}^2} \cos \omega t$

$= \sqrt{2P} \cos \omega t = \sqrt{2\frac{E}{T}} \cos \omega t$

MPSK $M>2$

$$\boxed{\begin{aligned}\varphi_1(t)&=\sqrt{\tfrac{2}{T}}\cos\omega_0 t\\ \varphi_2(t)&=\sqrt{\tfrac{2}{T}}\sin\omega_0 t\end{aligned}}$$

hledáme kombinace fcí?

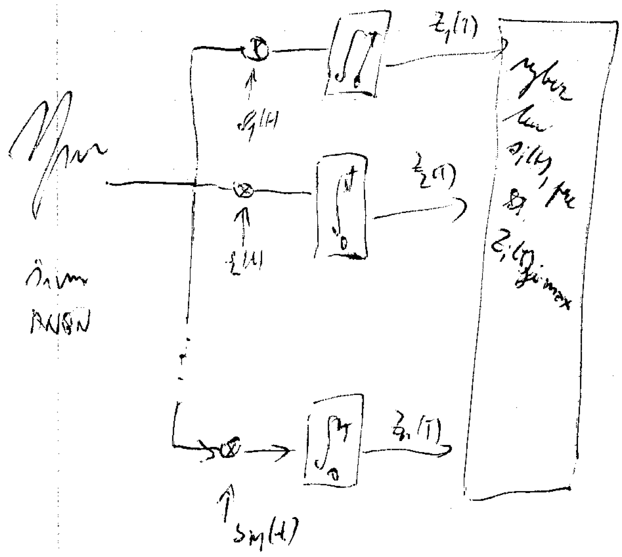


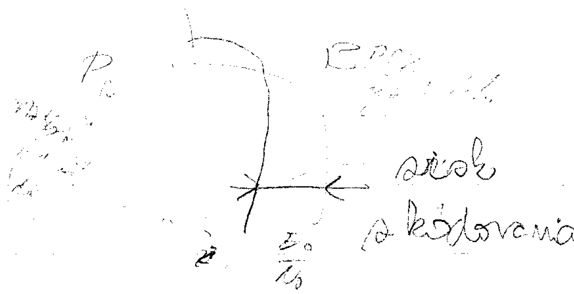
$$s_i(t)=\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(\omega_0 t+\varphi_i(t)) \qquad \varphi_i(t)=\frac{2\pi}{M}\cdot i$$

až info je ve fázi

PRIJÍMAČ

1. $\{s_1(t), s_2(t) \dots s_M(t)\}$





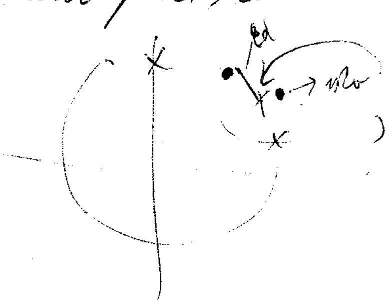
ML
MAP
$P_1=P_2\dots P_M$

$\rightarrow \hat{0}\hat{0}\hat{0}$

odhad je s vysokou pravděpodobností správný

vždy se hodnocení pak je SKM

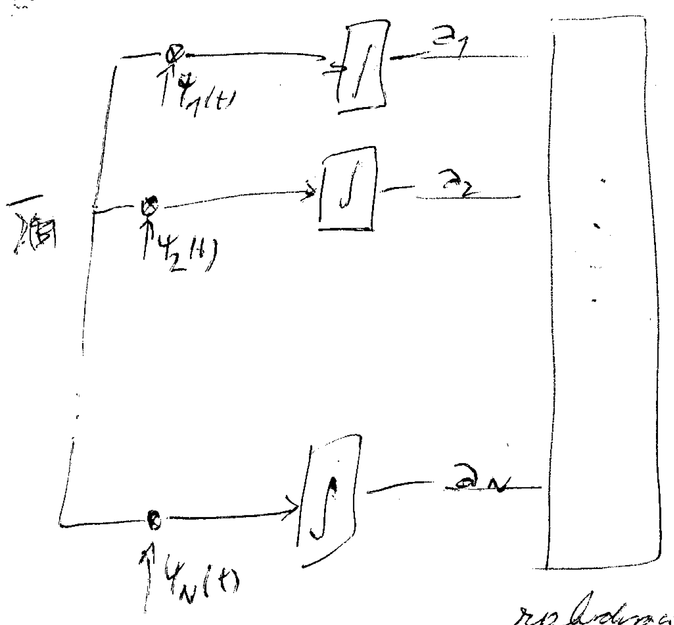
detekce pracuje na t rovinách (musí)



) není tak, ale odhad na hranici může způsobit

2. prijímač

Korelátor s báz. f-ciami



rozhodovač
blok
→ ...
→ ktorý je najbližšie
vypočíta
~~...~~ alebo korm. bunky podľa, druhej ...

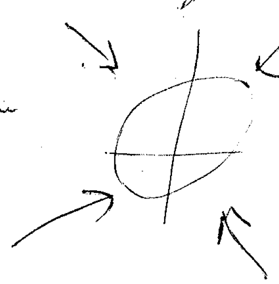
kde je ①, ...?
ale GS metóda

② => 2 korelátory

① → 200 korelátorov

nevýhoda MPSK
ak do ○ nakreslíme najviac bodov alebo ...

ak nepoznáme ... kružnicu



lebo E?

koherentný (obnova nosnej ...)

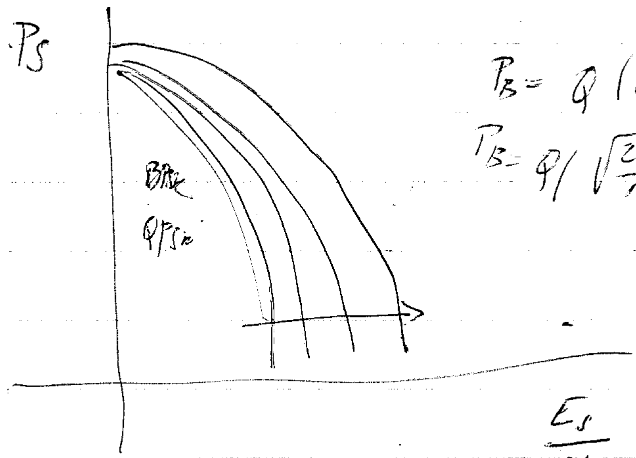
MPSK

BPSK len v 1 mere (1 bázová funkcia)

FPSK $\underbrace{\qquad}_{\varphi_1(t)}$

$s_1(t) = -s_2(t)$

ola zmienení problém



$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$

$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$

$$s_1(t) = a_{i1}\varphi_1(t) + a_{i2}\cdot\varphi_2(t) = \sqrt{E}\cdot\cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\cdot\varphi_1(t) + \sqrt{E}\sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\cdot\varphi_2(t)$$

ϕ_i ϕ_i

Diferenciálna PSK DPSK

nekoherentná: BPSK keď sa fáza nemení príliš rýchlo

prijímač môže používať fázu predch. prototypu za referenčnú

info sa ~~mapuje do zmeny~~ v fáze

MDPSK

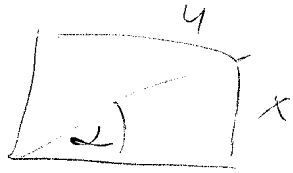
$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cos\left[(2\pi f_c t + \theta_i(t)\right] \quad \begin{matrix} 0 \le t \le T \\ i = 1 \ldots M \end{matrix}$$

QDPSK

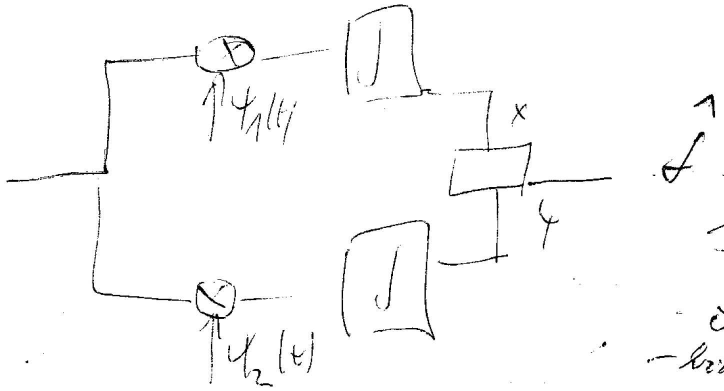
φ

$$r(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cos\left[2\pi f_c t + \theta_i(t) + \varphi\right] + n(t)$$

$tg\,\alpha = \frac{x}{y}$



$\alpha = \arctan \frac{x}{y}$



2 rozdiely
zisk
odstránenie
- každý pol 2 body (nie z prototypu)

$$\left[\Theta_k(T_2)+\varphi\right] - \left[\Theta_j(T_1)+\varphi\right] = \Theta_k(T_2) - \Theta_j(T_1) \Rightarrow$$

FSK

mením f

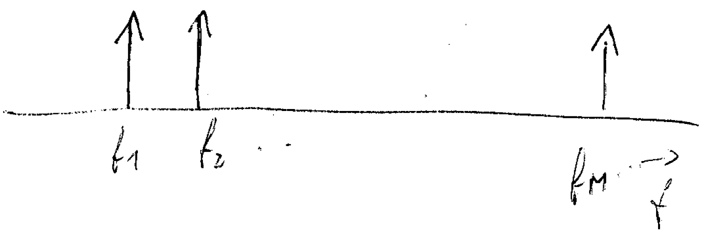
$\sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(2\pi f_i t+\varphi)$ - kol.

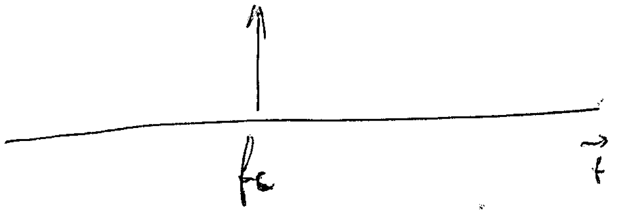
n-prototypov

$0 \le t \le T$

$0 \le i \le M$

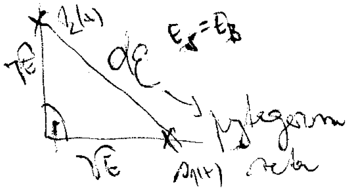
MFSK - zaručí požiadavku: aby ortogonalita (každý prototyp je ⊥)





3: ortogonálne
2: antipodálne

BFSK
kvadratúrne



254 079 171

$$P_B = Q\left(\frac{d\mathcal{E}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

$\sqrt{E_B}$ $\sqrt{E_B}$

$2\sqrt{E_B}$

KOF BFSIL

$d\mathcal{E}^2 = 2E_B$ $d\mathcal{E} = \sqrt{2E_B}$

$$\boxed{P_{B\cdot BFSIL} = Q\left(\frac{\sqrt{2E_B}}{\sqrt{2N_0}}\right)} =$$

$$P_{B_{BFSIL}} = Q\left(\frac{2\sqrt{E_B}}{\sqrt{2N_0}}\right) = Q\left(\frac{\sqrt{4E_B}}{\sqrt{2N_0}}\right) = Q\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}$$

~~ito p~~

3FSK (7)

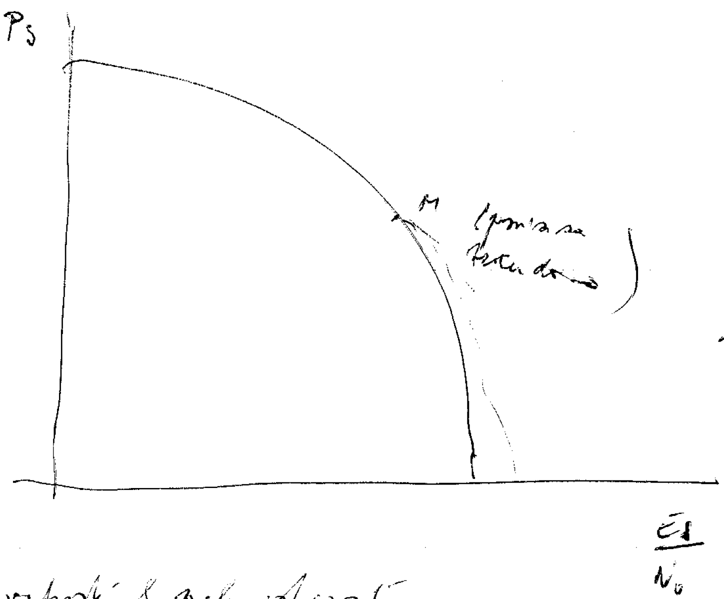
↓

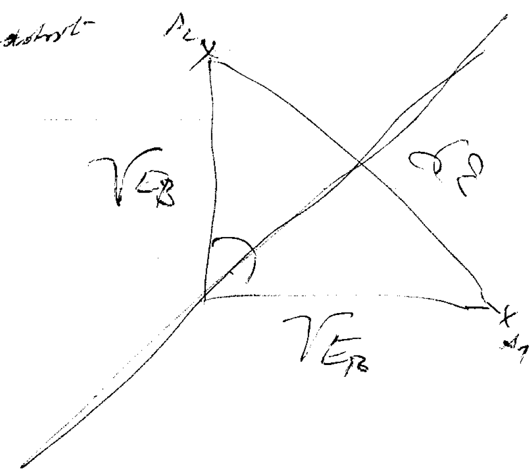
nuje

[illegible]

[illegible]

[illegible] 4 [illegible]

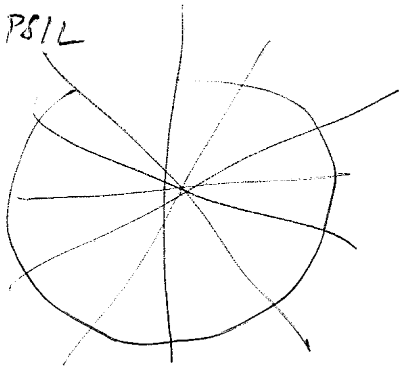




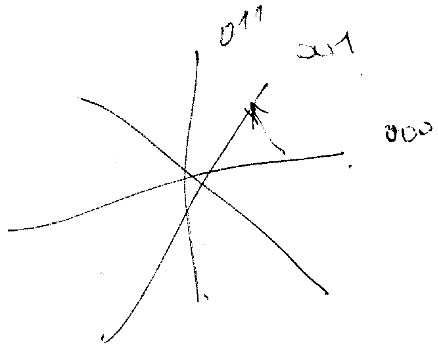
vzhled [illegible] obteral

[illegible]

MPSK



Grayov kód



chyba v symbolu → nespozná se jen 1 chyba
↳ chyba 1 bitu z 3

8PSK (pokrývá se to 1/3)

$$P_B = \frac{P_S}{3}$$

· pravděpodobnost chyby na symbol P_S

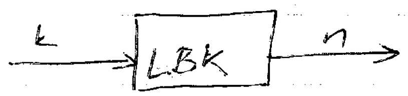
p. chyby na bit

MPSK

0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

KONVOLUČNÉ KÓDY

pridávame redundanciu



error correcting codes

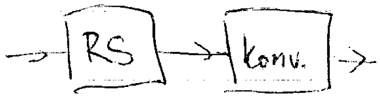
blokové   stromové

LBK   Konvolučné   for.

(i keď ťažko je dosiahnuť samoopravnosť)

nebo.

- väčšinou doplnené iným kódom

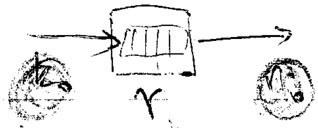


C = i * h

~~[illegible]~~

konvolučné kódovanie

$\boxed{\text{Konv. kódy}}$



vstupuje niekoľko bitov na in   pamäť   na konci ide niekoľko bitov out

ovplyvnia aj do niekoľko ďalších časov

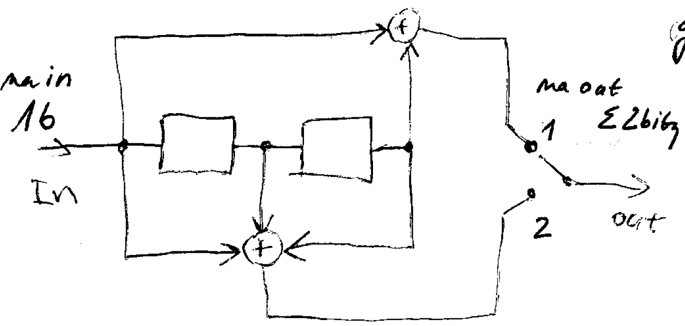
r [ni]

kódové obmedzenie - ovplyvnia aj ďalšie zábery
- kódy na vnútornú pamäť
- je jedno že je ovplyvnená tým symbolom

$$\boxed{R = \frac{k_0}{n_0}}$$ rýchlosť kódu

kónv. kódu:

Hardware:

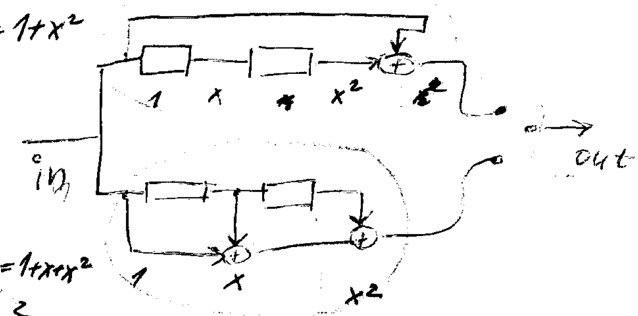


$k_0 = 1$

$n_0 = 2$

$R = \frac{1}{2}$

$g^1(x) = 1 + x^2$



$g^2(x) = 1 + x + x^2$

Z-filtr

$$\underbrace{G^{12}(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}}_{\text{použité v kódovaní}}$$

⇓

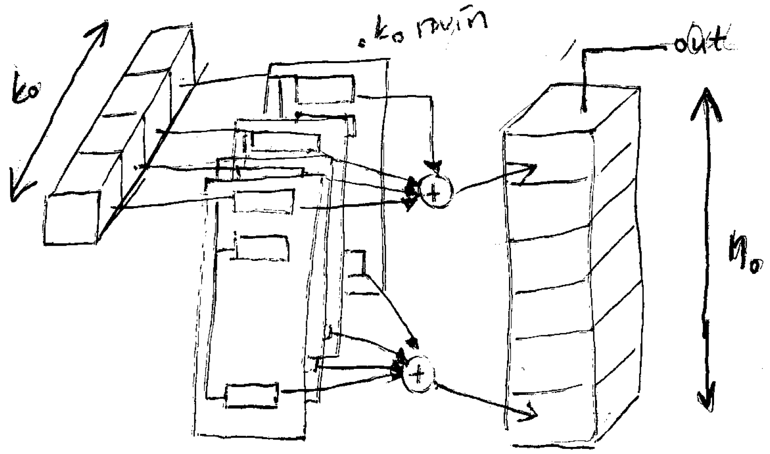
impulzná odozva

krabice: registre: delay obvody

digit. filtre, ll. robic. len 0 a 1

→ skladanie filtrov (jedn., bin.)

kódovanie: miešanie závislosti medzi jednotlivé bity



za každý bit na in je 1 rovina

v každej rovine je n_0 filtrov

ν (vnútorná mnt. pamäť) kódové obmedzenie – koľko dá bit ovplyvní

constraint length } info bitov

$$\nu = \sum_{i=1}^{k_0} \max_j(\deg(g(j(x)))$$

pamäť z in bitov

$$G(x) = \left(\begin{array}{c} \text{matice} \xleftrightarrow{n_0} \\ k_0 \updownarrow \quad g_{ij}(x) \end{array} \right)$$

$$G(x) = \left[1+x^2 \qquad 1+x+x^2 \right]$$

opravná schopnost kódu : ~~k~~ ~~D~~

$\Downarrow$

$\boxed{t}$ počet chyb, u. kód má opravit

$$t = \frac{d_{free} - 1}{2}$$

free distance (podobné jako d_{min})

~~př. 1~~

konvoluce

GF(2) - na out jen 0 a 1

$\boxed{h_1(n) = (1, 0, 1)}$

z horního filtru

propouští 0 a konvoluce a my chceme 1 (přes 1. zpoždění)

$\boxed{h_2(n) = (1, 1, 1)}$

z dolního filtru

$\to$ vnucuje ideální

$i = (1, 0, 1, 1, 1, 0, 0 \dots)$

$C^1 = i * h_1$

```
1    1 0 1 1 1 0 0
0      0 0 0 0 0 0 0
1        1 0 1 1 1 0 0
    ----------------
    1 0 0 1 0 1 1 0 0
```

$C^2 = i * h^2$

```
1    1 0 1 1 1 0 0
1      1 0 1 1 1 0 0
1        1 0 1 1 1 0 0
    ----------------
    1 1 0 0 1 0 1 0 0
```

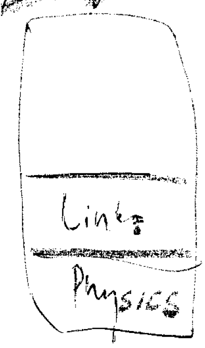
smitek sa prepína ~~na~~ každým kódom na vstupe

c = multiplex cyaq

1 1, 0 1, 00, 1 0 ...

po jednom bite mvšam

~~[illegible]~~



nelineárne

velkost inf extra oddel

nebudú ∞ postupnosti aj keď s priblíženie sú relat. ∞

vyhodnocuj

prevod na zhodnotenie s malou E

(nzyst. a mozgu! kódovaní)

$G(x) = [1+x^2 \quad 1+x+x^2]$

rozmer kóderu

$i(x)$

$c(x)$

$c(x) = i(x) \cdot G(x)$

vektor polynómov kódov

matica polynómov

~~k=1~~ $i(X)$ = skalar (1 polynóm)

k=2 $c(x)$ = 2 polynómy

$i(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4$ ~~10111~~

$(1+x^2+x^3+x^4) \cdot [1+x^2 \quad 1+x+x^2]$

$$\begin{pmatrix} i(x)\, g_1(x) & i(x)\, g_2(x) \end{pmatrix}$$

$(1+x^2+x^3+x^4)(1+x^4) = 1+x^4+x^3+x^4+x^4+x^3+x^5+x^6$

$$\underline{\underline{1+x^3+x^5+x^6}}$$

$(1+x^2+x^3+x^4)(1+x+x^2) = 1+x^2+x^3+x^4+x+x^3+x^4+x^5+x^2+x^4+x^5+x^6$

$$\underline{\underline{1+x+x^4+x^6}}$$

$$\boxed{\bar{c}(x) = \bar{i}(x) \cdot \bar{G}(x)}$$

nad GF(2)

koeficienty jsou 0 a 1

mocniny zdvojnásobíme

(ale $x^0 = 1 \Rightarrow 0 \cdot 2 = 0$)

