KMITY A VLNY

1. Amplitúda lineárneho harmonického oscilátora je $y_{max} = 12$ cm a jeho frekvencia $f = 15$ Hz. Aká veľká je jeho výchylka v čase
a) $t_1 = 0{,}01$ s,
b) $t_2 = 0.02$ s,
c) $t_3 = 0.03$ s,
keď v čase $t = 0$ bola nulová.
[$y_1 = 9{,}7$ cm ; $y_2 = 11{,}41$ cm ; $y_3 = 3{,}7$ cm]

2. Aké frekvencie majú harmonické oscilátory s amplitúdou $y_0 = 10$ cm, pri ktorých sa za čas $t =$ 0,001 s po prechode rovnovážnou polohou dosiahnu výchylky:
a) $y_1 = 2$ cm,
b) $y_2 = 5$ cm,
c) $y_3 = 9$ cm.
[$f_1 = 32{,}04$ Hz ; $f_2 = 83{,}33$ Hz ; $f_3 = 178{,}22$ Hz]

3. Za aký veľký časový interval po prechode rovnovážnou polohou dosiahne harmonický oscilátor s amplitúdou $y_0 = 2$ cm a frekvenciou 50 Hz výchylky:
a) $y_1 = 1$ mm,
b) $y_2 = 5$ mm,
c) $y_3 = 1{,}5$ mm.
[$t_1 = 159$ μs ; $t_2 = 804{,}3\mu$s ; $t_3 = 2{,}7$ ms]

4. Výchylka harmonického oscilátora dosiahne za 1/20 s (po prechode rovnovážnou polohou) 1/4 maximálnej výchylky. Aká je frekvencia f a uhlová frekvencia ω ?
[$f = 0{,}8043$ Hz ; $\omega = 5{,}05$ s^{-1}]

5. Harmonicky kmitajúci bod je za 0,2 s po prechode rovnovážnou polohou vzdialený 4,5 cm od tejto polohy. Aká veľká je frekvencia f a doba kmitu T, keď amplitúda $y_0 = 6$ cm? Za aký časový interval Δtpo prechode rovnovážnou polohou sa dosiahne výchylka hodnotu $y = 4{,}5$ cm po druhý raz?
[$f = 0{,}6749$ Hz ; $T = 1{,}482$ s ; $\Delta t = 0{,}541$ s]

6. Výchylka y_1 harmonického oscilátora s periódou $T = 15$ s a amplitúdou $y_0 = 10$ cm sa zdvojnásobnila za 1 s. Aká veľká je táto výchylka?
[$y_1 = 3{,}506$ cm]

7. Koľko času uplynie kým výchylka harmonického oscilátora s frekvenciou $f = 54$ Hz a amplitúdou $y_0 = 8$ cm sa zväčší z y_1= 3 cm na $y_2 = 7$cm?
[$\Delta t = 2{,}007$ ms]

8. Výchylka harmonického oscilátora s amplitúdou $A = 6$ cm dosiahne v prvej polperióde v časovom rozpätí $\Delta t = 0{,}001$ s dva razy za sebou tú istú hodnotu $y = 3$ cm. Akú má oscilátor frekvenciu f ?
[$f = 333{,}33$ Hz]

9. Dva harmonické oscilátory s rovnakou amplitúdou A a s frekvenciou $f_1 = 50$ Hz a $f_2 = 60$ Hz začnú z rovnovážnej polohy kmitať súčasne. Za aký časový interval Δt budú výchylky po prvý raz rovnako veľké?
[$\Delta t = 1/220$ s]

10. Napíšte rovnicu pre výchylku harmonického oscilátora s amplitúdou y_0= 5 cm ak počas časového intervalu 1 min sa uskutoční 150 kmitov a začiatočná fáza je $\phi = 45°$.
[$y = 5\sin(5\pi t + \pi/4)$ cm]

11. Silová konštanta pružiny je $k = 24{,}525$ N/m. Akú hmotnosť musí mať teleso zavesené na pružine, aby účinkom tiaže kmitalo s frekvenciou $f = 25$ kmitov za minútu?
[$m = 3{,}6$ kg]

12. Silová konštanta pružiny je $k = 29{,}43$ N/m. Aká je hmotnosť zaveseného telesa, ktoré kmitá s amplitúdou $A = 5$ cm a cez rovnovážnu polohu prechádza rýchlosťou $v = 80$ cm/s?
[m 0,115 kg]

