

Cvičenie 8

19.11.10

Modulácie

počet stavov modulácie $M = 2^k$

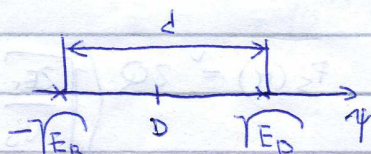
k = počet bitov na symbol $\rightarrow k = \log_2 M$

definícia

- koherečná $\rightarrow$ prijímač sa musí fázovo poznať s prijímačom
- nekoherečná $\rightarrow$ nevhodná fázová synchronizácia

1. Binárna modulácia $\rightarrow M = 2$

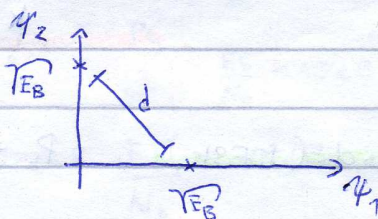
1.1. Koherečná BPSK



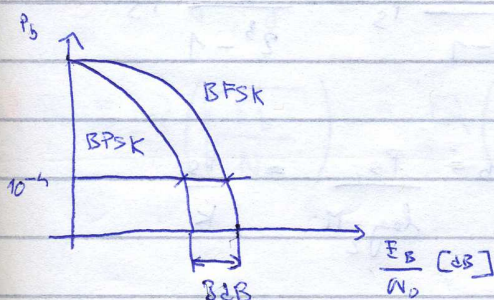
$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$$

1.2. Koherečná BFSK

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$$



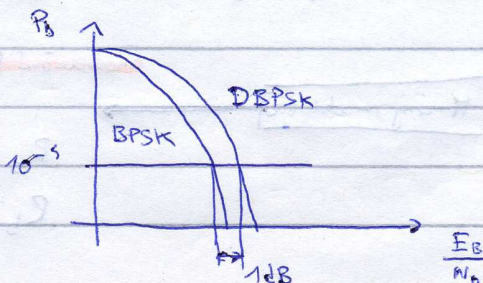
$$\Delta f = \frac{1}{2T_b}$$



minimálna vzdialenosť, aby
boli ortogonálne

1.3. Ne Koherečná (diferenciačná) DBPSK (302.115)

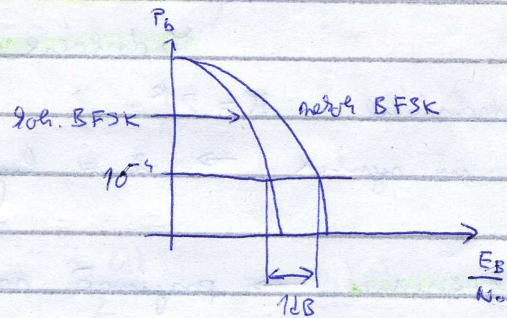
$$P_b = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_B}{N_0}\right]$$



1.4. Neobkorekovaná BFSK

$$P_b = \frac{1}{2} \exp \left[\frac{-E_b}{2N_0} \right]$$

$$A_f = \frac{1}{T_b}$$



2. M-ární modulácie $M > 2$

2.1. koher. MPSK

$$P_s(\pi) \cong 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{M} \right) \right)$$

2.2. neobkorekovaná DMPK

$$P_s(\pi) \cong 2Q \left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \left(\frac{\pi}{2M} \right) \right)$$

2.3. koherenčná MFSK

$$P_s(\pi) \cong (M-1) Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right)$$

2.4. neobkorekovaná MFSK

$$P_s(\pi) = \frac{1}{M} \exp \left[\frac{-E_s}{N_0} \right] \sum_{j=2}^M (-1)^j \binom{M}{j} \exp \left(\frac{E_s}{jN_0} \right)$$

pre ortogonálne mod. (MFSK)

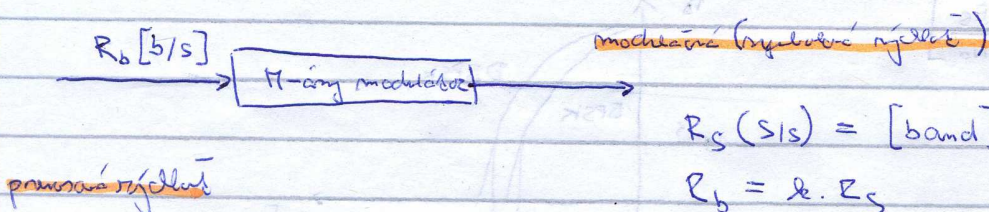
$$P_b = \frac{\frac{M}{2}}{M-1} P_s = \frac{2^{M-1}}{2^M - 1} P_s$$

pre monogonálne mod. (fázové - MPSK)

$$P_b = \frac{P_s}{\log_2 M} = \frac{P_s}{K}$$

(predpokladáme na mapovanie bitov na symboly používať Grayov kód)