1

2

přepínač sa multiplexují

přepínají se multiplexují

mocniny zdvojnásobíme

$x(1+x^2+x^8+x^{12})$

$x+x^3+x^9+x^{13}$

$1+x^6+x^{10}+x^{12}$

$$\boxed{c_1(x^2) + x\, c_2(x^2)} \longrightarrow \text{propínáme na ostatní}$$

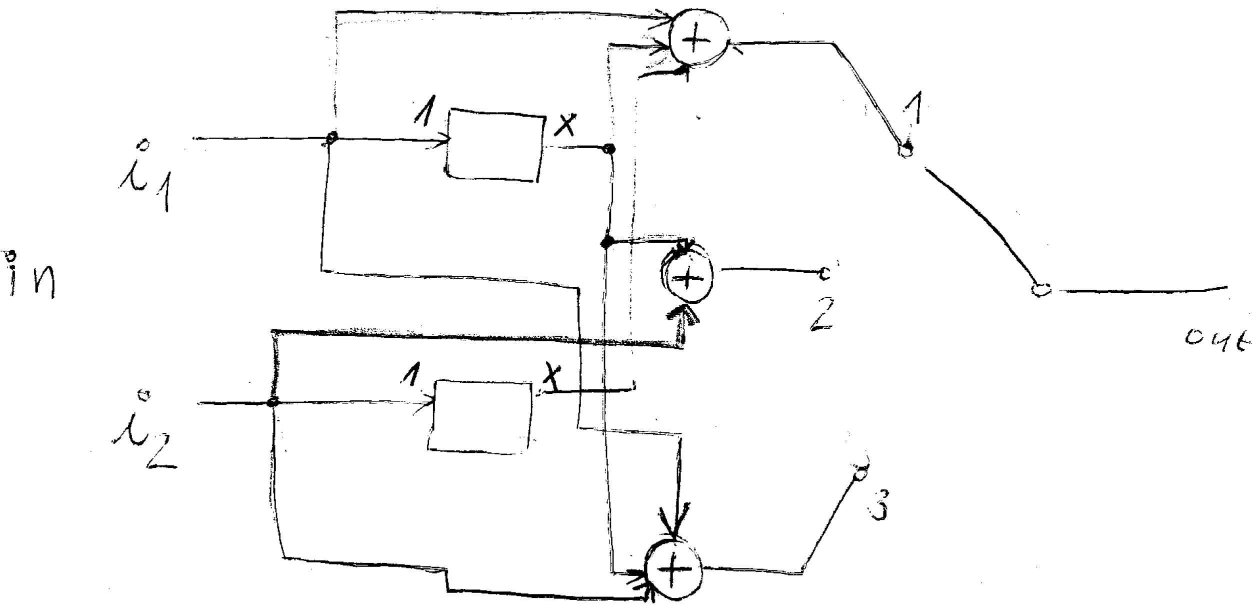
$\bar{c}(x) = 1+x+x^3+x^6+x^9+x^{10}+x^{12}+x^{13}$

11010010011001

teraz pre také kódy kde vstupujú 2 a vystupujú 3 bity

$k_0 = 2$

$n_0 = 3$



$$G(x) = \begin{bmatrix} 1+x & x & 1+x \\ x & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

pr. 2

$$i = \begin{bmatrix} 1+x^2 & 1+x \end{bmatrix}$$

$1\times 2 \quad \times \quad 2\times 3$

$$\boxed{c = i \times G}$$

$$c = \begin{bmatrix} (1+x^2)(1+x) + (1+x)x, & (1+x^2)x + (1+x)1, & (1+x^2)(1+x) + (1+x) \end{bmatrix}$$

$1+x^2+\cancel{x}+x^3+x+x^2 \qquad x+x^3+1+\cancel{x} \qquad 1+x^2+x+x^3+1+x$

$$\begin{bmatrix} 1+x^3, & 1+x^3, & x^2+x^3 \end{bmatrix}$$

$G' = [I|P]$

nesyst. kódy - odlišné opravné vlastnosti

ak $G(x) = \begin{bmatrix} 1+x & x & 1+x \\ x & 1 & 1 \end{bmatrix}$

ak je invertibilná
⇓
dá sa upraviť

pr. 3

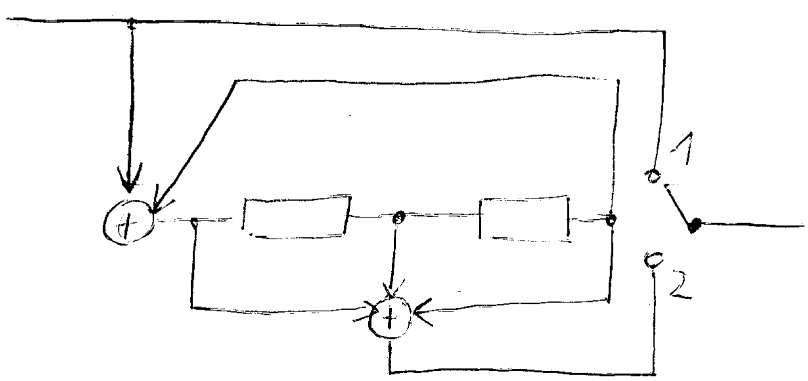
$G = [1+x^2 \quad 1+x+x^2]$

$\begin{bmatrix} 1 & \end{bmatrix}$

Strembert

$(1+x^2)\left(1 \quad \frac{1+x+x^2}{1+x^2}\right)$

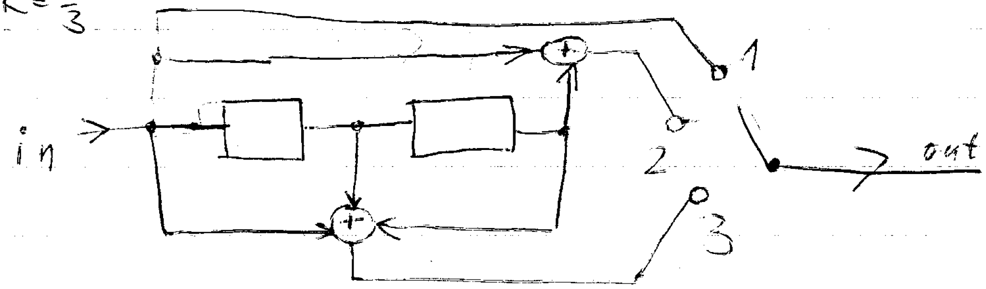
operácia
predkódovania



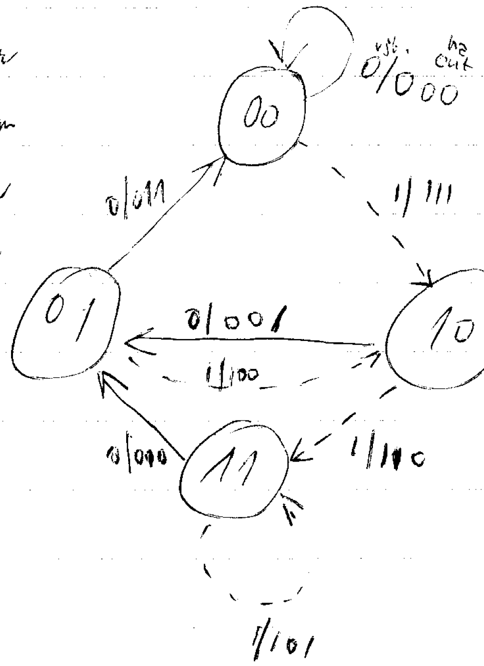
katastrofické vlastnosti - musia byť pri nesystem. kódy
↓
katastrofickosť

DEKODER

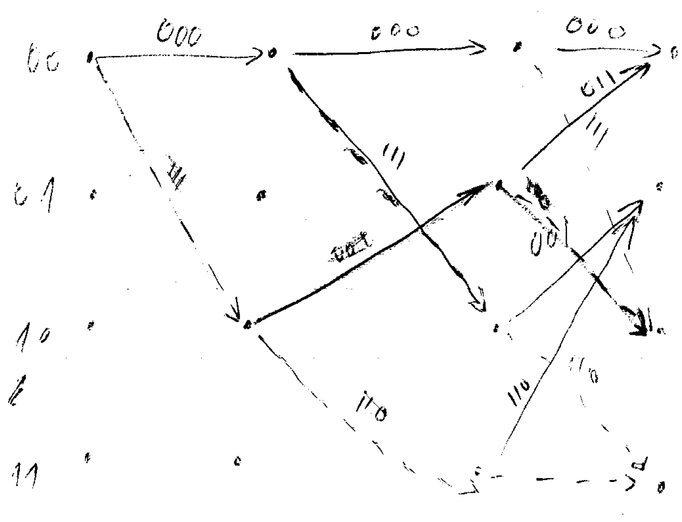
$R = \frac{1}{3}$



- kóder opisujem pomocou stavového diagramu



- mriežka (zobrazuje časové úseky)

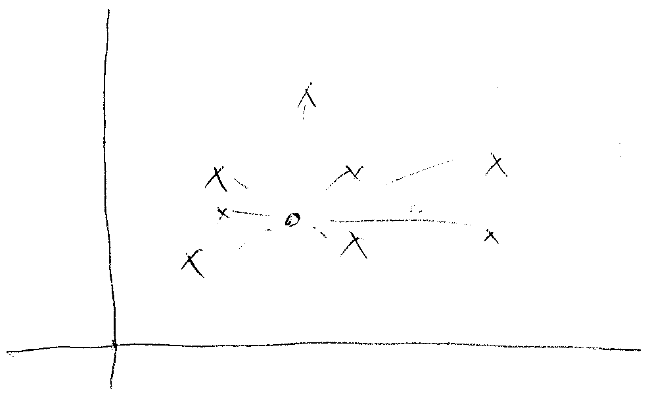


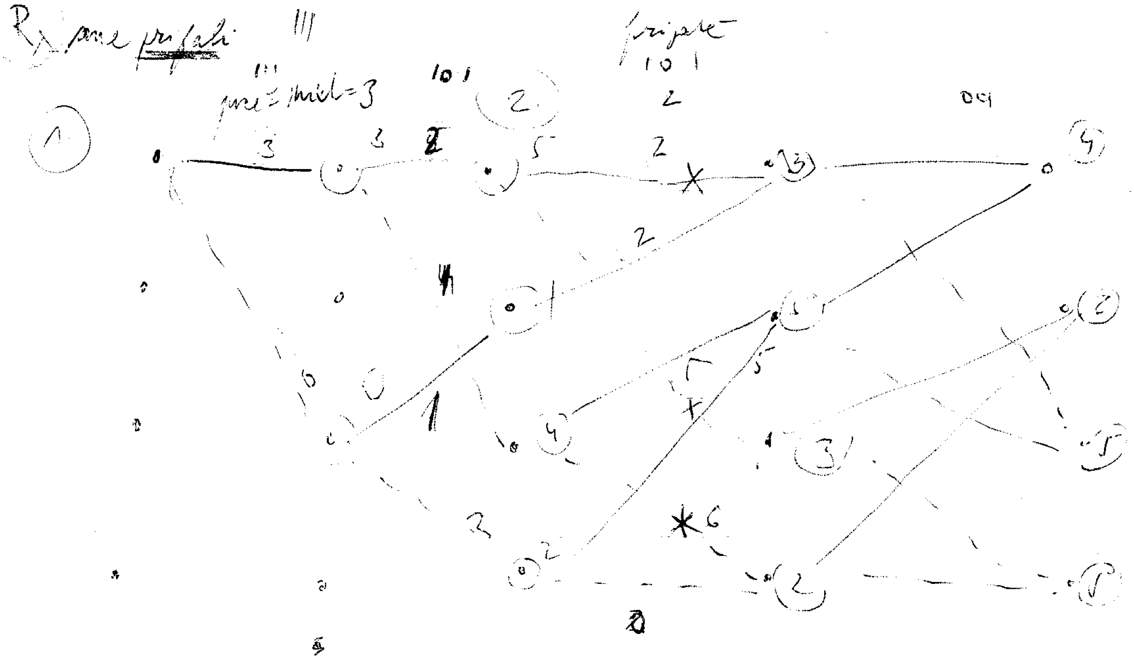
$i = 101$

$\bar{c} = 111\ 0\ 0\ 11\ 00$

proces dekódovania

ML decod...

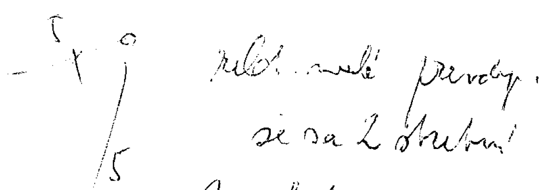




111 101 101 001
1 2 3 4

do uzla s minimálnou kumulatívnou hammingovou vzdialenosťou

nájsť také č. pôjde najbližšie



-> dopredu niekoľko krokov sa len -2 ostanú a 1 sa nimi eliminuje

$$\boxed{\text{KATASTROFICKÝ KÓD}}$$

$G(x)$ ak je kalkulé a je —"—

$k_0 = 1$

kód nie je k... $\Leftrightarrow$ $GCD(g(x)) = 1$

najväčší
spol.
deliteľ
2 prijatie

$$G(x) = (1+x \quad 1+x^2)$$

$$(1+x^2):(1+x) = 1+x$$

$$GCD(1+x, 1+x^2) = 1+x = A(x)$$

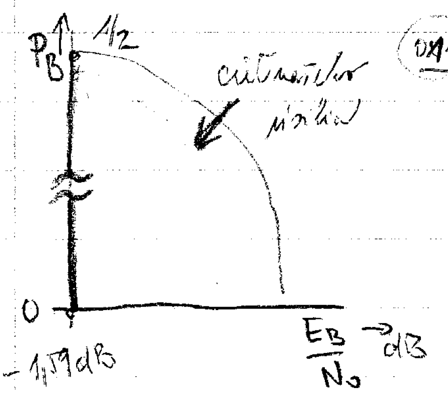
$$\boxed{i(x) = (1+x)^{-1}}$$ presne rovný inverzii

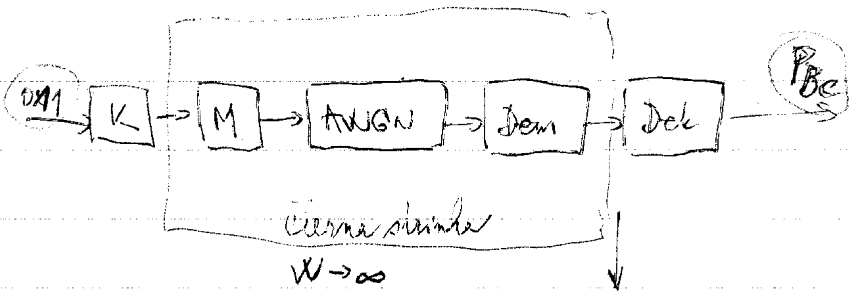
$$= \frac{1}{1+x} = 1+x+x^2+x^3+\dots$$

∞ postupnosť jedničiek : ne in /

$c^1(x) = 1$
$c^2(1+x) = 1+x$

na výstupe dostaneme len 3 b





Čierna skrinka

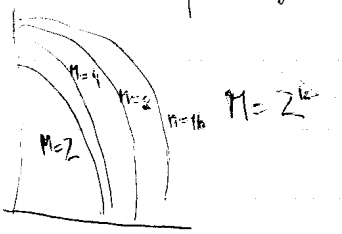
$W \to \infty$

kapacita kanála P_B

$10 \log \frac{E_B}{N_0}$

$R_p < C$ ak platí

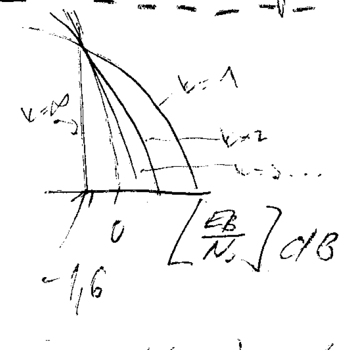
! MFSK modulácie prevažujú sa nad k hranici ...



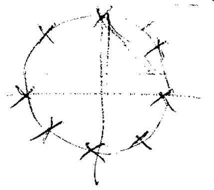
$M = 2^k$

$$P_L^{(M)} = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}M}\right)$$

koh. MFSK ohraj.



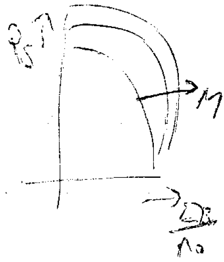
! vyzerá najlepšie preto mi ...



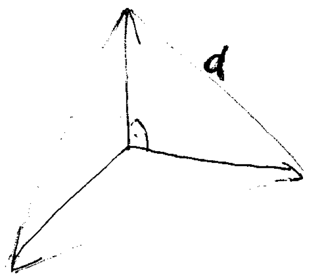
vzdialenosť → # prototypov

8PSK

$E_B = \frac{E_s}{3}$



$P_s \sim f\left(\frac{E_s}{N_0}\right)$ hranica symbolov má byť ...

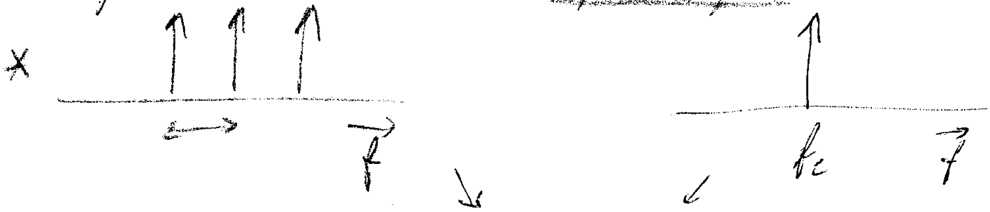


vektor musí ... rovnaký ...

$$P_B = P_s \frac{\frac{M}{2}}{M-1}$$

$E_b = \frac{E_s}{\log_2 M}$ ak $M = 2^k$

každý ďalší s. musí byť $\perp$ na $\forall$ predchádzajúce



iná šírka pásma

pre 4G mob. systémov sa uvažuje o standardizácii OFDM

orthogonal frequency division multiplex

na základe tom koh. frekv. modulácií

MFSK

* namodulovať na 1 nosnú

(1000 modulátorov) -> 1 [illegible] na 1 modulátor

ORTOGONALITA KOH. A NEKOH. MFSK

$$* \quad \int_0^T \cos(2\pi f_1 t + \phi) \cdot \cos(2\pi f_2 t)\, dt = 0$$

koherentné nasled. s. [illegible]

$$\boxed{A \cdot \cos 2\pi f_1 t + \varphi_1} \qquad 0 \le t \le T$$

$A = 1$

$$\phi = \varphi_1 - \varphi_2$$

$\Rightarrow$ info je v f (nie A ani φ)

$$\boxed{A \cdot \cos 2\pi f_2 t + \varphi_2} \qquad 0 \le t \le T$$

fázy nechávame z náhodn. pravd. prípade (dokonale)

$$\varphi \in \langle 0, 2\pi)$$

$$\phi \in \langle 0, 2\pi)$$

MFdk

vzorce:

$\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\sin(x+y) + \frac{1}{2}\sin(x-y)$

$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$

$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\cos(x+y) + \frac{1}{2}\sin(x-y)$

$\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\cos(x+y) + \frac{1}{2}\cos(x-y)$

a *

$$\cos\phi \cdot \int_0^T \cos 2\pi f_1 t \cos 2\pi f_2 t \, dt - \sin\phi \int_0^T \sin 2\pi f_1 t \cdot \sin 2\pi f_2 t \, dt = 0$$

const v danom okamžiku

aby ortogon.

$$\frac{\cos\phi}{2}\int_0^T \left[\cos 2\pi(f_1+f_2)t + \cos 2\pi(f_1-f_2)t\right] dt - \frac{\sin\phi}{2}\int_0^T \left[\sin 2\pi(f_1+f_2)t + \sin 2\pi(f_1-f_2)t\right] dt = 0$$

$$\cos\phi \left[\frac{\sin 2\pi(f_1+f_2)t}{2\pi(f_1+f_2)} + \frac{\sin 2\pi(f_1-f_2)t}{2\pi(f_1-f_2)}\right]_0^T + \sin\phi \left[\frac{\cos 2\pi(f_1+f_2)t}{2\pi(f_1+f_2)} + \frac{\cos 2\pi(f_1+f_2)t}{2\pi(f_1-f_2)}\right]_0^T =$$

$$\cos\phi \left(\cancel{\frac{\sin 2\pi(f_1+f_2)T}{2\pi(f_1+f_2)}} + \frac{\sin 2\pi(f_1-f_2)T}{2\pi(f_1-f_2)}\right) + \sin\phi \left(\cancel{\frac{\cos 2\pi(f_1+f_2)T - 1}{2\pi(f_1+f_2)}} + \frac{\cos 2\pi(f_1-f_2)T - 1}{2\pi(f_1-f_2)}\right) = 0 \quad \cdot 2\pi(f_1-f_2)$$

aby anténa nebola obrovská

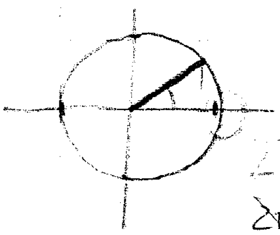
$$\cos\phi \cdot \sin 2\pi(f_1-f_2)T + \sin\phi \cdot \left[\cos 2\pi(f_1-f_2)T - 1\right] \doteq 0$$

"kedy to platí"

$$\cos\phi \, \underbrace{\sin 2\pi\Delta f T}_{0} + \sin\phi \, \underbrace{\left[\cos 2\pi\Delta f T - 1\right]}_{0} \doteq 0$$

? ako ďaleko od seba dáme nosné f

nie je v našich rukách



vieme $\sin 2\pi\Delta f T = 0$

$\wedge$ $\cos 2\pi\Delta f T = 1$

$\boxed{\Delta f = \frac{1}{T}}$ aby ORTOG.