13. Keď zväčšíme hmotnosť telesa visiaceho na pružine o hmotnosť $\Delta m = 60$ g, doba kmitu sa zdvojnásobní. Aká bola pôvodná hmotnosť telesa m_0 ?
[$m_0 = 20$ g]

14. Karoséria nákladného auta s hmotnosťou $m_0 = 800$ kg poklesne po naložení bremena o hmotnosti $m_1 = 1{,}8.10^3$ kg o $s = 6$ cm.

a) Aká z toho vyplýva doba kmitu karosérie auta T?

b) Akú dobu kmitu T_0 má prázdna karoséria?

c) Aké bremeno treba naložiť, aby sa doba kmitu voči prípadu b) zdvojnásobnila?

[$T = 0{,}5906$ s ; $T_0 = 0{,}33$ s ; $m_2 = 2400$ kg]

15. Celková energia telesa konajúceho harmonický pohyb je $E = 3.10^{-5}$ J. Maximálna sila pôsobiaca na teleso $F_{max} = 1{,}5.10^{-3}$ N. Napíšte rovnicu pre výchylku x tohto telesa, ak perióda jeho kmitov je $T = 2$ s a začiatočná fáza $\phi = 60°$.

[$x = 0{,}04 \sin \pi t + \pi/3$ m]

16. Pri natiahnutí pružiny o $s = 8$ cm sa vykoná práca $W = 1{,}96.10^{-3}$ J. Akú periódu T budú mať kmity, keď na pružinu zavesíme teleso o hmotnosti $m = 50$ g?

[$T = 1{,}794$ s]

17. Teleso o hmotnosti m zavesené na pružine koná za minútu 42 kmitov. Aké predĺženie pružiny Δl spôsobí toto teleso v rovnovážnej polohe?

[$\Delta l = 0{,}507$ m]

18. Hmotný bod s hmotnosťou $m = 10$ g koná harmonický pohyb podľa vzťahu $x = 5 \sin(\pi t + \pi/4)$ cm. Nájdite maximálnu silu, ktorá pôsobí na bod a celkovú energiu kmitajúceho bodu.

[$F_{max} = 19{,}7.10^{-5}$ N ; $E = 4{,}93.10^{-6}$ J]

19. Určte podiel kinetickej a potenciálnej energie hmotného bodu konajúceho harmonický pohyb v týchto časových okamihoch:

a) $t_1 = T/12$ s,

b) $t_2 = T/8$ s,

c) $t_3 = T/6$ s.

[3 ; 1 ; 1/3]

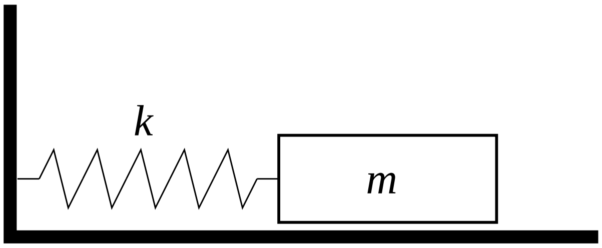
20. Teleso s hmotnosťou $m = 0{,}5$ kg je pripevnené na pružinu, ktorej silová konštanta $k = 0{,}8$ N/m (pozri obrázok). Teleso vykonáva harmonický pohyb s amplitúdou $A = 10$ cm. Vypočítajte:

a) maximálnu hodnotu rýchlosti a zrýchlenia,

b) rýchlosť a zrýchlenie, keď teleso je od rovnovážnej polohy vzdialené $x_1 = 5$ cm,

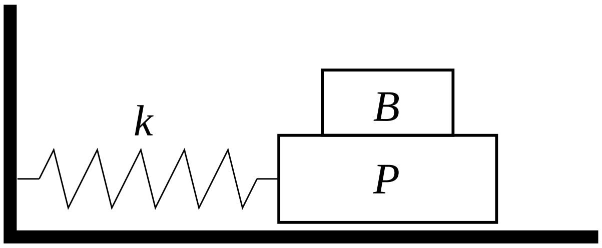
c) čas, za ktorý prejde teleso z rovnovážnej polohy do polohy kedy $x = 5$ cm.