Grayov kód - medzi symboly sa líšia len o 1 bit



PR. Systém s BPSK modulací má 100 bít/s, přenos rychlost

$$R_b = 12612, \text{ PSD AWGN } N_0 = 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{Hz}}$$

a) vypočítejte chybovost systému (BER)

b) kde má odebrání chybovosti $\rightarrow$ (a) - má být m. výkon max $S = 10^{-6} \text{ W}$

$$a) \text{ BER} = \frac{1}{2} = \frac{\text{počet bítů}}{\text{počet přenesených bítů}} = \frac{100}{1000 \cdot 86400} = 1,16 \cdot 10^{-6}$$

počet bítů za 1 den v s

$$b) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = 10^{-3} = \frac{1}{1000}$$

$$E_b = S \cdot T_b = 10^{-6} \cdot 10^{-3} = 10^{-9} \text{ J}$$

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-9}}{10^{-10}}}\right) = Q(\sqrt{20}) = Q(4,47) = 5,05 \cdot 10^{-6}$$

- nebo $Q(4,47) = 5,05 \cdot 10^{-6}$

PR. Ks. systém má menší chybovost P_b

a) ortogonální bít BPSK

$$\frac{E_b}{N_0} = 12 \text{ dB}$$

b) ortogonální modul. BPSK s $\frac{E_b}{N_0} = 15 \text{ dB}$

$$a) P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{10^{1,2}}\right) = Q(3,98) = 36,25 \cdot 10^{-6}$$

$$12 \text{ dB} = 10 \log x$$

$$\frac{12}{10} = \log x$$

$$x = 10^{\left(\frac{12}{10}\right)}$$

$$x = \frac{1,2}{10}$$

$$b) P_b = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{E_b}{2N_0}} = \frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{10^{-1,5}}{2}} = 1,76 \cdot 10^{-6}$$

PR: Kódový systém má minimální P_b :

a) Ide BPSK $\leq \frac{E_b}{N_0} = 9 \text{ dB}$

b) Doh. 8 PSK $\leq \frac{E_b}{N_0} = 13 \text{ dB}$

a)

$$P_s(8) \leq (8-1) Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = 7 Q\left(\sqrt{3 \cdot 10^{9,8}}\right) = 7 Q(4,85) =$$

$$k=3$$

$$= 7 \cdot 7,11 \cdot 10^{-6} = 49,77 \cdot 10^{-6}$$

$$E_s = E_b \cdot k$$

$$P_b = \frac{2^{k-1}}{2^k - 1} P_s = \frac{2^2}{2^3 - 1} \cdot 49,77 \cdot 10^{-6} = 28,45 \cdot 10^{-6}$$

b)

$$P_s = 2 Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right) = 2 \cdot Q\left(\sqrt{6 \cdot 10^{13}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right) =$$

$$E_s = \frac{E_b}{N_0} \cdot 8 = 3 \cdot 10^{13}$$

$$= 2 Q(5,137) = 2 \cdot 1,586 \cdot 10^{-5} = 2,972 \cdot 10^{-5}$$

$$P_b = \frac{P_s}{8} = 9,91 \cdot 10^{-6}$$

$$P_z, M = 16, P_b = 10^{-5}$$

Vypočítat P_s a P_b :

a) páne MPSK mod.

b) páne MFSK mod.

$$a) \frac{P_s}{\log_2 M} = P_b = \frac{10^{-5}}{\log_2 16} = 0,25 \cdot 10^{-5}$$

$$b) P_b = \frac{M}{2} \cdot \frac{P_s}{M-1} = \frac{8}{15} \cdot 10^{-5} = 0,53 \cdot 10^{-5}$$

PE: Systém používá 8FSK, každý signál má svou vlastní frekvenci

$$s_i(t) = A \cos 2\pi f_i t, \quad i = 1, \dots, 8, \quad 0 \leq t \leq T_s$$

$$T_s = 0,2 \text{ ms}, \quad \text{Průměrná amplituda nosné} \quad A = 1 \text{ mV}$$

$$\frac{N_0}{2} = 10^{-11} \frac{\text{W}}{\text{Hz}}, \quad P_b = ?$$

$$A = \sqrt{2} \cdot A_{ef} = \sqrt{2P_x} = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}$$

$$P_x = A_{ef}^2 = \frac{A^2}{2} \Rightarrow A_{ef} = \sqrt{P_x}$$

$$E_s = P_x \cdot T_s \Rightarrow P_x = \frac{E_s}{T_s}$$

$$A = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}$$

$$E_s = \frac{A^2 T_s}{2}$$

$$P_s(B) = 7 Q \left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right) = 7 Q \left(\sqrt{\frac{A^2 T_s}{2N_0}} \right) = 7 Q \left(\sqrt{\frac{(10^{-3})^2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-11}}} \right) =$$

$$= 7 \cdot Q(2,24) = 7 \cdot 0,0125 = 0,0875$$

$$P_b = \frac{4}{7} \cdot 0,0875 = 0,05$$