→ čas trvania prototypu = ako dlho môžem dať prototyp

$\Delta f = \frac{k}{T}$

$2\pi\Delta f T = 2k\pi$

plní 2 podmienky

$\boxed{k = \Delta f \cdot T}$

ORTOG. FSK

- ϕ môže byť náhodné od 0 po 2π ($\langle 0, 2\pi)$) a aj tak to bude ortogonálne, teda nezávisí od fázy

keď $\phi \doteq 0$

pri [illegible] $\sin\phi = 0$

odstránime

$$\cos\phi \cdot \sin 2\pi\Delta f T + \cancel{\sin\phi \cdot (\cos 2\pi\Delta f T - 1)} = 0$$

$$\sin 2\pi\Delta f T = 0$$

$$\boxed{\alpha = k\pi}$$

$$2\pi\Delta f T = k\cdot\pi$$

$$\Delta f = \frac{k}{2T}$$

závisí od prijímača – odstrániť neurčitosť ϕ [fí] = koherentné

nekoherentné = 2x toľko spektra
– odolnejšie voči rušeniu

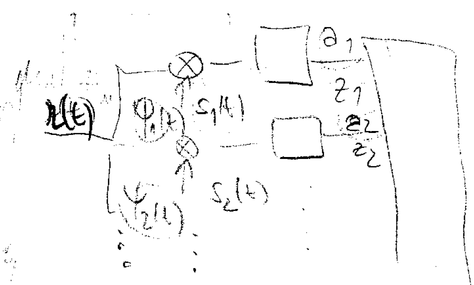
frequency hopping – preskakovanie f

najhorší kanál – dá obraz pravdepodobnosti – a SOK vyzerajú
– vidí viac vzorky ako keby nepoužívali

Nekoh. prijímač

1/2 (2a) vytvorme optim. prijímač pomocou korelátorov **I.** korelujeme prij. s. s prototypmi

II. – – s báz. f-ciami



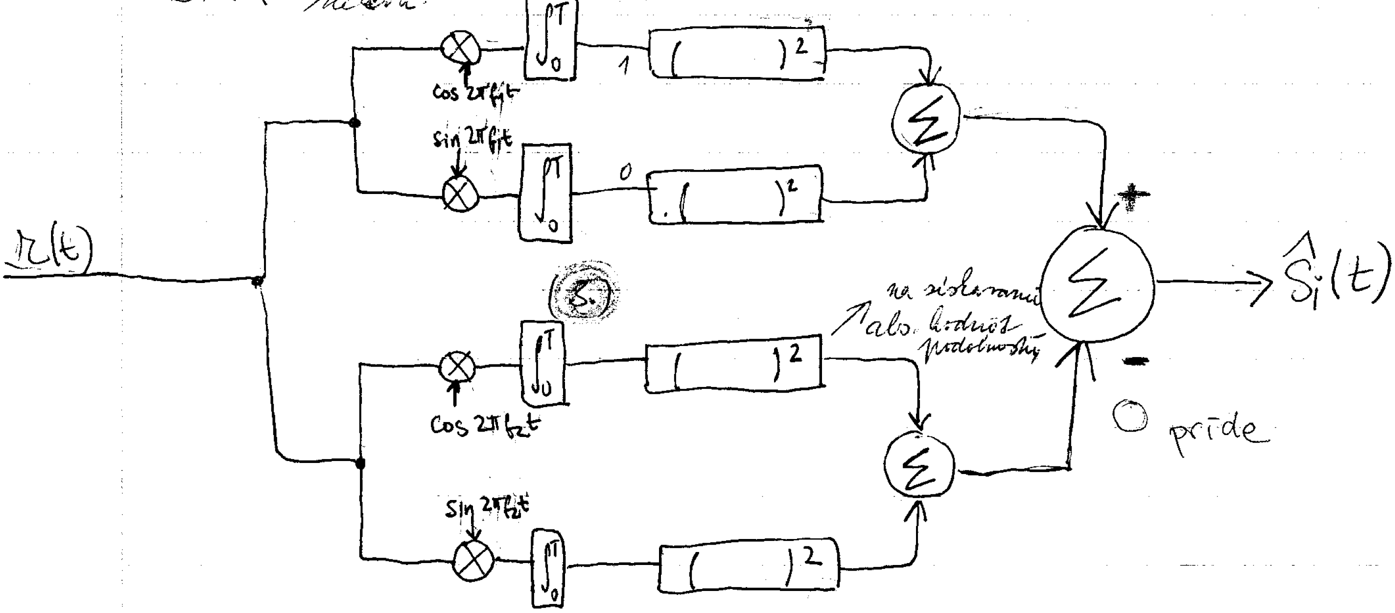
z_1 – podobnosť s prototypmi

a_1 – podobnosť s báz. f-ciami

III

súradnice a_1, a_2

BFSK – nekoh.



prototypy

$s_1(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \varphi)$ $0 \le t \le T$

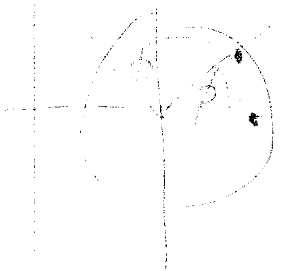
nejde inak zapísať

$s_2: 1 \to \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_2 t + \varphi)$ — // —

AWGN

$r(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(2\pi f_1 t + \phi) + n(t)$

? zaujíma ma či fázu potrebujem poznať alebo nie



(1.) $\boxed{\phi = 0}$ ale f_1

$\sqrt{\frac{2E}{T}} \cos 2\pi f_1 t$ = korelátor da veľká hodnota (1.)

na (3.) bude malá hodnota ≡ otázka ortogonality

(2.) $\boxed{\phi = 45°}$ časť na Re
časť na Im sa premietne

≡ prototypy by neboli dostatočne vzdialené (euklid. vzdial.)

koh. BPSK

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$$

→ lepšia modulácia

nekoh. DPSK

$$P_B = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_B}{N_0}}$$

koh. BFSK

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$$

info je v skoku fázy nie vo fáze

nekoh. DFSK

$$P_B = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{E_B}{N_0}}$$

koherent. detekcia DB PSK

$$P_B = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right) \cdot \left[1 - Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)\right]$$

• posun fáz

M-árne modulácie

koh. MPSK

$$P_E(M) \doteq 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_S}{N_0}} \cdot \sin\frac{\pi}{M}\right)$$

zvyšujú sa euklid. vzdialenosti

stupeň odolnosti S/Š

$$E_S = E_B \cdot k = E_B \cdot \log_2 M$$

4.

MDPSK nekoh.

multi nac

$$P_E(M) \doteq 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\sin\frac{\pi}{\sqrt{2}M}\right)$$

(nekoh.) sme trochu horšie ako koh.

≐ analyt. vzorec – nevieme spočítať

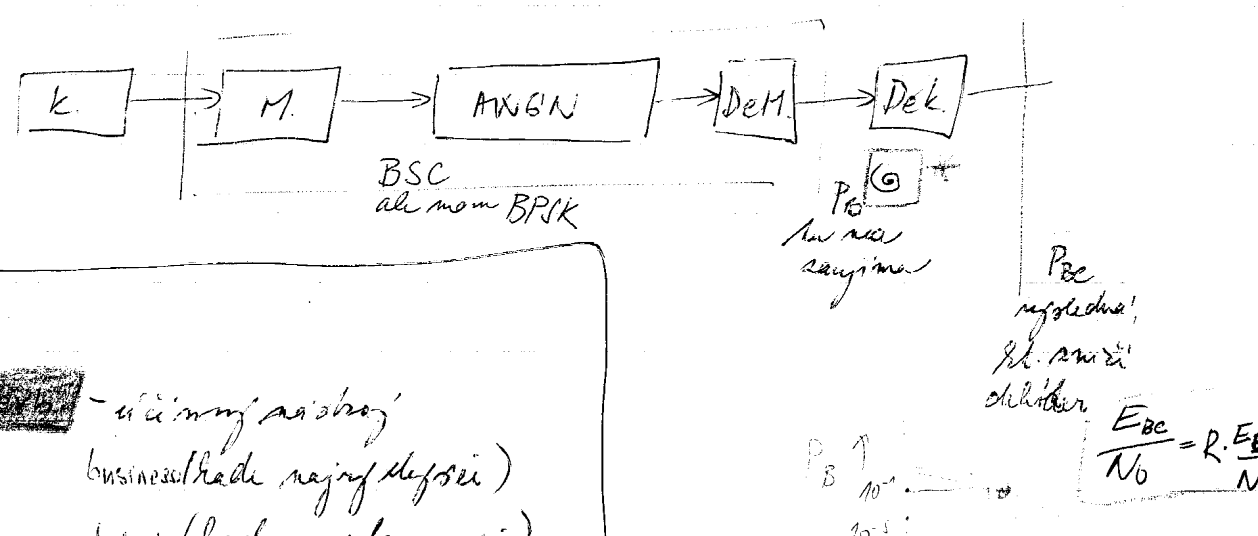
MFSK koh.:

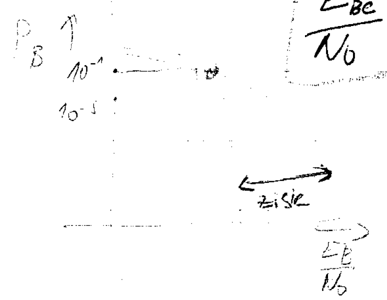
$$P_E(M) \leq (M-1)\cdot Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

nekoh.

$$P_E(M) = \frac{1}{2}e^{-\frac{E_s}{N_0}}\cdot\sum_{j=2}^{M}(-1)^j\binom{M}{j}\cdot e^{\left(\frac{E_s}{jN_0}\right)}$$

pravdepodobnosť chyby na symbol





· kód od kedy sa oplatí využívať

[redacted] – účinný nástroj

business: (hľadá najrýchlejšie)

student: (hľadá najlacnejšie)

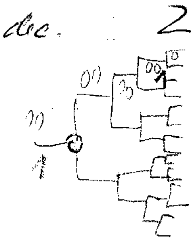
Ba

Rio

zadá – Budapest (najlepšie letenky po Dunaji) – a už sa to potom rozhoduje ostatné

- Moskva
- Split
- Madrid
- Constanca
- NY

NASA - fanov - sequential dec. 2^{10^6}

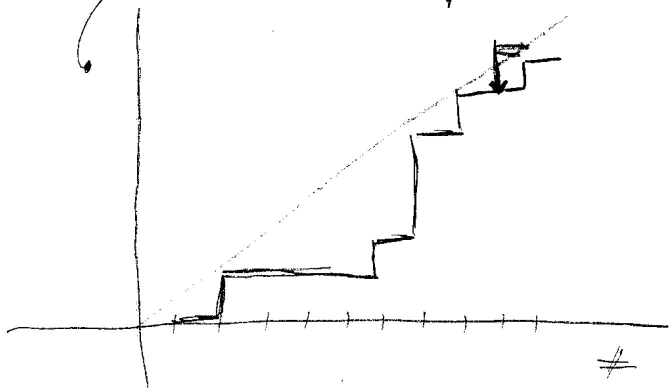


pairal - lesy - poasfalte na motorke
mudri - vybrii so stom: jaskala (oddiely)
primesná

osmijanko - má 4 rok starú mapu - rodeníkom
do lodu keď sadul medzi napom a
skutočnosťou ... bude sa na podobné miesto

kumulat. hamming. vzdialenosť

10 00 0001



rosenkraft jacobs

hranica

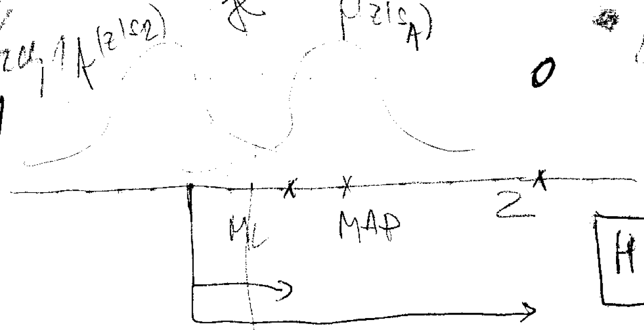
príliš nízko - okaže sa aj keď dobre
vysoko - benevolentné - nenájde

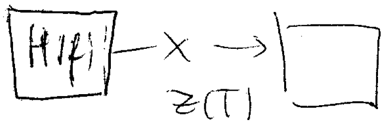
6 mohli by ... rozhodnutie: tvrdé dekódovanie

tvrdej $f(z|s_2)$ $f(z|s_A)$

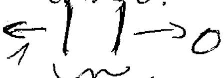
1 0 ... 0

$P(s_1) = P(s_2) = \frac{1}{2}$

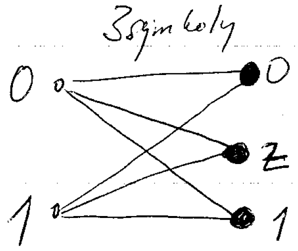


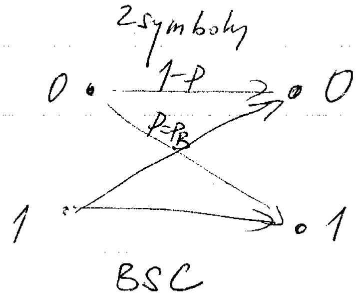


dám zalozeny
ak
- s modelom sa čo stane?



symbol zmazanie (3 symbol)





RS kódy (X a Y)

$2t+1 \le d_{min}$

ak má zmazania dekoder

$z+1 \le d$

info o polohe chyby

4 syndromové rovnice – poloha, chyba, poloha, chyba

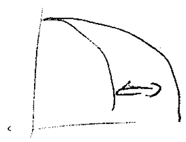
can použiť na zmazania

kvantovanie – čím jemnejšie tým lepšie

kvantujem sa so vela úrovni • Ree aj tak

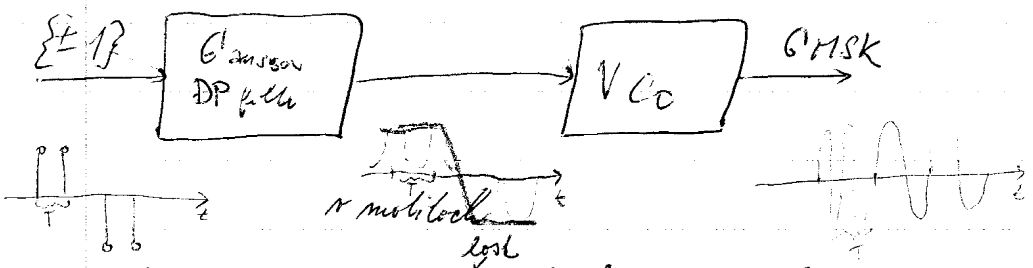
viterbi – porovnávanie

mäkké dekódovanie – pridáva 2dB zisku



GMSK

• gaussian minimum shift keying •



[illegible]

• to čo sa deje zmení od toho, čo sa dialo predtým

šírka pásma

$B_t = 0,5$

$B_t = 0,3$

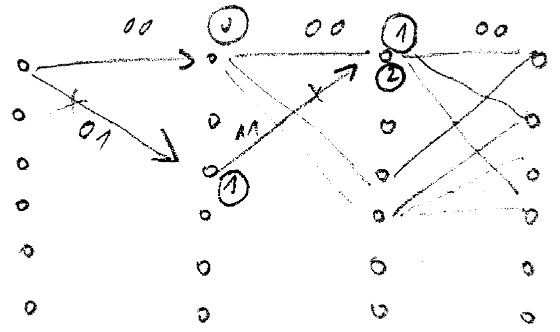
≡ cieľ: const obálka a spojitá fáza ≡

• nosná f $\quad f_c$

• frekv. odch. $\pm \frac{1}{4T}$

• index modulácie $h = 0,5$

viterbi



• mriežka: graf. vyjadrenie kódu

$\bar{x}$ = 00 / 10 / 10 000 1 001

•

• vzdialenosť

? ktorá skôr má > pravdepodobnosť správy

ktorý je ten horný — — ktorý na (1)

a len čo nedošlo do (2) sa škrtne

optimálny prijímač

$\boxed{MF} \to z$

čím lepšie tým viac algoritmov

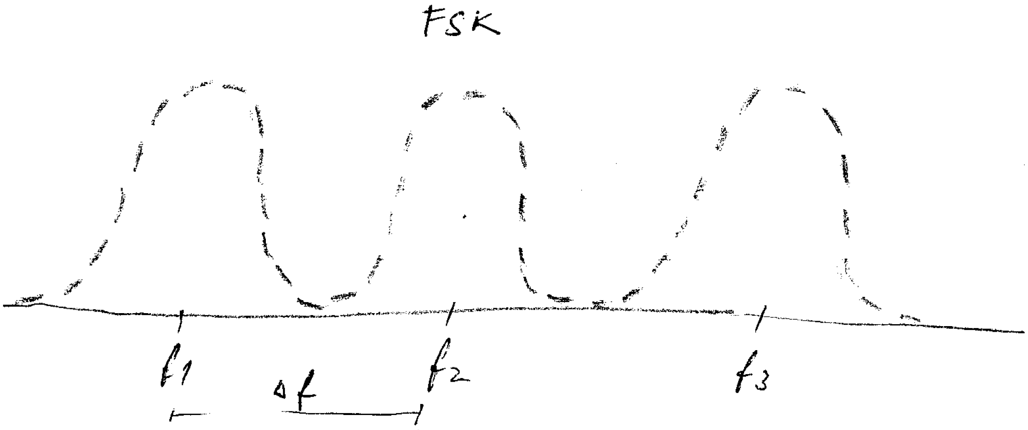
216 stavov

• $\bar{z} = 0,02;\ 1,201;\ -3,4827 \ldots$

– počítam euklid. vzdialenosť namiesto hammingovej

1,8 dB / 2

nicquistovo kritérium

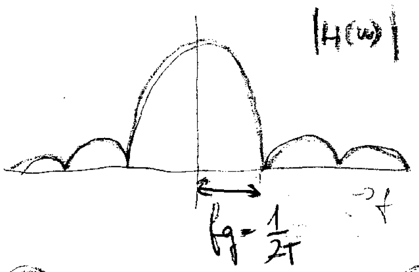


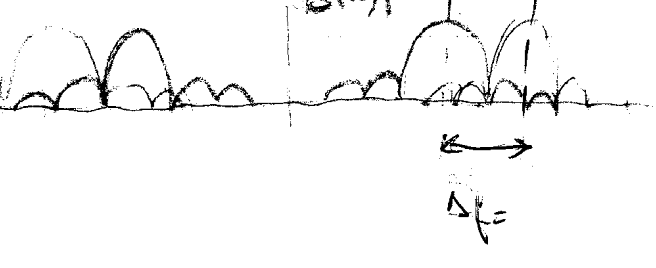
3 prekryvy

ak sú najbližšie k sebe položený, aby sme spektrum čo najlepšie využili

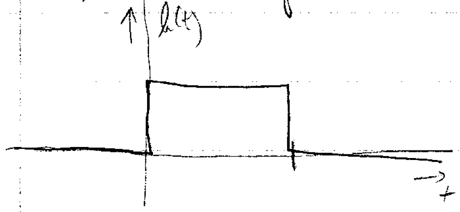
- koh. demodulácia – optimálna pri AWGN
- nekoh. modul. – pri zvýšených únikoch (+)
- odolnosť voči nelinearitám zosil.

- nekoh demod. – strata 3dB
- veľká šírka pásma (−)
- ťažšie korekcie

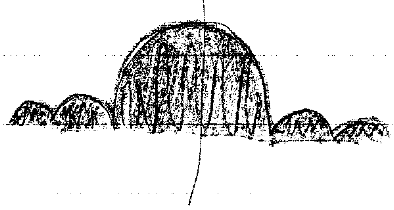




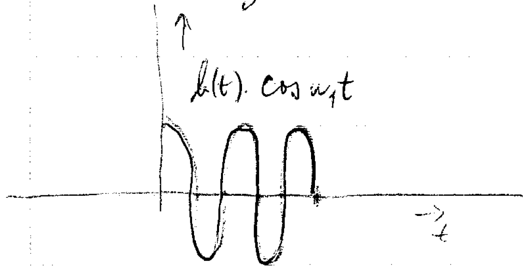
• s. št nesie info



• s. vo FO

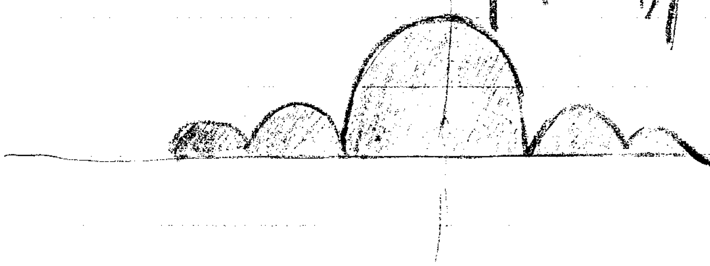


• namodulovaný s.



namodulovaný s. vo FO

$|H(w-w_1)|$



• odolnosť proti šumu ⟷ Δf

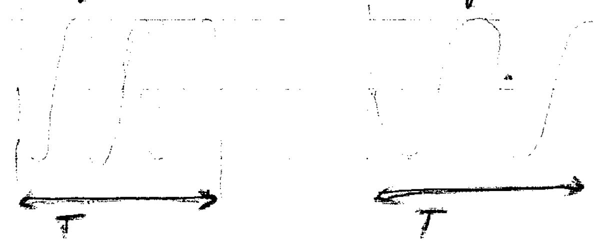
• ortogonalita ⟷ $\Delta f = \frac{1}{T}$

• skoky vo fáze ⟷ postranné pásma $\frac{1}{w}$

• spojitá fáza v CPM: $\Delta f = \frac{1}{T}$ ⟷ $\frac{1}{w^2}$

⇓

koherentný príjem MF.



• 2 ortogonálne s.

• 2 polohy

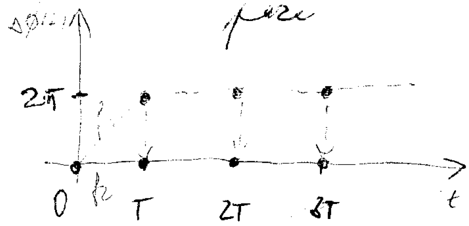
Ako však dosiahnuť aby fáza na seba nadväzovala?

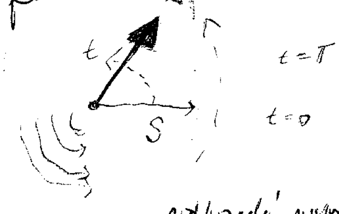
• frekvencia: $f_1 = f_2 + \Delta f$

• fáza: $\phi(t) = 2\pi f_1 t = 2\pi f_2 t + \underbrace{2\pi \Delta f t}_{\Delta\phi(t)}$

$\Delta f = \frac{1}{T}$

$\Delta\phi(t) \rightarrow \Delta\phi(t) \overset{!}{=} 2\pi = 2\pi \cdot \Delta f \cdot T$ o na konci pripočíta 2π





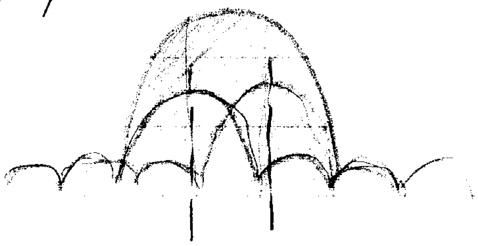
→ ak ortogonalita → nadväznosť fázorov

• ak sa otáča, že zodpovedá napr. f

alternatívne vyobrazenie ortog. s-ov

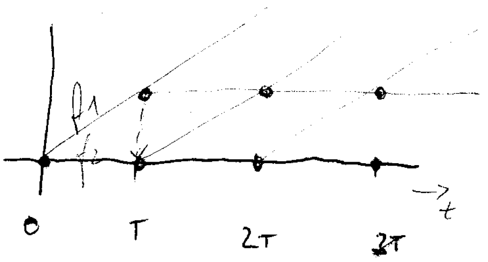
ortogonálne FSK

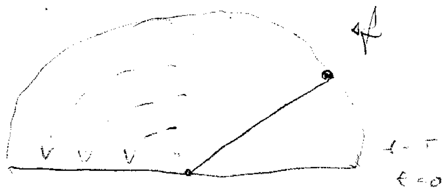
→ prekryv plôt



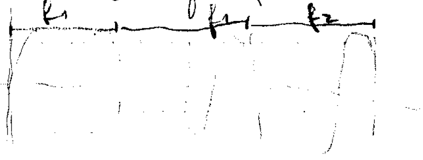
$\boxed{\text{FÁZA}}$

$\varphi(t) = 2\pi f_1 t = \ldots$





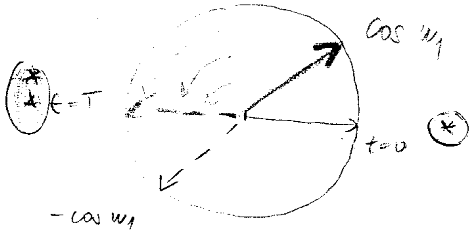
↓ skoky vo frekvencii

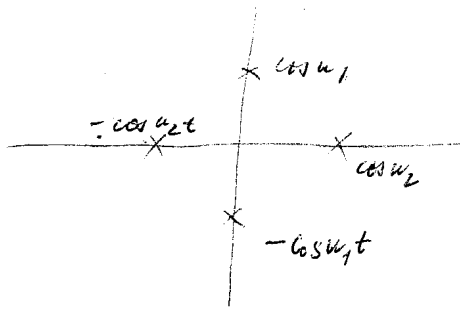


$s_1(t)$ $s_1(t)$ $s_2(t)$

nevýh.: > rýchlosť

výh.: skoky vo fáze





(*) vyberám z (+)

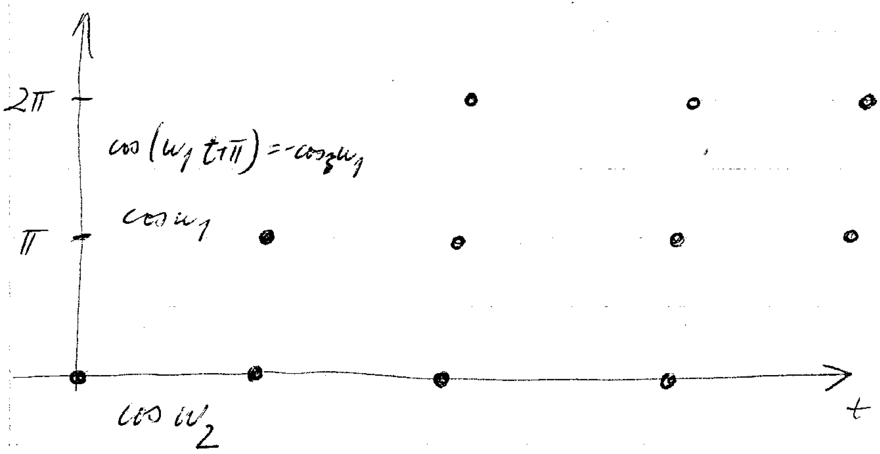
(**) vyberám z (−)

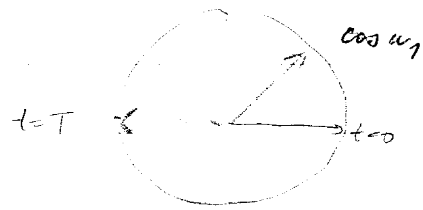
$\cos\omega_1$ } 1
$-\cos\omega_1$
$\cos\omega_2$ } 0
$-\cos\omega_2$

↳ ortog. s.-y
Ortogon. prdm. = kód s nadbytečností

- mám vždy 2 možnosti (môžem zakódovať 0 a 1)

- modulátor musí poznať aj predchádzajúci



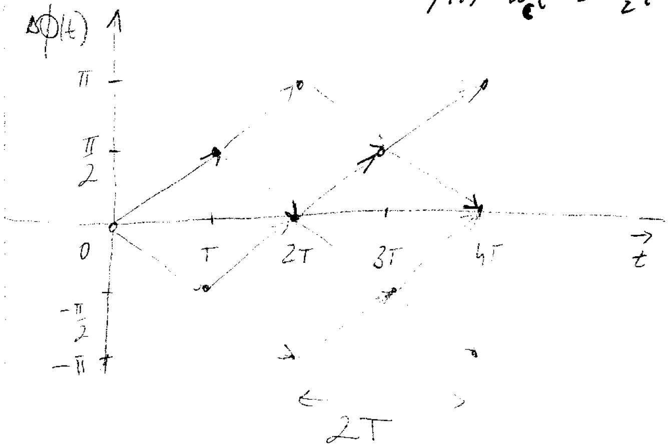


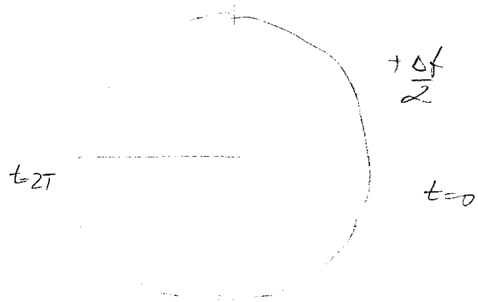
kódovanie ≡ modulácii
+
modulácii
⇓
nemôme oddeliť kódovanie aj pre koh. modul.

MSK: fázový priebeh relatívny so str. f

$\phi(t) = \omega_c t \pm 2\pi \frac{\Delta f}{2} t = \omega_c t \pm \frac{\pi}{2}\frac{t}{T}$

fázor $e^{j\phi(t)}$





CPM continuous phase modulation

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos\left(\omega_0 t + \phi(t)\right)$$

informácia

$$\phi(t) = 2\pi \sum_{i \leq n} \alpha_i h \cdot q(t - iT) \qquad nT \leq t < (n+1)T$$

- $\alpha_i = \pm 1$ $\quad (\pm 3 \ldots \pm 2M-1)$

normalizácia

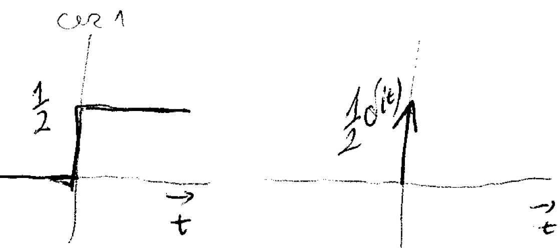
$$0 \leq q(t) \leq \frac{1}{2} \qquad \Delta\phi \Big|_{\alpha_i = 1} = h \cdot \pi$$

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{MSK}$$

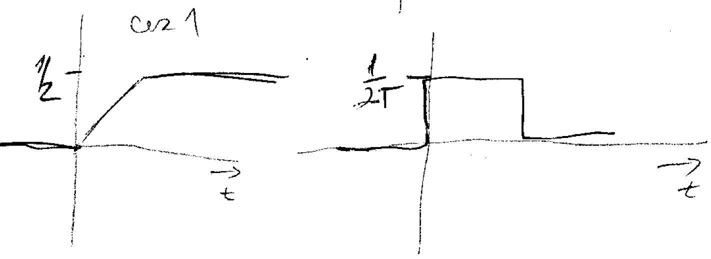
$$g(t) = \frac{d\,q(t)}{dt} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} g(t)\,dt = \frac{1}{2}$$

- nemenime vzhľadom čas, ale vzhľadom s (prelaďovat bude cez 3 charakt. veličiny)

vysledime to



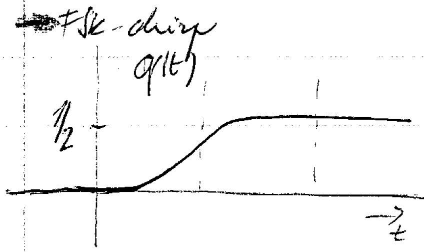
smernica dotyčnice = derivácia
koľmo
zostupalo

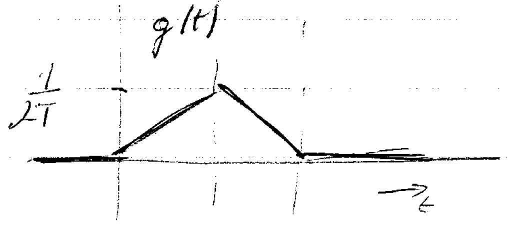


CP - FSK

MSK
FFJK $\Big\} h = 0{,}5$

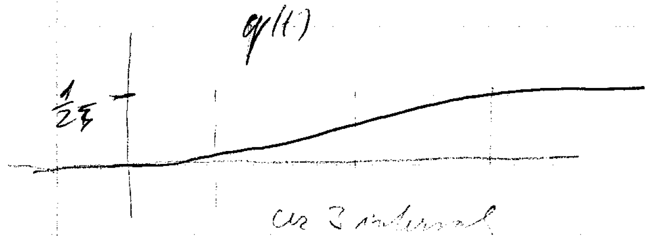
FSK - chirp



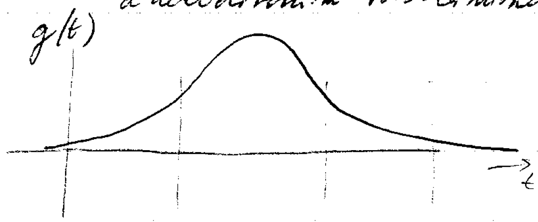


mení sa po fáze

cez 2 charakt. intervaly
= partial response
s. čiastkovou odozvou
vznikne medzisymbolová interferencia: pravda
bojujeme: meníme +- kontrolovaným zmenom
a dekódovaním odstránime

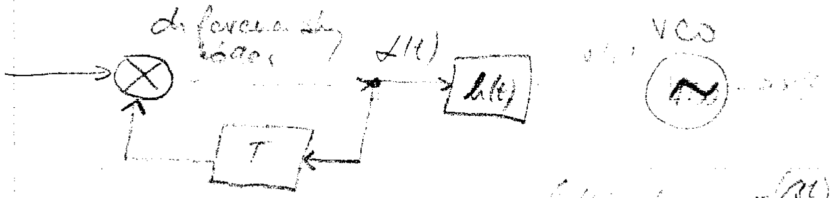


cez 2 intervaly



filtrácia Gaussovským ...

(GSM-typický ...)
teraz ne upravili - preto naopak
sčítanie



$g(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} B e^{-(Bt)^2}$

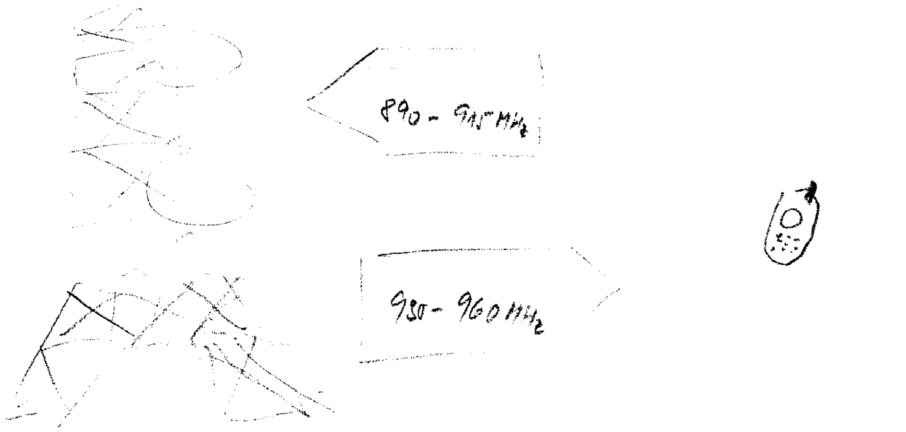
tu sa nemôže
medzisymbolová
interferencia

GSM

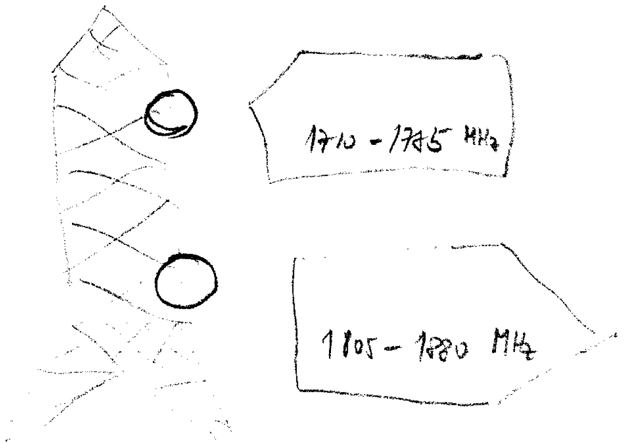
- ISO : Groupe special mobile → GSM
- ETSI
- 3GPP
- Open mobile alliance (symbian)
- Mobile Industry Processor Interface Alliance → MIPI (2004)

- organizácie, kt. ~~združujú~~ združujú výrobcov mob. zariadení, operátorov a poskytovateľov služieb GSM, UMTS

→ GSM 900



→ GSM 1800



však obslúžiť viac zákazníkov

FDD - frequency division duplex

pohľady sú 1f smer 1. smer

2f — 2. smer

→ Čína

... nemajú f ... GMSK

v USA - 3 pásma - ...

receiver + transmiter

BTS - base transceiver station → V-om BTS-y je transceiver nesliš me na vezi

BSC - base station controller

MS - mobile station

MSC - mobile switching center - info o uporabnikih

A - vmesnik

HLR - home location register - domača baza (vsi)

- info o njih

(položaj v danem času)

VLR - visiting location register (vsi)

GMSC - gateway MSC ...

AUC - authentification center

- pri HLR (ali so uporabniki ...)

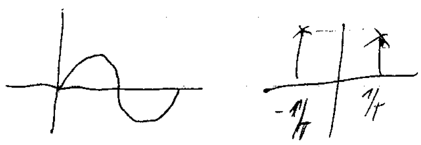
EIR - equipment identity register

- ... mobile

OMC - operation and maintenance center

náhodné (stochast.)
nenáhodné (determ.) — period. — harm. : sin, cos, ...
— neharm. ...
neperiod.
kvaziperiod. - skladá sa z period. s.-ov - ale pomer periód nie je celé číslo

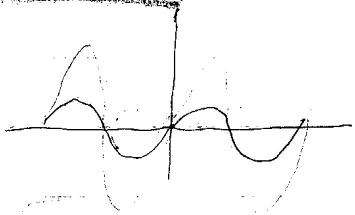
frekv. spektrum: ktoré frekv. zložky sa tam
ktoré sin a ktoré cos s akou amplitúdou sú v skladaní toho s.
- nie je spojité - harm. a koneč. počet s.-ov



Θf : oneskorenie voči referenčnému smeru

FR na transformáciu do ČD   per. - konečný priebeh : diskrétny
neper. - spojité lebo polia nekonečno veľa

ENERGIA SIGNÁLU



$E = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) \cdot dt$

$x(t)$ $R = 1\Omega$

napätie $UI = U^2 = I^2$

- malá E

VÝKON $P = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt$

$\circ > P$

energet. $E_x = \lim_{T \to \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |x^2(t)| dt$ ~ pri zisťovaní spektra FRT $E_x < \infty$

výkonové $P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x^2(t)| dt$ ° period., kvaziperiod., stochast.
~ pri zisťovaní spektra FR

$P_x < \infty$

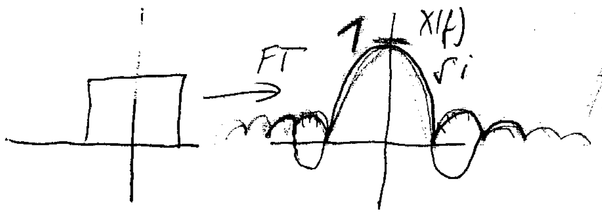
Parsevalova veta

cel. E v ČO = cel. E v FO

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2\,df$$

$$\boxed{x(t) \xrightarrow{FT} X(f)}$$

$|X(f)|^2$ energet. hustota spektra $= \Psi_x(f) = ESD$ [J/Hz]



$|X(f)|^2$ – os prekl...

na vyšších f je sústredené ale menšie E

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_x(f)\,df = 2 \cdot \int_{0}^{\infty} \Psi_x(f)\,df$$

Ψ_x • lebo je vždy párne a >0 (= nezáporné)

$$P_x = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x^2(t)\,dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \qquad \boxed{c_n = \frac{1}{2}\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$$

zlož. komplexného tvaru FR-u

$$PSD = \sigma_x(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \cdot \delta(f - nf_0) = |X(f)|^2 \quad [W/Hz]$$

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(f)\,df = 2 \cdot \int_{0}^{\infty} \ast$$ nezáporná párna f-cia

⇒ stredný normalizovaný výkon

Pr. 1

$X(t) = A \cos \{2\pi f_0 t$

$P_x = ?\ [W/Hz]$ čo c_0, F_0 ?

$$P_x = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\, dt \qquad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$

$$= \frac{1}{T}\int A^2 \cdot \cos^2(2\pi f_0 t)\, dt = \frac{A^2}{2T}\int (1+\cos 4\pi f_0 t)\, dt =$$

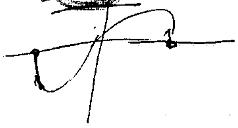
$$= \frac{A^2}{2T} t + \frac{A^2}{2T}\int \cos 4\pi f_0 t\, dt = \frac{A^2}{2T}\left[t\right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} + \frac{A^2}{2T}\left[\frac{\sin 4\pi f_0 t}{4\pi f_0}\right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}$$

$$= \frac{A^2}{2T}\left(\frac{T}{2}+\frac{T}{2}\right) + \frac{A^2}{\cancel{8}T\pi f_0}\cdot\left(\sin 4\pi f_0 \frac{T}{2} + \sin 4\pi f_0 \frac{T}{2}\right)$$

$$\Downarrow 0$$

$$= \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{4T\pi f_0}\cdot \cancel{2}\sin 2\pi f_0 T = \frac{A^2}{2} \quad \text{lebo sin}$$

$$\Downarrow 0$$



$$P_x = \sum_{-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

$C_1 = \frac{1}{2}\sqrt{A^2}$

$C_1 = \frac{1}{2} A$

$C_{-1} = \frac{1}{2} A$

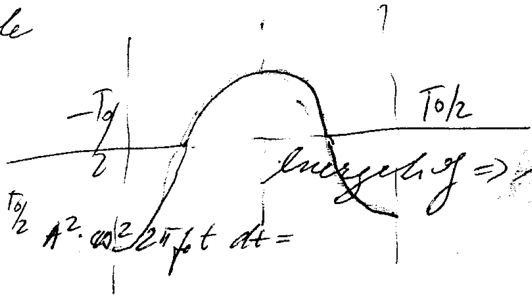
$$P_x = \frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}A^2 = \frac{A^2}{2}$$

párna f-cia c_1 aj c_{-1}

- 1 harmonická (1 f_0 f_0)
- nemá sin zložky $\Rightarrow b_n = 0$
- amplit. A
- jednosmerná zložka $\Rightarrow 0$
- $a_0 = 0$ (nadosna a podosna je =)
- $a_1 = A$

Pr. 2

$$x(t) = \begin{cases} A\cdot\cos 2\pi f_0 t & [-T_0/2;\, T_0/2] \\ 0 & \text{jinde} \end{cases}$$



Energetický $\Rightarrow$ konečná E

$$E_x = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x^2(t)\,dt = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} A^2\cdot\cos^2 2\pi f_0 t\,dt =$$

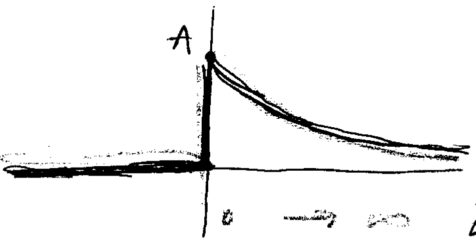
$$= A^2\int_{-T_0/2}^{T_0/2} \frac{1}{2}\left(1+\cos 4\pi f_0 t\right)dt$$

$$= \frac{A^2 T_0}{2}$$

jediný rozdíl že násobíme $\frac{1}{T}$ před $\int$

Pr. 3

$$x(t) = \begin{cases} A\cdot e^{-at} & t \geq 0;\ a > 0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$



konečná plocha = Energetický signál

$$E_x = \int_0^\infty x^2(t)\,dt = \int_0^\infty A^2\cdot e^{-2at}\,dt = A^2\cdot\int_0^\infty e^{-2at}\,dt$$

$$= A^2\cdot\left[\frac{e^{-2at}}{-2a}\right]_0^\infty = \frac{A^2}{-2a}\left(e^{-\infty}-1\right)$$

$$= \frac{A^2}{2a}\left(0-(-1)\right)$$

Pr. 4

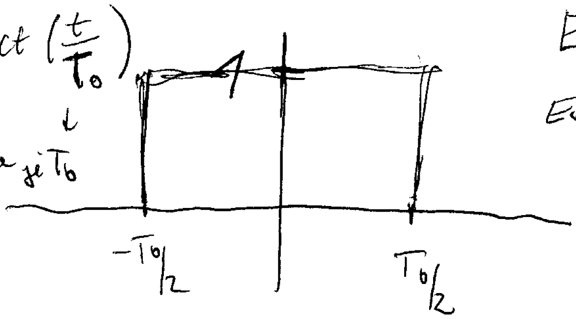
$x(t) = \mathrm{rect}\left(\frac{t}{T_0}\right)$

$\downarrow$

šířka je T_0

$E_x = ?$

$ESD = ?$



2. [illegible]

$$\boxed{X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot e^{+j2\pi f_0 t}\,dt} = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} e^{+j2\pi f_0 t}\,dt = \left[\frac{e^{+j2\pi f_0 t}}{+j2\pi f_0}\right]_{-T_0/2}^{T_0/2}$$

$x(t) \to 1$

$x(t) = rect\left(\frac{t}{T_0}\right)$

$$\frac{e^{+j2\pi f T_0/2} - e^{-j2\pi f T_0/2}}{+j2\pi f} = \frac{1}{\pi f}\cdot \sin(f T_0 \pi)$$

$$= T_0 \cdot \frac{\sin \pi f T_0}{\pi f T_0} = T_0 \cdot Si(\pi f T_0)$$

premašteni!

$$= T_0 \cdot sinc(f T_0)$$

$$\boxed{\begin{aligned} Si\ x &= \frac{\sin x}{x} \\ sinc\ x &= \frac{\sin \pi x}{\pi x} \end{aligned}}$$

$$ESD \Rightarrow |X(f)|^2 = T_0^2 \cdot sinc^2(f T_0)$$

FD $$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} T_0^2 \cdot sinc^2(f T_0)\,df = T_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} sinc^2(f T_0)\,df = ?$$

CD $$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)\,dt = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} 1\cdot dt = T_0/2 + T_0/2 = \boxed{T_0}$$

Pr. 5 norm. p
ab. [illegible] ? period. s.-u pomoću koef. FR

koeficijenti

$$P_x = \sum_{-\infty} |c_n|^2 \qquad c_n = \frac{1}{T_0}\cdot \int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)\cdot e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt$$

$$P_x = \sum_{-\infty}^{\infty} \Big| \quad -\|- \quad \Big|^2$$

Pr. 6

$x(t) = \cos t + 5\cos 2t$

$\bar{C}O \to$ d.u

$FO \to$ ha ispitalo

• 1 s-na : 0

• 2 cos

• $a_1 = 1$

$a_2 = 5$

$c_1 = \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2} = \frac{1}{2} = c_{-1}$

$c_2 = \frac{1}{2}\sqrt{a_2^2} = \frac{5}{2} = c_{-2}$

$\cancel{1^2 + 5^2 = 26}$

$\cancel{P_x = \sum |c_n|^2 = 26}$

$2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{25}{2} = \frac{26}{2} = \underline{\underline{13}}$

Pr. 7

$x(t) = 10\cdot\cos 10t + 10\cdot\sin 10t + 20\cdot\cos 20t$

$a_0 = 0$

$a_1 = 10$

$b_1 = 10$

$a_2 = 20$

$C_1 = c_{-1} = \frac{1}{2}\sqrt{\overset{100+100}{200}}$

$C_2 = c_{-2} = \frac{1}{2}\sqrt{20^2} = 10$

$\check{C}O \to$ dnu

$P_x = \cancel{2}\left(\frac{\sqrt{200}}{2}\right)^2 + 2\cdot 10^2 = \underline{300\ W}$

Pr. 8

$x(t) = 10\cdot\cos 10t + 20\cos 20t$

$a_1 = 10$ $\quad c_1 = 5$

$a_2 = 20$ $\quad c_2 = 10$

$2\cdot 5^2 + 2\cdot 10^2 = 50 + 200 = \underline{250\ W}$

per parteż

Pr. 2

Čo

$$X(f)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cdot e^{j2\pi f t}\,dt=\int_{-\infty}^{\infty} A\cdot\cos(2\pi f_0 t)\cdot e^{j2\pi f_0 t}\,dt=$$

$$E_x=\int_{-\infty}^{\infty}|X(f)|^2 df=\dots$$

Pr. 3

Čo

$$X(f)=\int x(t)\cdot e^{j2\pi f_0 t}\,dt=\int_{-\infty}^{\infty} A\cdot e^{-at}\cdot e^{j2\pi f_0 t}\,dt=A\int_{-\infty}^{\infty} e^{-atj2\pi f_0 t}\,dt=A\cdot\frac{e^{-atj2\pi f_0 t^2}}{-aj2\pi f_0}\cdot 2t$$

$$E_x=\int|X(f)|^2 df=\dots$$

Pr. 6

Čo

$$x(t)=\cos t+5\cos 2t$$

$$P_x(t)=\frac{1}{T}\int x^2(t)\,dt=\frac{1}{T}\int(\cos^2 t+10\cos t\cdot\cos 2t+25\cos^2 2t)\,dt$$

$$=\frac{1}{T}\left[\int\frac{1}{2}(1+\cos 2t)\,dt+10\int\cos t\cdot\cos 2t\,dt+\frac{25}{2}\int(1+\cos 4t)\,dt\right]$$

$$= \frac{1}{T} \cdot \left[\frac{1}{2} \left([t] + \frac{1}{2} \left[\frac{\sin 2t}{2} \right] \right) + 10 \cdot \int \cos t \cdot \cos 2t \, dt + \frac{25}{2} \left([t] + \left[\frac{\sin 4t}{4} \right] \right) \right]$$

Pr. 7 Čo

$$P_x = \frac{1}{T} \int x^2(t) dt = \frac{1}{T} \int (10 \cdot \cos 10t + 10 \cdot \sin 10t + 20 \cdot \cos 20t)^2 dt = \ldots$$

integrovanie

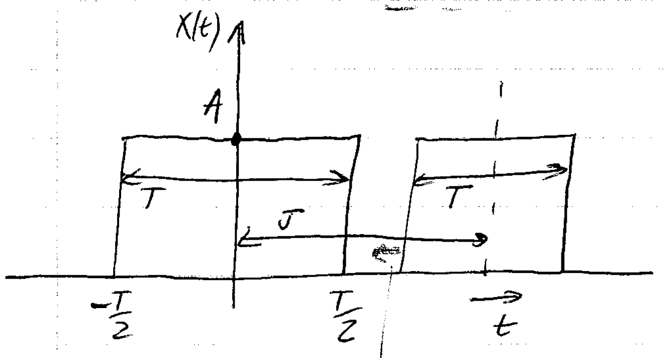
Pr. 8

$$P_x = \frac{1}{T} \int x^2(t) \, dt = \frac{1}{T} \int (10 \cdot \cos 10t + 20 \cdot \cos 20t)^2 dt = \ldots$$

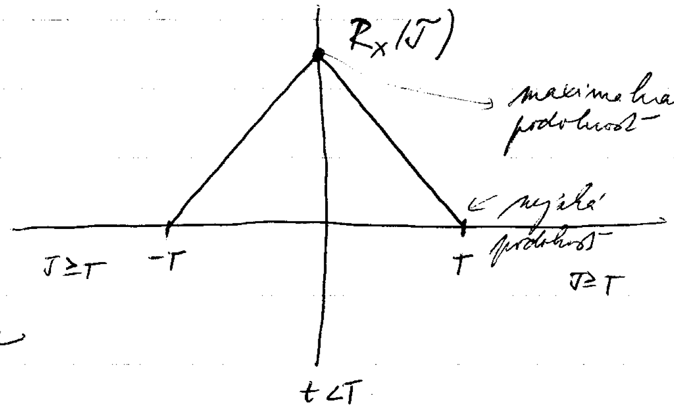
integrovanie

korelácia - súvis

autokorelácia - súvis signálu so sebou ; porovnávanie z hľadiska časového posunutia



tým meraním sa zhýbeme



energetické s.

$$\boxed{R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\cdot x(t-\tau)\,dt}$$

vlastnosti

1. párna: $R_x(\tau) = R_x(-\tau)$
2. $R_x(0) \geq R_x(\tau)$; $\tau \in (-\infty, \infty)$
3. $R_x(\tau) \xrightarrow{FT} \Psi_x(f) = |X(f)|^2 = ESD$
4. $R_x(0) = E_x$

výkonové s.

$$\boxed{R_x(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t)\cdot x(t-\tau)\,dt}$$

vlastnosti

1. párna: $R_x(\tau) = R_x(-\tau)$
2. $R_x(0) \geq R_x(\tau)$; $\tau \in (-\infty, \infty)$
3. $R_x(\tau) \xrightarrow{FT} PSD = G_x(f)$
4. $R_x(0) = P_x$

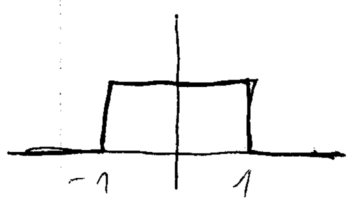
- každý s. $x(t)$ má len 1 autokorel. f-ciu $R_x(\tau)$ • podľa $R_x(\tau)$ nevieme určiť presný priebeh $x(t)$

strata je h

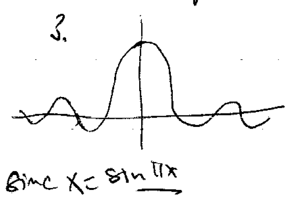
• $x(t) \xrightarrow{FT} X(f) \rightarrow |X(f)|^2 = \Psi_x(f) \xrightarrow{FT^{-1}} R_x(\tau)$ • $R_x(\tau) \xrightarrow{FT} \Psi_x(f) = |X(f)|^2 \xrightarrow{\sqrt{\ }} \pm|X(f)|$

- 1 autokor. f-cia môže prislúchať nekonečnému množstvu s.ov, lebo autokor. f-cia neobsahuje žiadne info o fáze!!! (len o amplitúde) → čo nestačí na jednoznačné určenie $x(t)$

Pr. 1 $R_x(\tau) \begin{cases} 1 & \tau \in (-1,1) \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$ ← môže byť autokor. f-cia? spĺňa všetky body?



1. ✓
2. ✓ max je 0
3.

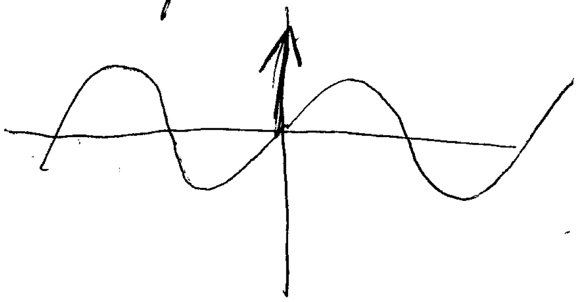


$\text{sinc}\, x = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$

je to ESD? nie lebo E nemôže byť ⊖

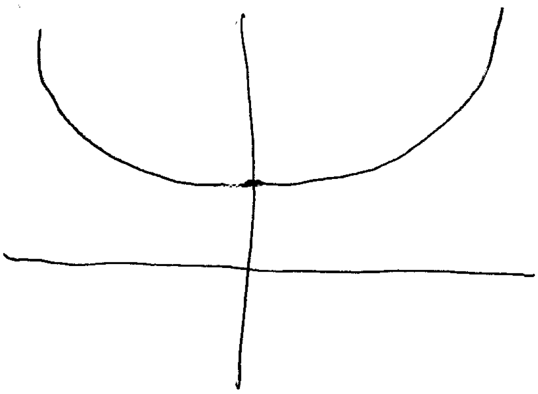
$R_x(\tau) \xrightarrow{FT} T\cdot \text{sinc}\, fT$

Pr. 2 $R_x(\tau) = \delta(\tau) + \sin 2\pi f_0 \tau$



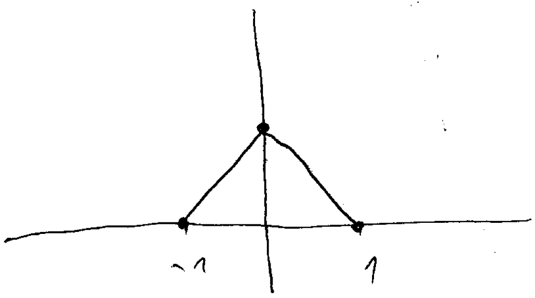
1. ✗
2. :

Pr. 3 $R_x(\tau) = e^{|\tau|}$



1. ✓
2. ✗

Pr. 4 $R_x(\tau) = \begin{cases} 1-|\tau| & -1 \le t \le 1 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$

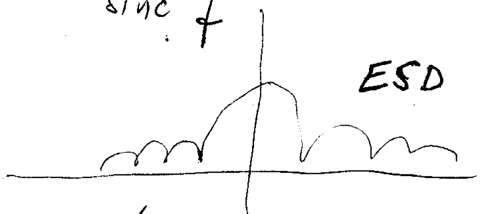


1.) ✓

2.) ✓

3.) $T\,\mathrm{sinc}^2 fT \xleftarrow{FT} R_x(\tau)$

$\mathrm{sinc}^2 f$



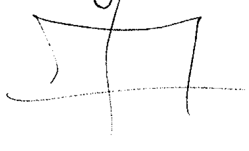
✓

4.) $R_x(0) = 1$

$P_x =$

$$E_x = \int_{-1}^{1} x^2(t)\,dt = \int_{-1/2}^{1/2} 1\,dt = [x]_{-1/2}^{1/2} = \underline{\underline{1}}$$

primjer signala



nezávisí od fázy

čiže môžeme zvoliť $=0$

Pr. 4 $x(t) = A \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi)$

určiť P_x pomocou $R_x(\tau)$?

$$R_x(\tau) = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} x(t)\, x(t+\tau)\, dt$$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

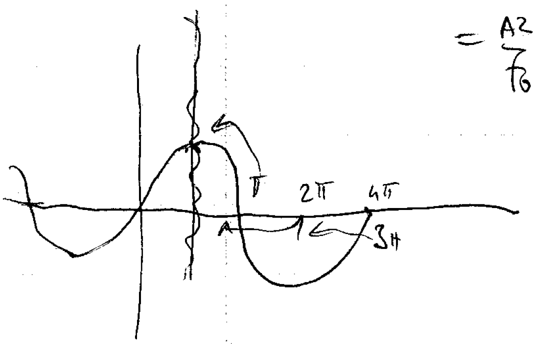
$$R_x(\tau) = \frac{1}{T_0}\int A\cdot\cos(2\pi f_0 t)\cdot A\cdot\cos[2\pi f_0(t+\tau)]\, dt =$$

$$= \frac{A^2}{T_0}\int_{T_0/2}^{-T_0/2} \cos(2\pi f_0 t)\cdot\cos(2\pi f_0 t + 2\pi f_0 \tau)\, dt = \frac{A^2}{T_0}\int \cos(2\pi f_0 t)\cdot(\cos 2\pi f_0 t\cdot\cos 2\pi f_0 \tau - \sin 2\pi f_0 t\cdot\sin 2\pi f_0 \tau)$$

$\int \sin\cdot\cos = 0$

$$= \frac{A^2}{T_0}\int_{T_0/2}^{-T_0/2}\left(\cos^2 2\pi f_0 t\cdot\cos 2\pi f_0\tau - \underbrace{\cos 2\pi f_0 t\cdot\sin 2\pi f_0 t}_{0}\cdot\sin 2\pi f_0\tau\right) dt =$$

$$= \frac{A^2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}\cos^2 2\pi f_0 t\cdot\cos 2\pi f_0\tau\, dt = \frac{A^2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2}\frac{1}{2}(1+\cos 4\pi f_0 t)\cdot\cos 2\pi f_0\tau\, dt =$$



$$= \frac{A^2}{T_0}\cdot\cos 2\pi f_0\tau\,\frac{1}{2}\int 1 + \cos 4\pi f_0 t \qquad = \frac{A^2}{2T_0}\cdot\cos 2\pi f_0\tau\,[t]_{-T_0/2}^{T_0/2} =$$

integr. $\Rightarrow \sin\left(-\frac{T_0}{2} \to \frac{T_0}{2}\right) = 0$

$$= \frac{A^2}{2\cancel{T_0}}\cdot\cos(2\pi f_0\tau)\cdot\cancel{T_0} \qquad \frac{A^2}{2}\cos(2\pi f_0\tau)$$

$$P_x = R_x(0)_{\tau=0} = [\cos 0 = 1] = \frac{A^2}{2}$$

$a_n = A$

$c_1 = c_{-1} = \frac{A}{2}$

$P_x = \sum c_n^2 = \frac{A^2}{4}\cdot 2 = \frac{A^2}{2}$

je korelačná

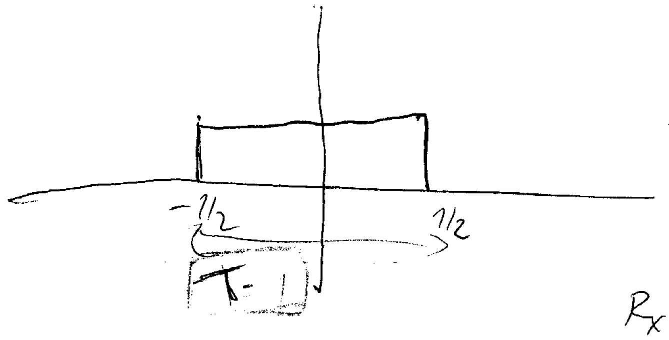
Př.5 $x(f) = \mathrm{sinc}(f)$ • Zmaiti $R_x(\tau) = ?$ pomocou ESD

• $x(t)$

• $ESD = \Psi_x(f) = |X(f)|^2 = \mathrm{sinc}^2(f)$

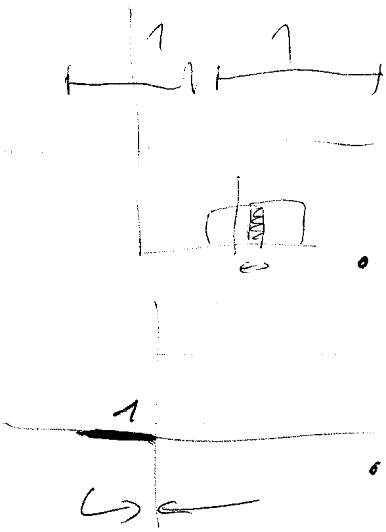
$R_x(\tau) = \boxed{1-|\tau|}$ $|\tau| \le 1$

• $x(t) = \mathrm{rect}(t)$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $\langle -1/2; 1/2 \rangle$



$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t+\tau)\, dt =$

$= \int_{-\infty}^{\infty}$ ⇒ problém nastal tu, lebo $1-|\tau|$ musíme nejako zobrať



$|\tau| \le 1$

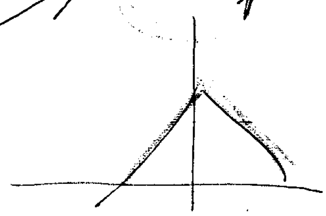
• $\tau \in \langle -1, 0 \rangle$

$R_x(\tau) = \int_{-1/2}^{1/2+\tau} 1 \cdot 1\, dt = [t]_{-1/2}^{1/2+\tau} = \tau + 1$

• $\tau \in \langle 0, 1 \rangle$

$R_x(\tau) = \int_{-1/2+\tau}^{1/2} 1 \cdot 1\, dt = 1 - \tau$

$1 - |\tau|$



ESD $\Psi_x(f)$

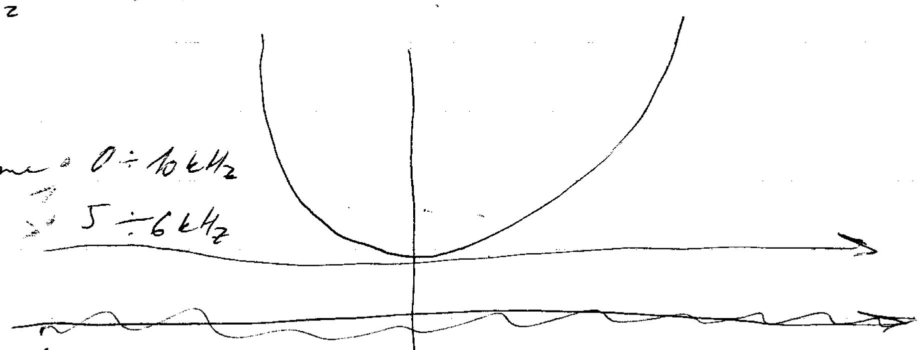
- $\Psi_x(f) \geq 0$
- párna: $\Psi_x(f) = \Psi_x(-f)$
- $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_x(f)\, df = E_x < \infty$
- $\Psi_x(f) \xrightarrow{F^{-1}} R_x(\tau)$

PSD $\sigma_x(f)$

- $\sigma_x(f) \geq 0$
- párna $\sigma_x(f) = \sigma_x(-f)$
- $\infty \cancel{>} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_x(f)\, df = P_x$
- $\sigma_x(f) \xrightarrow{F^{-1}} R_x(\tau)$

Pr. 6

$\Psi_x(f) = 10^{-6} f^2$



E_x — v pásme: $0 \div 10\,kHz$

$5 \div 6\,kHz$

$\int_0^{10^4} 10^{-6} f^2\, df =$

$2\frac{10^{-6}}{3} \int_0^{10^4} \left[f^3\right]_0^{10^4} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{3} \cdot 10^{12} = \frac{2}{3} \cdot 10^6$

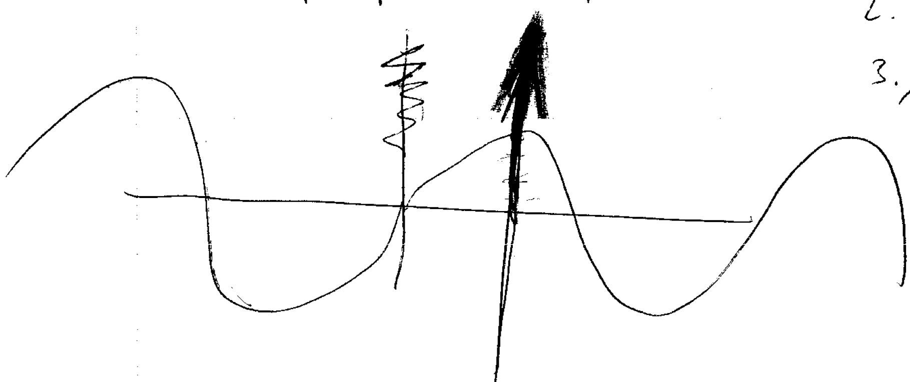
$2\int_5^6 10^{-6} f^2\, df = 60{,}667 \cdot 10^3\ W$

Pr. 7

$\Psi_x(f) = \delta(f) + \cos^2 2\pi f$

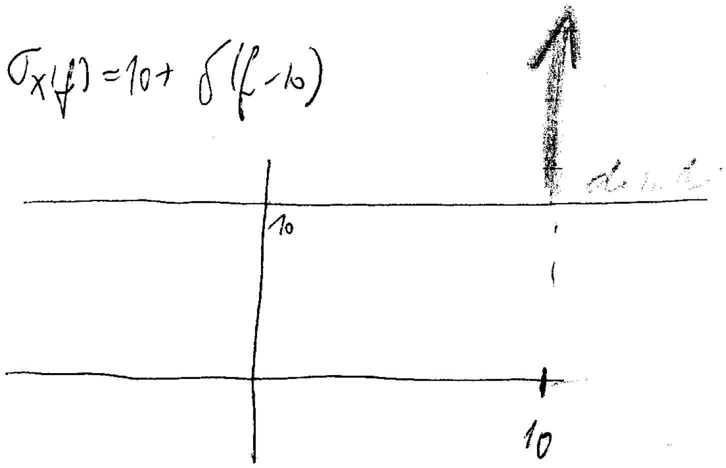
1. ✓
2. ✓
3. ✗

$\int_{-\infty}^{\infty} \cos = \infty$



Pr. 8

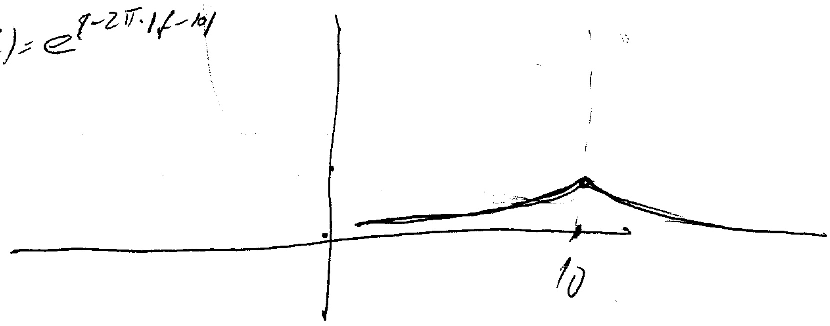
$S_X(f) = 10 + \delta(f-10)$



1. ✓
2. x
⋮

Pr. 9

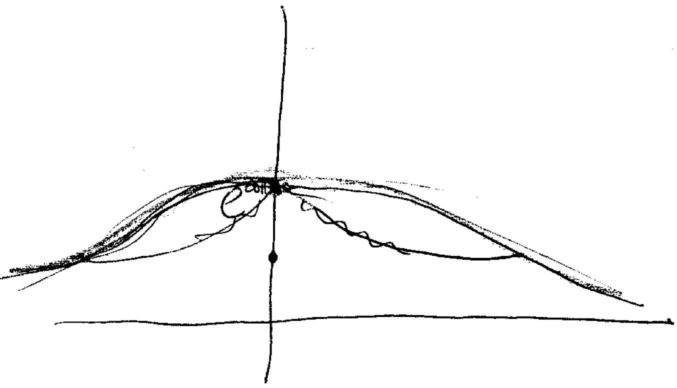
$S_X(f) = e^{9-2\pi\cdot|f-10|}$



1. ✓
2. x
3. ⋮

Pr. 10

$S_X(f) = e^{-2\pi(f^2-10)} = e^{-2\pi f^2}\cdot e^{20\pi}$



1. ✓
2. ✓
3. $2\int_0^\infty e^{-2\pi f^2}\,df = 2e^{20\pi}\int e^{-2\pi f^2}$

$e^{20\pi}$ $= 2e^{20\pi}\int \frac{e^{-2\pi f^2}}{-2\pi f^3}$

? integral

$\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot e^{20\pi} < \infty$ ✓

d.h.

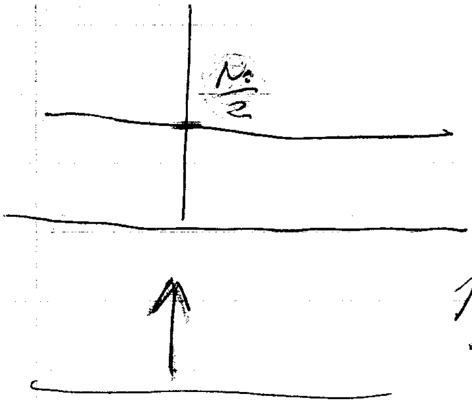
4. $e^{-2\pi(f^2-10)} = S_X(f)$ Mttm.

$= e^{20\pi}\cdot e^{-2\pi f^2} = e^{20\pi}\delta(t)\ldots$

AWGN - dôsledok tepelného šumu - je všade kde je T>0K (pohyb e-ov)

zdôvodnenie prečo je t.t. model pre je $\boxed{\text{Centrálna limitná veta}}$: rozdelenie súčtu j štatisticky nezávislých náh. premenných procesov sa priblíži gaussovskému ak je ich veľa bez ohľadu na to aké rozdelenie pravd. majú jednotlivé procesy.

- 12 druhov šumov



potom ne sila sa nepodarí

aj biele svetlo má

filter aubeler. je čistý

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f)\,df = \infty$$

W_n - šírka pásma šumu
$W_n >> W$ -> možno považovať za biely

- ružový šum - vznikne (nefajnými filtrami)
⋮

Normálne rozdelenie

náh. premenná X má normálne $N(a,\sigma^2)$ s parametrami a,σ^2 ak jej hustota rozdelenia pravdepodobnosti má tvar

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}}$$

$a=E(X)$ – str. hodnota (DC zložka)

$\sigma^2=D$ – disperzia

distrib. f-cia $\boxed{F(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}\,dt}$ = zyborná f-cia

vyjadruje pravdepodobnosť, že X nadobudne hodnotu $\leq x$

normálne normované rozdelenie $N(0,1)$

$a=0$

$\sigma^2=1$

potom $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$$

tab. al. kalk.

odnormovať

$$\boxed{F(x)=\Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)}$$

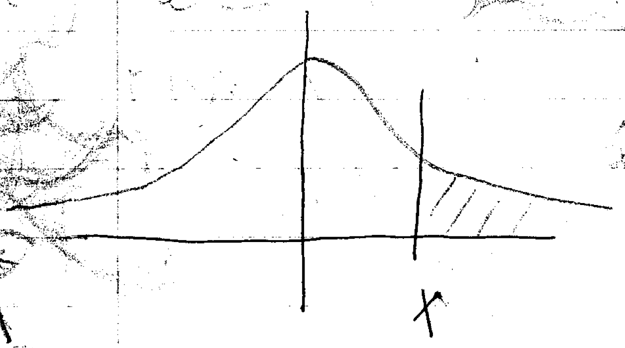
komplementárna chybová f-cia

$$\boxed{Q(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{x}^{\infty} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}}\,dt}\quad !$$

normovaná v tabuľkách

vyjadruje opačnú pravdepodobnosť, že X nadobudne hodnotu $\geq x$ ... pre odnormovanie tvorba $Q(x)=Q\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$

pre $a\neq 0$, $\sigma^2\neq 1$

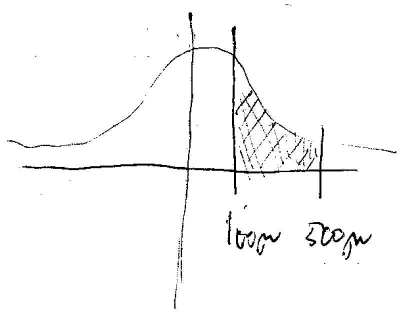


$$\Phi(x) + Q(x) = 1$$
$$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$$

pr. 1

AWGN šum je daný $\sigma^2 = 10^{-7}$. Zistite p, že napätie v určenom šume leží v intervale a) $100 \div 500\,\mu V$
b) $1mV \div 3mV$

$$p(x) = \frac{1}{10^{-7}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)}{2\cdot 10^{-7}}}$$



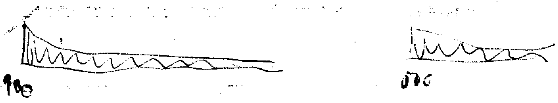
1) $$\boxed{Q'(x) = Q\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)}$$

musím aplikovať ⇒ zmeniť argument f-cie a potom ② použiť tabuľku

$a = 0$ predpokladáme
$\sigma^2 = 10^{-7} \neq 1$

a) $\langle 100\,mV, 500\,mV \rangle$
od hodnoty v 100 odčítame hodnotu v 500

$$P(100\mu V < x < 500\mu V) = Q\left(\frac{100\cdot 10^{-6} - a}{\sqrt{10^{-7}}}\right) - Q\left(\frac{500\cdot 10^{-6}}{\sqrt{10^{-7}}}\right)$$



$Q(0{,}316) - Q(1{,}58)$
$0{,}32$
$0{,}3745 - 0{,}0571 = \boxed{0{,}3174}$

v danom intervale sa len šum nachádza v tomto intervale

b) $P(1m < X < 3m) = \boxed{Q\left(\frac{1m}{\sqrt{10^{-7}}}\right) - Q\left(\frac{3m}{\sqrt{10^{-7}}}\right)} = Q(3,16) - Q(9,48) =$

$= 0{,}0008 - 0 \doteq 0{,}0008$

$1{,}16 \cdot 10^{-21}$ ↓ minimálna rýchlosť — 10^{21} ...

ak $x > 3$

$$Q(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

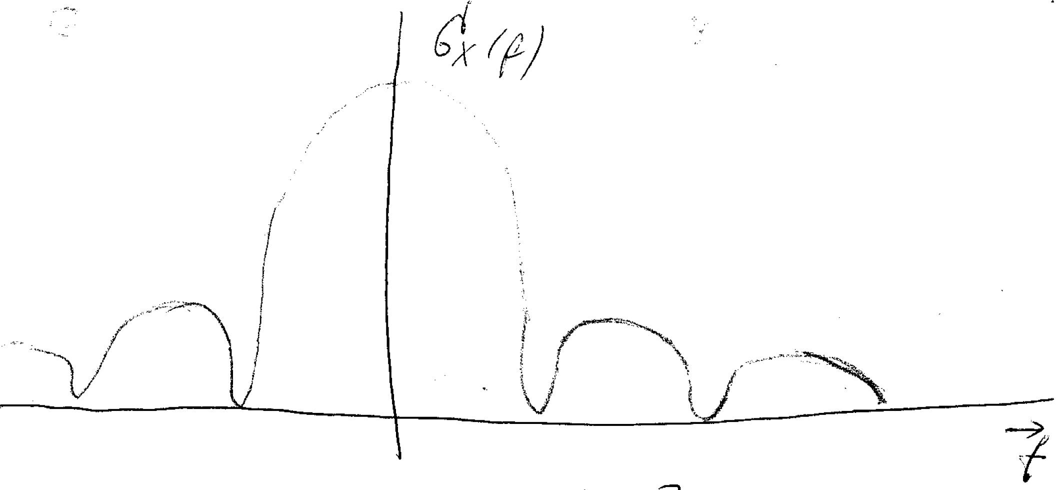
$$\frac{1}{\sqrt{10^{-7}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{9{,}48^2}{2}} =$$

bežné rýchlosti: $\underbrace{10^{-3}, 10^{-2}}_{in}$ ... čo sa to zmenší

od audio 10^{-2}

od... 10^{-12} (najmenšia rýchlosť: ...)

FREKVENČNÉ PÁSMO

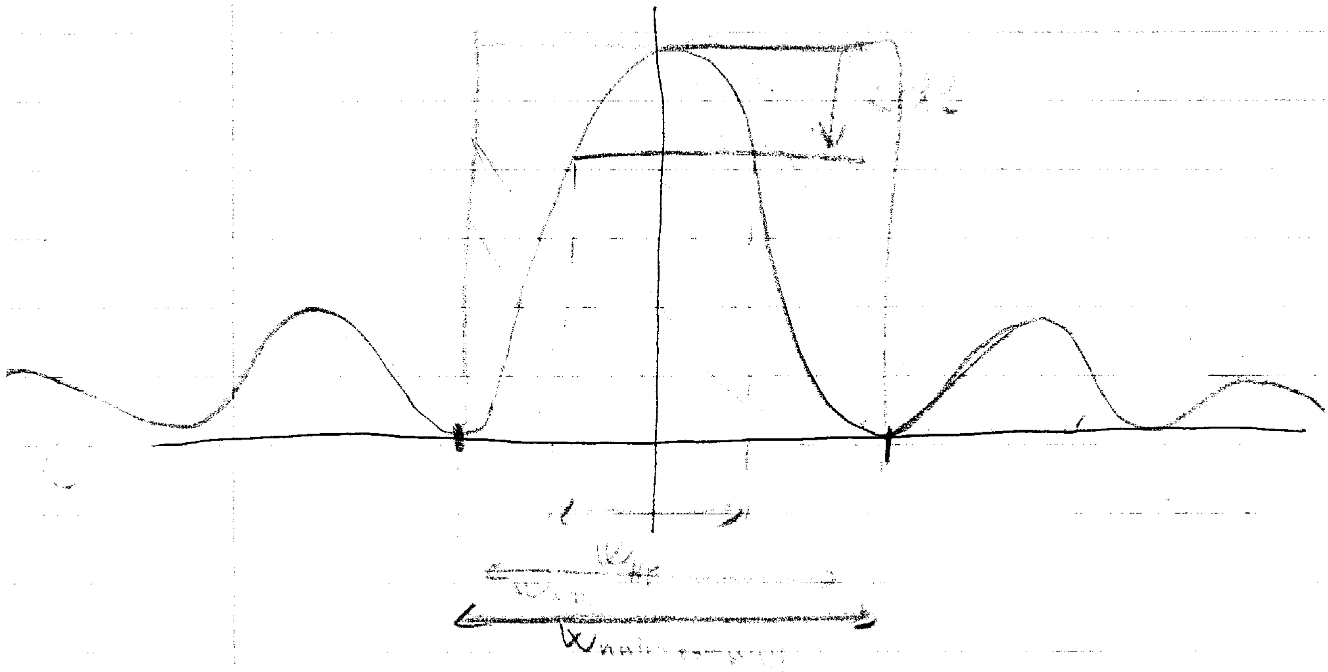


PSD reálneho ... je kvadrát $[Si^2]$

$$G_x(f) = T\left[\frac{\sin[\pi(f-f_c)\cdot T]}{\pi\cdot(f-f_c)\cdot T}\right]^2$$

1. pásmo = W_{HP} — OISA – polovičné pásmo
(half power)

PSD klesne na ½ (3dB)
↳ v logaritm. vyjadrení jsi pokleso



2. pásmo W_{NE} - šírka pásma prepúšťania ideálneho DPF, ktorý má rovnaký zisk ako hodnota s.-u
(noise equivalent) a rovnaký výkon na jeho výst.-e (WN) = výkon s.-u.
(sústa max)

= bielemu (obdĺžnik)

$$P_X = W_{NE} \cdot \max\{G_X(f)\}$$

$$\Rightarrow W_{NE} = \frac{P_X}{\max\{G_X(f)\}}$$

3. pásmo $W_{null-to-null}$ - pásmo medzi dvoma nulami $G_X(f)$

4. pásmo W_{FPC} (fractional power containment)
- pásmo, v ktorom je obsiahnutých 99% P_X

5. pásmo W_{BPSD} – mimo toto pásmo PSD nesmie prekročiť danú hodnotu
(bounded PSD)

6. pásmo Absolútne pásmo – mimo toto pásmo $G_x(f) = 0$
– astronauti – tam kde je to možné zmerať

pozn.
- W_{NE} – tak široké aby sa tie 2 plochy (biela a zelená) rovnali.
na základe rýchlosti DP filtra ...
- $W_{null-to-null}$ – od 0 po 0

pr. 2

$$G_x(f) = 10^{-4} \cdot si^2\left[\pi(f - 10^6) \cdot 10^{-4}\right] \qquad f > 0$$

Vyp.
a) W_{HP}
b) W_{NE}
c) $W_{null-to-null}$

$T = 10^{-4}$
$f_c = 10^{+6}\ Hz$
$G_x(f_c) = 10^{-4}$,
lebo $si[0] = 1$

a) W_{HP} pokles 3 dB

$$10 \log \frac{G_x(f_c)}{G_x(f')} = 3\,dB$$

$$\log \frac{G_x(f_c)}{G_x(f')} = 0{,}3$$

$$10^{0{,}3} = \frac{G_x(f_c)}{G_x(f')}$$

$$G_x(f') = \frac{10^{-4}}{10^{0{,}3}}$$

$$\boxed{G_x(f') = \frac{1}{2} G_x(f_c)}$$

$$= 5{,}011 \cdot 10^{-5}$$

$$10^{-4}\left\{\frac{\sin\left[\pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}\right]}{\pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}}\right\}^2 = \frac{10^{-4}}{2}$$

$$\frac{\sin \pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}}{\pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

subst

$$\alpha = \pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\alpha} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

: Metoda iteracion

$\alpha_0 = 1{,}0$

$\Downarrow$

$\alpha_i = \pm 1{,}39156$ rad

$$\pm 1{,}39156 = \pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}$$

$f = 10^6 \pm 4{,}43$ kHz $\Rightarrow$ $f_d = f_c - 4{,}43$ kHz

$f_h = f_c + 4{,}43$ kHz

$$\boxed{W_{HP} = f_h - f_d = 8{,}86 \text{ kHz}}$$

b) $W_{NE} = \frac{P_x}{\max G_x(f)} = \frac{P_x}{G_x(f_c)}$

$P_x = ?$

$G(x) \xleftrightarrow{FT} R_x(\tau)$

$R_x(0) = P(x)$

$G_x(f) \xrightarrow{FT^{-1}} R_x(\tau)$

$$G_{xy}(f) = T^2 \cdot \mathrm{sinc}^2[fT] \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} 1 - \frac{|\tau|}{T} = R_x(\tau)$$

$$R_{xy}(\tau) = 1 = P_x$$

$$\boxed{W_{NE} = \frac{1}{G_x(f_c)} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}}$$

c) $W_{null\text{-}to\text{-}null}$

$$G_x(f) = 0$$

$$\boxed{10^{-4} \cdot \left[\frac{\sin[\pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}]}{\pi(f-10^6)\cdot 10^{-4}}\right]^2 = 0}$$

$$\sin \pi(f-10^6)\cdot 10^{-4} = 0$$

1. $\boxed{\pi(f'-10^6)\cdot 10^{-4} = 0}$

$$f' = 10^6$$

$$\underbrace{\pi(f'-10^6)\cdot 10^{-4} = x}$$

$$\pi = \pi(f'-10^6)\,10^{-4}$$

$$1 = (f'-10^6)\,10^{-4}$$

2. $\frac{\sin x}{x}$ $\boxed{10^{-4} \sin^2 x = 0}$

$$\underbrace{\sin^2 x = 0}$$

$$x = \pi$$

$$f'-10^6 = 10^4$$

$$f' = 10^4 + 10^6$$

$$\boxed{f' = 10^6 \pm 10^4}$$

$$\boxed{W_{null\text{-}to\text{-}null} = 20 \text{ kHz}}$$

- $W_{FPC} = 205720$ Hz
- $W_{BPSD} = 370$ kHz [pod 35 dB]

rozdanie PSD spadanie mocy o 35 dB

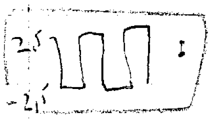
$\boxed{\cos:}$

$T = 483\ \mu s$ amplituda $0{,}62$ [jako $\frac{A}{2}$]

$f = \frac{1}{T} \cong 2\ kHz$ efektivní hodnota $\sqrt{2} \cdot 0{,}62 = \ldots$

$P =$ hodnota nadruhou? $(\sqrt{2} \cdot 0{,}62)^2$

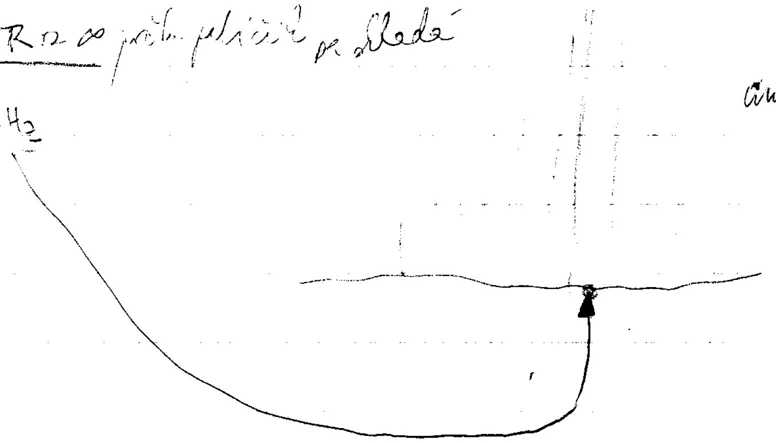
C_1 C_{-1}

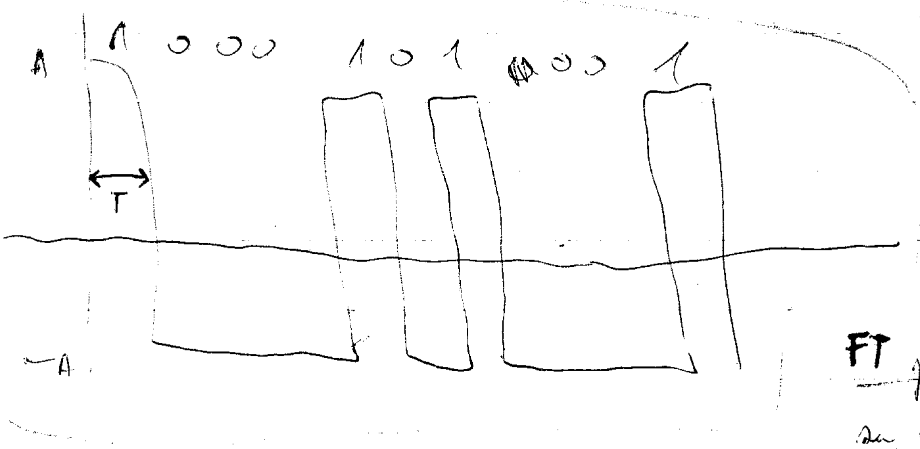


FR na co právě přijde se hledá

$f = 15\ kHz$

ampl. dole vlevo a vpravo

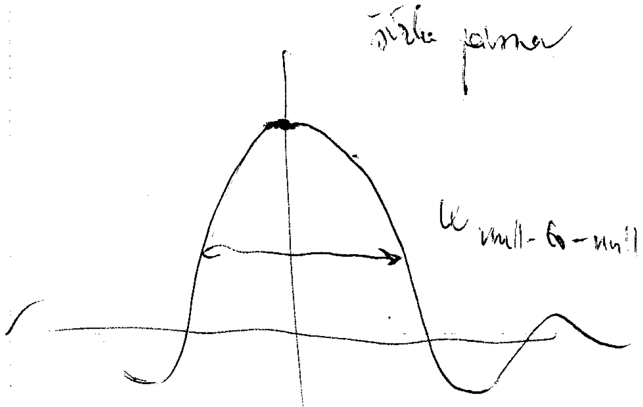




FT jednoho impulsu za právě (největší)

BPK 2.2

šířka pásma



$\frac{\sin \pi f t}{\pi f t} = 0$

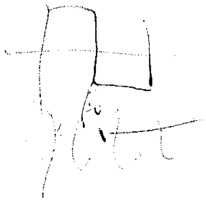
$rect\left(\frac{t}{T}\right) \xrightarrow{FT} T \cdot sinc(fT)$

$f = \frac{1}{T}$

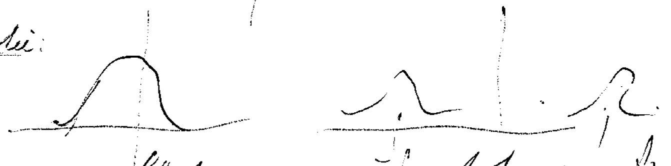
$\sin \pi f t = 0$

$\pi f t = 0$

preložené pásmo



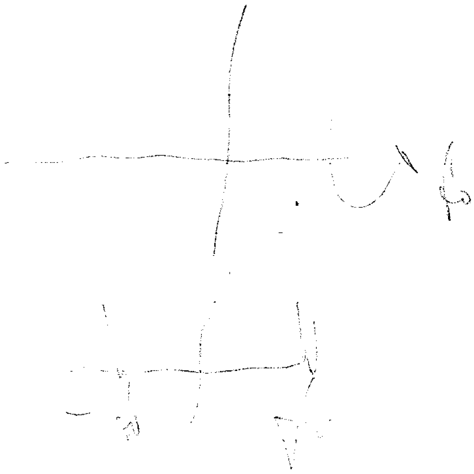
frekv. posunutie:



v základ. pásme — $-f_0$ — f_0

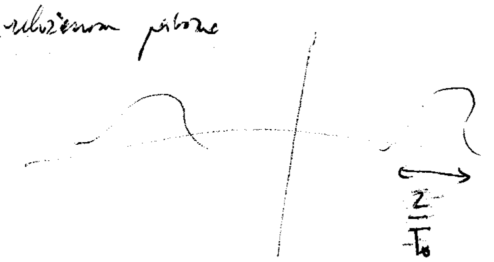
$x(t) \to X(f)$

$x(t) \cdot \sin 2\pi f_0 t \to \frac{1}{2} X(f \pm f_0)$



reálna šírka pásma v zákl. pásme $\frac{1}{T}$

v preloženom pásme



$\frac{2}{T_0}$

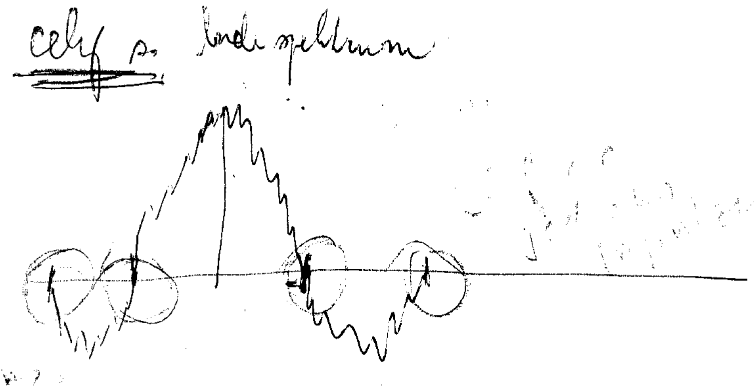
ak len $\frac{1}{2}E(\frac{1}{2}$ plochy)

berú sa len kladné f $(+f)$

reálne

celý s. budí spektrum

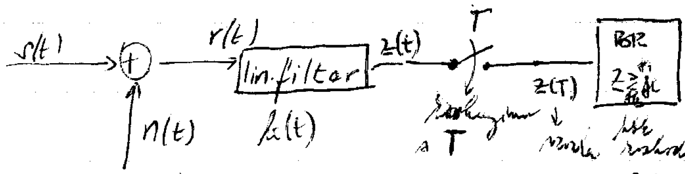
0 body budú rovnaké



superpozícia

v nepárne

Prijímače

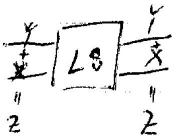


vzorkujeme a T

vzorka

test rozhodovania

$z \lessgtr \gamma \Rightarrow$ rozhodovanie prenos. správ



lin. systém

$\sqcap \rightarrow \boxed{LS} \rightarrow h(t) \xrightarrow{FT} H(f)$ prenos. funkcia

každý LS sa dá charakterizovať ~~impulz~~ impulz. odozvou

vpustíme jedn. impulz na out

$$\boxed{y(t) = x(t) * h(t) = \int_{0}^{t} x(\tau) \cdot h(t-\tau)\, d\tau}$$

$$\boxed{Y(f) = H(f) \cdot X(f)}$$

kappa

$z \gtrless \gamma$ → [gama]

: platí H_1

$z < \gamma$: platí H_2

$$\boxed{\begin{aligned} z(t) &= a(t) + n_0(t) \\ z(T) &= z = a + n_0 \end{aligned}}$$

$a(T) + n_0(T)$

lin. gaus. rozdelenie pravdepodobnosti prenesené LF sa nezmení, stále gaus. rozdelenie

$$z(t) = r(t) * h(t) = (s(t) + n(t)) * h(t) = \underbrace{s(t) * h(t)}_{a_0(t)} + \underbrace{n(t) * h(t)}_{n_0(t)}$$

spriahnutý filter = matched filter, MF = spriahnutý so signálom vzorky vzorku

- filter prispôsobený vysielaniu

napr.

$$h(t) = \begin{cases} \boxed{k \cdot s(T-t)} & 0 \le t \le T \\ 0 & \text{inak} \end{cases}$$

maximalizovať odstup $S/\check{S}$

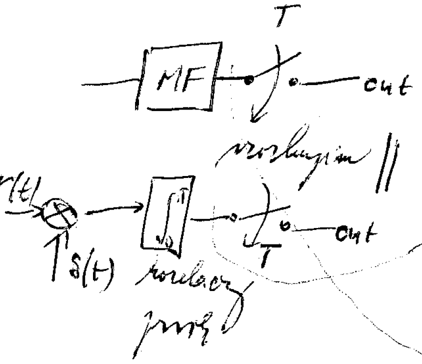
$$H(f) = k \cdot S^*(f) \cdot e^{-j2\pi f T}$$

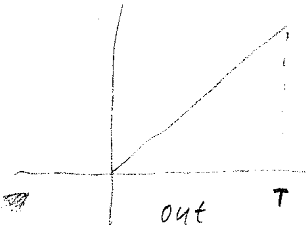
komplexne združené

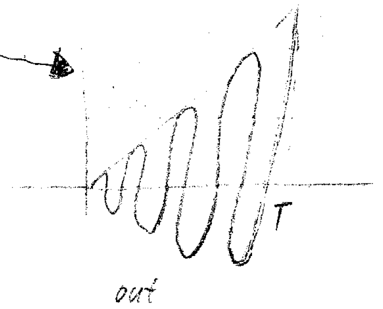
001000101

s_1 s_2

prijímač: najväčšia zhoda s_1, s_2 ...







pomocou MF

$$z(t)=r(t)*h(t)=\int_0^t r(\tau)\cdot h(t-\tau)\,d\tau=\boxed{\int_0^t r(\tau)\,s(T-t+\tau)\,d\tau}$$

z t · s(T-t)

neodpovedajúce

$h(t)=s(T-t)$

$h(t-\tau)=s(T-(t-\tau))$

$h(t-\tau)=s(T-t+\tau)$

$t=T$

$$z(T)=\int_0^T r(\tau)\cdot s(T-T+\tau)\,d\tau=\boxed{\int_0^T r(\tau)\,s(\tau)\,d\tau}$$

korelácia 2 neposunutých signálov

– úplný prekryv

– preto ho môžeme nahradiť MF-om

$\rightarrow\otimes-\int$

pr.1

a) UPNRZ

b) BPNRZ

Ortogonálne s-y: $\int_0^T s_1(t)\cdot s_2(t)=0$

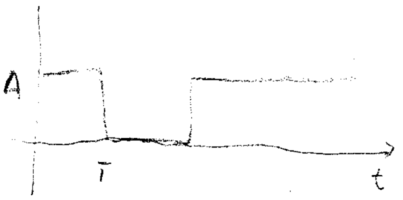
ortonormálne s-y: $\int_0^T s_1(t)\cdot s_1(t)=K$ $k=1$

antipodálne s-y: $s_1(t)=-s_2(t)$

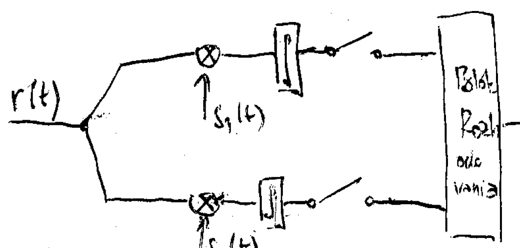
a 2 signály sa skladá $s_1(t)=A$ „1"

$s_2(t)=0$ „0"

a)



ortogonálny



2 vetvy = 2 s-y

stredná hodnota výstupu (lebo to kazí šum)

HORNÁ VETVA:

$a_1(T)$ = st. hodnota výstupu z 1. korelátora (horného) za predp. že bol vyslaný s_1

$$a_1(T) = \mathcal{E}\{z(T)\,|\,s_1(t)\} = \mathcal{E}\left\{\int_0^T [s_1(t)+n(t)]\cdot s_1(t)\,dt\right\} = \mathcal{E}\left\{\int_0^T (A^2 + A\cdot n(t))\,dt\right\} =$$

$r(t) = s_1(t)+n(t)$; $r(t)$

prim. vstup

nič to čím sa ide korelovať

$$= \mathcal{E}\left\{\int_0^T A^2\,dt\right\} + \mathcal{E}\left\{\int_0^T A\cdot n(t)\,dt\right\} =$$

$\Downarrow$ 0

$$= A^2T + 0 \quad [V]$$

st. hodnota AWGN je 0

↳ nemá žiadnu jednosmernú zložku

$$a_2(t) = \mathcal{E}\{z(t)\,|\,s_2(t)\} = 0$$

za $s_2(t)$ obsadíme 0

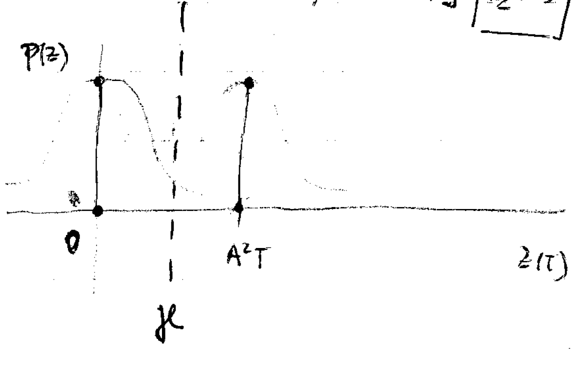
$$\mathcal{E}\left\{\int_0^T [s_2(t)+n(t)]\cdot s_1(t)\,dt\right\}$$ [namiesto A]

DOLNÁ VETVA:

či vôbec počítame 2. vetvu v UP s...

lebo $\cdot\, 0 = 0$ → nič, ...

$$[s_1(t)+n(t)]\cdot \boxed{s_2(t)}$$



väčší šum

skôr sa prekryjú

ideálne nebol by šum

opt nezávisí od druhu šumu

ak platí $z \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \gamma$

arit. stred

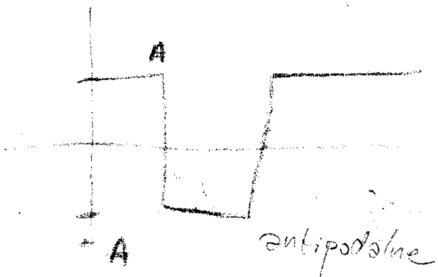
$$\gamma = \frac{a_1+a_2}{2} = \frac{1}{2}A^2T$$

šum tiež vplýva, že pri vysielaní s_1 to vyzerá ako 0; ale pravd., že to vyzerá tak je malá

Zdroj chybovosti

Príklad

b) BPNRZ



$s_1(t) = A$

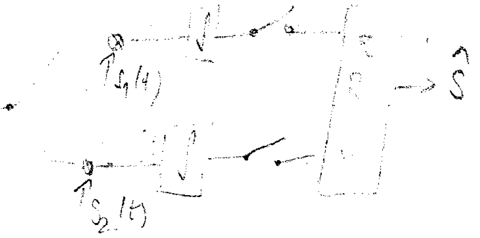
$s_2(t) = -A$

antipodálne

$$\begin{cases} s_1(t) = A \\ s_2(t) = -A \end{cases}$$

HORNÁ VETVA:

- $a_1(T) = \mathcal{E}\{z|s_1\} = A^2 T$
- $a_2(T) = \mathcal{E}\{z|s_2\} = -A^2 T$ → dobré miesto



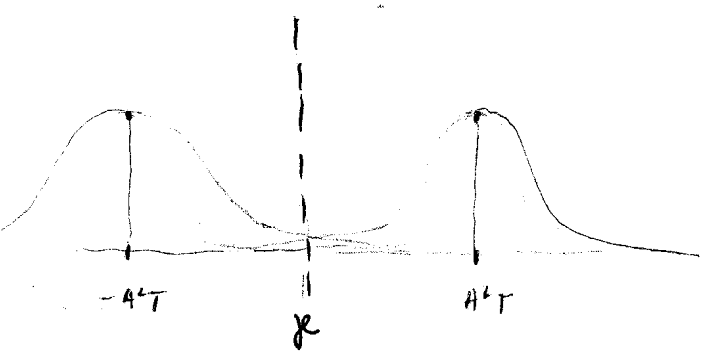
DOLNÁ VETVA:

- $a_3(T) = \mathcal{E}\{z|s_1\} = \mathcal{E}\left\{\int_0^T [s_1(t)+n(t)]\, s_2(t)\, dt\right\}$
  $= -A^2 T$
- $a_4(T) = A^2 T$

Korelujeme odlišné signály

rovnaké

→ stačí 1 blok, ak v ňom dostaneme obe rôzne výsledky



oddialili sa = lepšie

tým rôzne ($4E_{s_1}$)

a tým rozlíšiteľnejšie

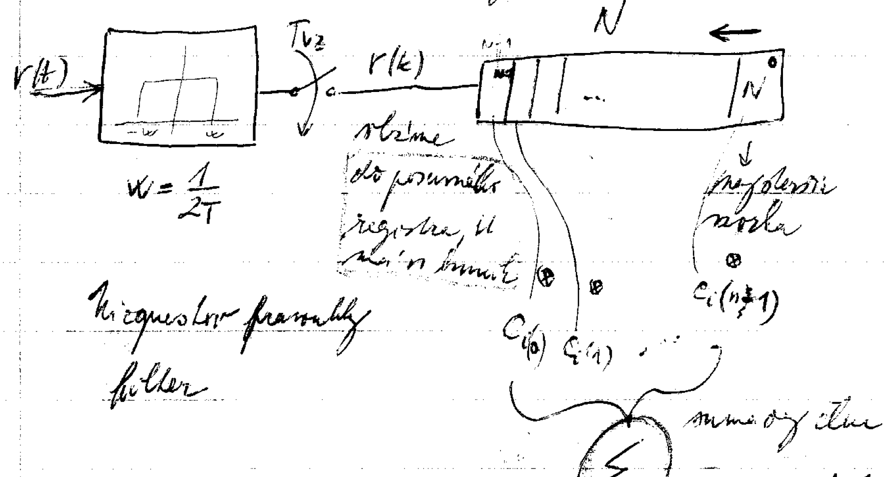
$$E_d = \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt \quad \begin{array}{l} \text{UP: } E_d = E_{s_1} \\ \text{BP: } E_d = \int_0^T (2 s_1(t))^2 dt = 4 E_{s_1} \end{array}$$

$s_2 = -s_1$

ak realizovať analóg. pomocou prvkov s pomalou ako druhou (obvyklým)

číslo:

najmladšia vzorka



$$z_i(k)=\sum_{n=0}^{N-1} r(k-n)\cdot c_i(n)$$

Nízkopriepustný frekvenčný filter

MF:

$$\boxed{c_i(n)=s_i[(N-1)-n]}$$

ak bude ent DMF [SPF] ak uvažujeme BPSK modulačný prenos, tj. je vzorkovaný 4 vzorkami na symbol a používame 3-úrovňové vzorkovanie

dané s. $s_1(t), s_2(t)$

BPSK - modulačná schéma

tvaro popísaná impulzov

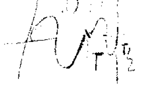
mod:

ampl. – s. s akou amplitúdou vyšleme

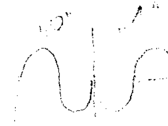
FSK frekv. – info je nesená v o.f.

fáz. } modulácie – najčistejšia

– zmena fázy nesie info



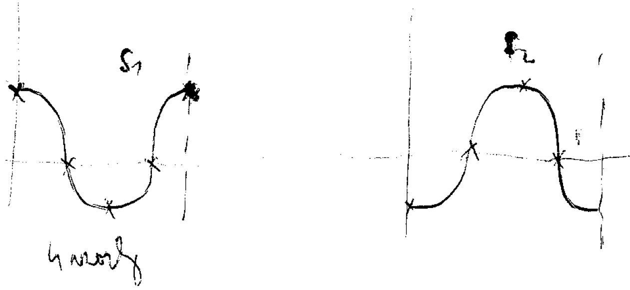
- ampl. aj fáza každý stav je rovnaký
- len fáza mení



- ampl. a f sú rovnaké
- fáza sa mení

$s_1(t)=\cos\omega_0 t$

$s_2(t)=\cos(\omega_0 t+\pi)=-\cos\omega_0 t$ } antipodálne



3-úrovňové vzorkovanie

$s_1(0)=1$ $s_2(0)=-1$

$s_1(1)=0$ $s_2(1)=0$

$s_1(2)=-1$ $s_2(2)=1$

$s_1(3)=0$ $s_2(3)=0$

$N=4$

$C_i(0) = N^{4} - 1 - n^{0}$

$S_i(3-0) = S_i(3)$

$C_i(1) = N - 1 - 1$

$= S_i(2)$

$C_i(2) = S_i(1)$

$C_i(3) = S_i(0)$

dohora

$C_1(0) = 0$

$C_1(1) = -1$

$C_1(2) = 0$

$C_1(3) = 1$

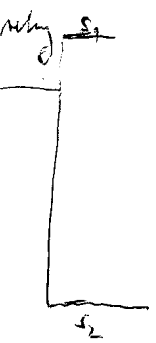
dohora

$C_2(0) = 0$

$C_2(1) = 1$

$C_2(2) = 0$

$C_2(3) = -1$



0	-1	0	1

Synchronne

$\overrightarrow{C_1}$ 0 -1 0 1

Σ 0+1+0+1 = 2

Vidí

0	-1	0	1

0 +1 0 -1

$\Sigma\ \overrightarrow{C_2}$ 0-1 0 -1 = -2

Nesme $\boxed{S2}$ (na prechod S_2)

0	1	0	-1

0 -1 0 1

Σ 0 -1 0 -1 = -2

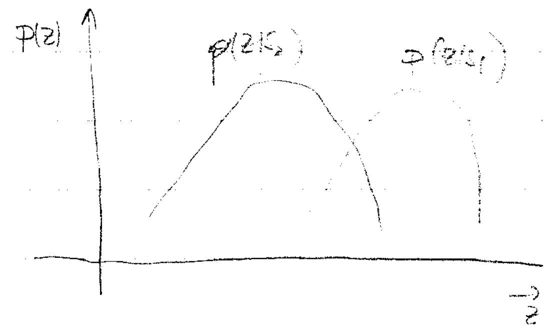
0	1	0	-1

0 1 0 -1

Σ 0 + 1 + 0 +1 = 2

nelička

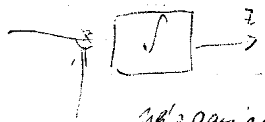
Kritérium MAP a ML



na výst. ako hodnotu z

→ zaujíma nás skôr $p(s_1/z)$

Korelátor



nás zaujíma p. s_1 na základe prijatia

Bayesov vzorec

$$\boxed{p(s_1/z) = \frac{p(z/s_1)\cdot p(s_1)}{p(z)}}$$

$$p(z) = \sum_i p(z/s_i)\cdot p(s_i)$$

- prij. musí MAP ji presný ?... porovnáva pravdepodobnosť

$$p(s_1/z) \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} p(s_2/z)$$

H - hypotéza rozhodnutia

$$\frac{p(z/s_1)\cdot p(s_1)}{p(z)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{p(z/s_2)\cdot p(s_2)}{p(z)}$$

$$\boxed{\frac{p(z/s_1)}{p(z/s_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{p(s_2)}{p(s_1)}}$$

vzorec pre rozhodovanie pre kritérium MAP

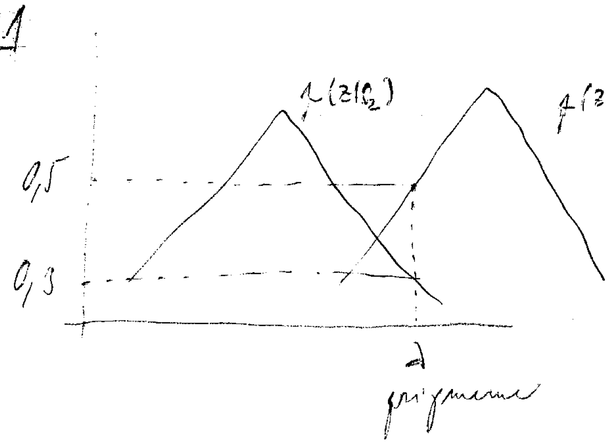
dobrý zdroj: keď hodnoty s rovnakými pravdepodobnosťami

$$p(s_1) = p(s_2) = 0{,}5$$

MAP sa pretransformuje do ML [maximum likelihood]

ML $$\boxed{\frac{p(z/s_1)}{p(z/s_2)} \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} 1}$$

pr. 1



$p(s_1) = 0{,}3$

$p(s_2) = 0{,}7$

pomocou MAP

ML určiť

čo prijaté

$$\boxed{\begin{aligned} p(z|s_1) &= 0{,}5 \\ p(z|s_2) &= 0{,}3 \end{aligned}}$$

MAP

$$\frac{p(z|s_1)}{p(z|s_2)} \gtrless \frac{p(s_2)}{p(s_1)}$$

$$p(z) = \sum p(z|s_i) \cdot p(s_i)$$

$$p(z) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 + 0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}15 + 0{,}21 = 0{,}36$$

$$p(s_1|z) = \frac{\overset{p(z|s_1)\,p(s_1)}{0{,}5 \cdot 0{,}3}}{\underset{p(z)}{0{,}36}} = 0{,}416$$

$$p(s_2|z) = \frac{\overset{p(z|s_2)\,p(s_2)}{0{,}3 \cdot 0{,}7}}{\underset{p(z)}{0{,}36}} = 0{,}583$$

$\Rightarrow$ bol vyslaný (lebo väčšie)

ML

$p(s_1) \neq p(s_2)$ $\quad \overset{0{,}5}{p(z|s_1)} > \overset{0{,}3}{p(z|s_2)}$

$\Downarrow$

bol vyslaný

pr. 2

UPNRZ

$A = 5\,V$

$\sigma_0^2 = 10^{-6}\,W/Hz$

$R_b = 1\,k\,bps$

$p(s_1) = 0{,}7$ „1" $\quad s_1(t) = A \quad 0 \le t \le T$

$p(s_2) = 0{,}3$ „0" $\quad s_2(t) = 0 \quad$ –||–

$\gamma_{MAP} = ?$ rozh. úroveň

$\gamma_{ML} = ?$

MAP:

$$\boxed{\gamma_{MAP} = z \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} \left\{ \ln \frac{p(s_2)}{p(s_1)} - \frac{a_2^2 - a_1^2}{2\sigma_0^2} \right\} \cdot \frac{\sigma_0^2}{a_1 - a_2}}$$

dôsl. odvod. z

$$\frac{p(z|s_1)}{p(z|s_2)} \gtrless \frac{p(s_2)}{p(s_1)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{(z-a)^2}{2\sigma^2}} \quad \ln$$

$a_1 = A^2 T = E\{\int_0^T (s_1(t)+n(t))\, s_1(t)\, dt\} = \eta(z|s_1) = 25T = 25\cdot 10^{-3} = \underline{0{,}025}$

$a_2 = 0$

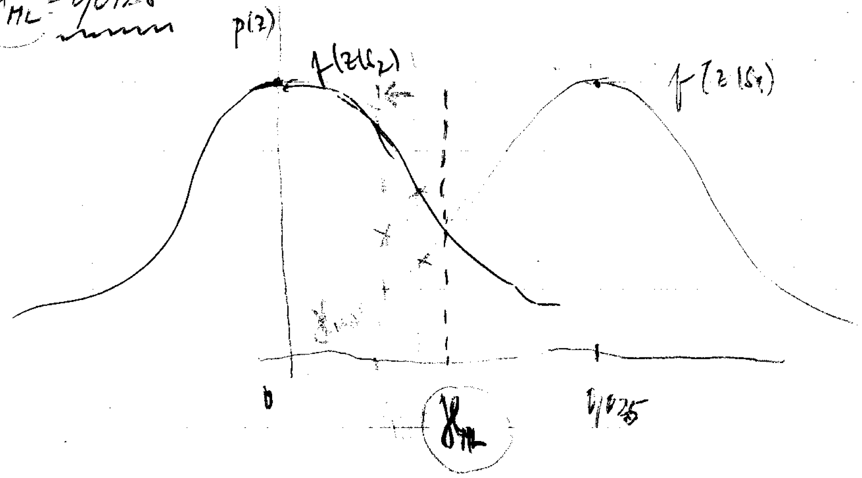
$T = \frac{1}{R_B} = \frac{1}{1kbps} = 10^{-3}$

$z \underset{H_2}{\overset{H_1}{\gtrless}} 12{,}466\cdot 10^{-3} = \gamma_{MAP}$

ML:

$\frac{a_1+a_2}{2} = \gamma$ $\qquad p(s_1) = p(s_2) = \frac{1}{2}$

$\gamma_{ML} = 0{,}0125$



$p(s_1) > p(s_2)$

$\sigma_0^2 = 10^{-4}$

$\gamma = 9{,}11\cdot 10^{-3}$

[Chybovost]

$$P_B = Q\left(\frac{a_1-a_2}{2\sigma_0}\right) \quad 1.$$

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right) \quad 3.$$

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right) \quad 2.$$

bitová E

$$E_B = \frac{1}{2}\left(E_{B_1}+E_{B_2}\right)$$

bin. s. E s-u

$$E_B = E_s = \int_0^T s^2(t)\,dt$$

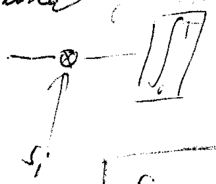
• rozdílová E medzi 2 s-mi

$$E_d = \int_0^T \left(s_1(t) - s_2(t)\right)^2 dt$$

$$\frac{N_0}{2} = \sigma_0^2$$

a_1, a_2

GV metoda



$$\boxed{\frac{s_i}{\sqrt{E_s}} = \varphi_i}$$ bázové vektory

př. 3

UPNRZ

$s_1(t) = A \longrightarrow E_{s_1} = A^2 T \quad \int A^2\,dt$

$s_2(t) = 0 \longrightarrow E_{s_2} = 0$

$$\varphi_1(t) = \frac{A}{\sqrt{E_{s_1}}} = \frac{A}{A\sqrt{T}} = \frac{1}{\sqrt{T}}$$

$$a_1 = \int_0^T s_1(t)\,\varphi_1(t)\,dt = \frac{A}{\sqrt{T}}\int 1\,dt = \frac{A}{\sqrt{T}}\,T = \underline{\underline{A\sqrt{T}}}$$

$$a_2 = \underline{\underline{0}}$$

$A = 5$

$T = 10^{-3}$

$\sigma_0^2 = 10^{-6}$

$a_2 = 0$

$a_1 = 5\cdot\sqrt{10^{-3}} = 0{,}158$

$$Q\left(\frac{a_1-a_2}{2\sigma_0}\right) = P_B \quad 1.$$

$P_B = Q(7{,}9)$

argument > 3

$$Q(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}}\, e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)}$$ cca aprox. vzorec

$\Rightarrow \underline{1{,}35\cdot 10^{-15}}$

7900

- powmer Ed 2. $Ed = \int A^2 dt = \underline{A^2T} = 9{,}02$ $(s_1 - s_2)^2$

$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{Ed}{2N_0}}\right) = Q(7{,}9) = \underline{1{,}35 \cdot 10^{-15}}$ zaoze

$\sigma_0^2 = \frac{N_0}{2}$

$2N_0 = 4\sigma_0^2$

tablice do 3
- $x > 3$

$Q(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{x^2}{2}\right)}$

- powmer E_B 3. $E_B = \frac{1}{2}(E_{B1} + E_{B2}) = \frac{1}{2}(A^2T)$

$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{\frac{1}{2}A^2T}{2\sigma_0^2}}\right) = Q(7{,}9) = \underline{1{,}35 \cdot 10^{-15}}$ stale

pr. 4

BPNRZ

$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{T}}$

$\psi_2 = -\frac{1}{\sqrt{T}}$

$s_1(t) = A$

$s_2(t) = -A$

- $a_1 = $ rzmem $= A\sqrt{T}$
- $a_2 = -A\sqrt{T}$ $\int_0^T s \cdot \psi_1 \, dt$

$E_2 = A^2T$

$\psi_2(t) = \frac{-A}{\sqrt{E_2}} = \frac{-A}{A\sqrt{T}} = \frac{-1}{\sqrt{T}}$

① $P_B = \left(\frac{a_1 - a_2}{2\sigma_0}\right) = Q\left(\frac{2A\sqrt{T}}{2\sigma_0}\right) = Q(11{,}2)$ ② $= 1{,}31 \cdot 10^{-56}$

② $Q\left(\sqrt{\frac{2\cancel{4}A^2T}{\cancel{4}N_0}}\right)$ $Q\left(\sqrt{\frac{Ed}{2N_0}}\right)$

③ $Q\left(\sqrt{\frac{2E_{B1}}{N_0}}\right) = \left(\frac{2A^2T}{N_0}\right)$

$E_2 = \int s_2^2(t)\,dt = A^2T$

$E_B = 2E_{B1} = 2E_{B2}$

$Ed = \int (s_1 - s_2)^2 dt$

$(A - (-A))^2 = 4A^2T$

ostatní odlaha

$\dot{R}_B = 1\,\text{Mbps}$

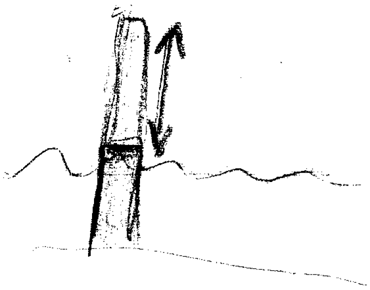
$P_B = 0{,}3085$

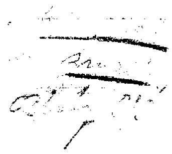
[illegible]

T se zmenšilo ⇒ vyplývá $\underline{\underline{E}}$

PSD/ESD

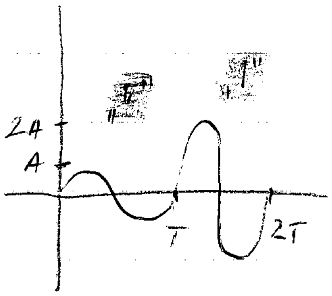
$E_D = E_B$





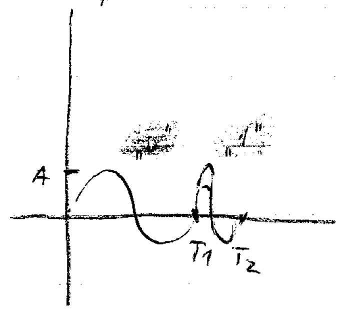
amplit. modulácia

ASK

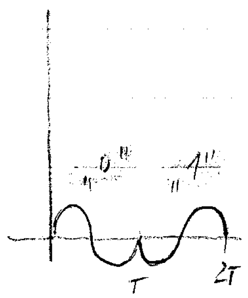


frekv. modul.

FSK

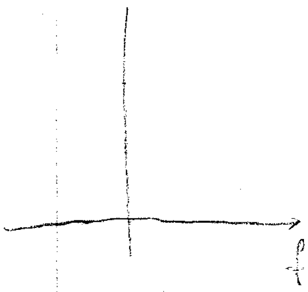


phase [shifting]
fázová modul.
PSK



ASK + PSK →
kvadratúrna amplitúdová
→ QAM modulácia

0 s_1 } binárne
1 s_2



frekv. pásma
ak zvýšim rýchlosť, keď šírka má každý daný

⇒ > # stav

• s_1 00

• s_2 01

• s_3 10

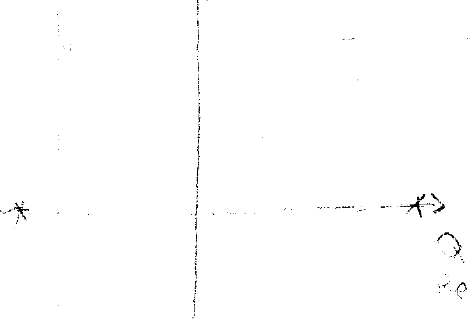
• s_4 11

$\log_2 M = k$

spoľahlivosť

4:	S/s	1
	bit b/s	2
	S/s	1
	b/s	3

rozmiestnenie
BPSK, QPSK



(# stavov sa zvyšuje, constellation ⟶ závisí
od kvality dekódera ako sa presne
alebo sa prekrývajú)

EDGE - 8 stavová fáz. modul.

16 QAM → orange

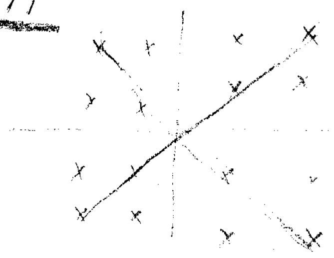
32

64

256

(max)

→ flarion Tmob



zmena fáze

$2^k = M$

koh. a nekoherentní modulácie

prijímač : ideál: pozná $\underbrace{A, f, \varphi}$

dokonalé určenie → posunutie voči refer. nosnej

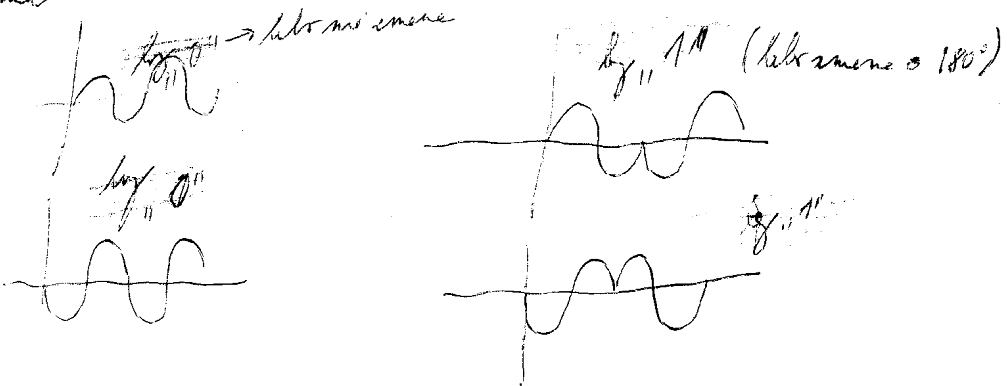
koh.: má info o φ : drahšie (spätná väzba - ...)

nekoh: má ostatné presné: horšia rýchlosť

PSK → ako ak nekoh. keď nemám info o fáze (moje porovnanie)

DPSK - využíva predošlú info o fáze

D → diferenciálna



koh. BPSK má info

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$$

pre binárne $E_s = E_B$

$$s_1 = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(\omega_0 t + \varphi + \pi)$$

$\varphi \stackrel{!}{=} 0$

$$\begin{pmatrix} \cos & \sin \\ \cos & -\sin \end{pmatrix}$$

$A = \sqrt{\frac{2E}{T}}$

koh. BFSK

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$$

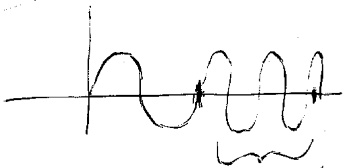
$$s_1 = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cdot\cos(\omega_1 t+\varphi)$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cdot\cos(\omega_2 t+\varphi)$$

koh. pri ortog. FSK

$$\Delta f = \frac{1}{2T}$$

$f_2 - f_1$



vysielam „1"

max do T

nekoh. BDPSK

$$P_B = \frac{1}{2}e^{-\frac{E_B}{N_0}}$$

nekoh. BFSK

$$P_B = \frac{1}{2}e^{-\frac{E_B}{2N_0}}$$

koh. MPSK

2, 4, 8, ... (mocnina dvojky)

bit ≠ symbol

$$P_S(M) \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_S}{N_0}}\sin\frac{\pi}{M}\right)$$

nekoh. DMPSK

$$P_S(M) \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_S}{N_0}}\sin\frac{\pi}{\sqrt{2}M}\right)$$

koh. MFSK

$$P_S(M) \leq (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_S}{N_0}}\right)$$

! len FSK môže byť ortog. platí $\Delta f = \frac{1}{2T}$

nekoh. MFSK

$$P_S(M) = \frac{1}{M}e^{-\frac{E_S}{N_0}}\sum_{j=2}^{M}(-1)^j\binom{M}{j}e^{\frac{E_S}{jN_0}}$$

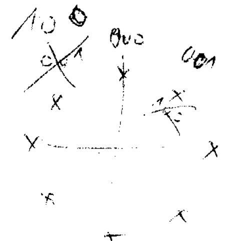
ortog. MFSK

$$\boxed{P_B = \frac{\frac{M}{2}}{M-1}P_S = \frac{2^{k-1}}{2^k-1}P_S}$$

prepísať

MPSK

$$\boxed{P_B \doteq \frac{P_S}{\log_2 M} = \frac{P_S}{k}}$$



ak Grayov kód - susedné symboly sa líšia ... 1 bit

$Q(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} e^{-(x^2/2)}$

pr. 1

BPSK

$\frac{E_b}{N_0} = 6,8\,dB$

$\mu = 0$

2 antipodalne s.-y

$\mu = 0,1\sqrt{E_s}$

ako sa zmení

$P_B = ?$

$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right) =$

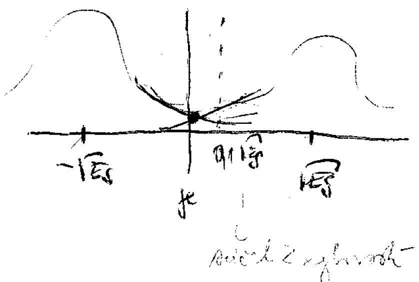
$= Q(\sqrt{2 \cdot 4,79}) = Q(3,09)$

$= 10^{-3}$

! prepočet

$10 \log \frac{E_B}{N_0} = 6,8$

$\frac{E_B}{N_0} = 10^{0,68} = 4,79$



pr. 2

BPSK - 100 chýb za deň

$R_B = 1\,k\,bps$

$N_0 = 10^{-10}\,W/Hz$

$\boxed{P_B = \frac{\#\,chybných}{\#\,všetkých}} = \frac{\frac{100}{24 \cdot 360}}{1000} = 1,16 \cdot 10^{-6}$

za 1. $1,16 \cdot 10^{-5}$: mne

$\boxed{S = 10^{-6}\,W}$ výkon

bude taký výkon stačiť

na takú rýchlosť?

$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$

$E_B = S \cdot T$, $T = \frac{1}{R_B}$, $E_B = \frac{S}{R_B}$

$\frac{E_B}{N_0} = \frac{S}{N_0} \cdot \frac{1}{R_B} = 10$

$P_B = Q(\sqrt{20}) = Q(4,47) = 4,05 \cdot 10^{-6}$

vyššia rýchlosť ⇒ nebude stačiť

př. 3

koh. BFSK

① $\frac{E_B}{N_0} = 12 dB$ } lepší? $10^{1,2} = 15,85$

ortog.

② $\frac{E_B}{N_0} = 14 dB$ $10^{1,4} = 25,12$

① $P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right) = 36,25 \cdot 10^{-6}$ $Q(3,98)$

v

② $\frac{1}{2} e^{-\frac{10^{1,4}}{2}} = 1,76 \cdot 10^{-6}$ lepší

př. 4

① koh. 8FSK $E_B/N_0 = 9 dB$ $\Rightarrow 10^{0,9} = 6,31$

② koh. 8PSK $E_B/N_0 = 13 dB$ $\Rightarrow 10^{1,3} = 19,95$

? → P_B

① $P_S(8) = 7 Q\left(\sqrt{\frac{E_S}{N_0}}\right)$

$\Rightarrow 7 \cdot Q\left(\sqrt{3 \cdot 10^{0,9}}\right)$

$7 \cdot Q(18,9) = 4,97 \cdot 10^{-5}$
4,35

1 symbol 3 bity

$\frac{E_S}{N_0} = \frac{3 E_B}{N_0}$

ortogonál

$P_B = \frac{4 \text{ nth}}{7} P_S = \frac{4}{7} \cdot 4,98 \cdot 10^{-5} = 2,84 \cdot 10^{-5}$

② $P_S(8) = 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_S}{N_0}} \sin\frac{\pi}{8}\right)$ $\frac{E_S}{N_0} = \frac{3E_B}{N_0}$

rad!

$= 2Q\left(\sqrt{6 \cdot 10^{1,3}} \cdot \sin\frac{\pi}{8}\right) = 2,97 \cdot 10^{-5}$
4,181

$P_B = \frac{P_S}{3} = 9,5 \cdot 10^{-6}$

pr. 5 16 PSK

$P_s = 10^{-5}$

$P_B = \frac{8}{15} P_s$

16PSK

$P_B = \frac{P_s}{4}$

pr. 6
koh. 8FSK

$T_s = 4{,}2\ ms$

$A = 1mV$

$\frac{N_0}{2} = 10^{-11}\ W/Hz$

$P_B = ?$

$A = \sqrt{\frac{2E}{T}}$

$A^2 \cdot T = 2E$

$\frac{A^2 \cdot T}{2} = E$

$Q\left(\sqrt{\frac{A^2 T}{4 \cdot 10^{-11}}}\right)$

$P_s = 7Q\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} = 7Q\left(\sqrt{\frac{\frac{1}{2}A^2 T}{2 \cdot 10^{-11}}}\right) = 0{,}0875$

$7Q(2{,}236) = 7 \cdot 0{,}0127$

$P_B = \frac{4}{7} \cdot P_s = 0{,}05$