[a) $v_{max} = 0{,}4$ m/s ; $a_{max} = 1{,}6$ m/s^2 ; b) $v_1 = 0{,}2$ m/s ; $a_1 = 7$ m/s^2 ; c) $t = 0{,}13$ s]



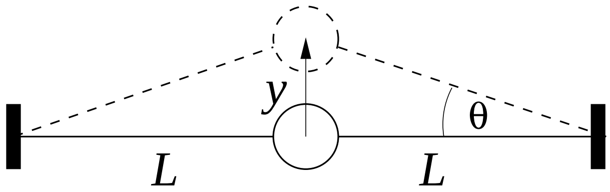
21. Veľký blok P vykonáva harmonický pohyb kĺžúc sa bez trenia po vodorovnej ploche s frekvenciou $f = 1{,}5$ Hz. Blok B leží na bloku P (pozri obrázok). Koeficient statického trenia medzi blokmi P a B je $\mu = 0{,}6$. Aká maximálna amplitúda kmitov bloku P je prípustná, aby sa blok B nezačal voči bloku P kĺzať?

[$A = 6{,}62$ cm]



22. Teleso o hmotnosti m je pripojené na dve gumené lanká dĺžky L , pričom každé je napínané silou T (pozri obrázok), Teleso vychýlime vertikálne o malú vzdialenosť y. Za predpokladu, že napätia sa nemenia a zanedbáme tiažovú silu ukážte, že systém vykonáva harmonické kmity a vypočítajte uhlovú frekvenciu ω.

[$\omega = \sqrt{\frac{2T}{mL}}$]



23. Kyvadlo vykoná 20 kmitov. Počas posledných 10 kmitov klesne amplitúda z $y_{01} = 8$ cm na $y_{02} = 3$ cm. Aká bola začiatočná amplitúda y_0?

[$y_0 = 21{,}3$ cm]

24. Amplitúdy prvého a tretieho kmitu jazýčka analytických váh ukazujú 10,5 resp. 9,9 dielikov na stupnici váh. Aká veľká je amplitúda ôsmeho kmitu ?.

[8,545 dielikov]

25. Nájdite amplitúdu a začiatočnú fázu harmonického kmitania, ktoré vzniklo zložením dvoch rovnobežných harmonických kmitov, ktorých výchylky sú: $x_1 = 4\sin\pi t$ [cm] a $x_2 = 3\sin(\pi t + \pi/2)$ [cm]. Napíšte rovnicu pre výchylku výsledných kmitov.

[$x = 5\sin(\pi t + 0.2\pi)$ cm]

26. Napíšte rovnicu výchylky výsledného kmitavého pohybu, ktorý vznikne skladaním dvoch navzájom kolmých harmonických kmitavých pohybov s frekvenciou $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 5$ Hz, rovnakou počiatočnou fázou $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi = 60°$ a s amplitúdami $A_1 = 0{,}1$ m, $A_2 = 0{,}05$ m.

[Trajektória výsledného pohybu je úsečka: $y = 0{,}5x$, výchylka z rovnovážnej polohy $r = \sqrt{x^2 + y^2} = 0{,}1118\sin(10\pi t + \pi/3)$]

27. Hmotný bod vykonáva kmitavý pohyb, ktorý je superpozíciou dvoch harmonických pohybov s rovnakými periódami a s rovnakými počiatočnými fázami. Ich amplitúdy sú: $A_1 = 3$ cm , $A_2 = 4$ cm. Nájdite amplitúdu výsledného pohybu ak skladajúce kmity sú

a) vzájomne rovnobežné,

b) na seba kolmé.

[a) $A = 7$ cm ; b) $A = 5$ cm]

28. Amplitúda kmitov tlmeného harmonického oscilátora poklesla po desiatich kmitoch na polovicu pôvodnej. Po koľkých kmitoch poklesne jeho celková energia na jednu štvrtinu pôvodnej hodnoty?

[Po 10-tich kmitoch]

29. Aká je amplitúda, perióda, fázová rýchlosť a vlnová dĺžka vlny, ktorá je vyjadrená rovnicou $y = 0.3\sin 2\pi(4t + x)$, kde y je výchylka v metroch, t čas v sekundách a x je súradnica v metroch.

[$y_0 = 0{,}3$ m ; $T = 0{,}25$ s ; $v = 4$ m/s ; $\lambda = 1$ m]

30. Akú frekvenciu má rovinná harmonická vlna, ktorá potrebuje 12 s na prekonanie dráhy rovnej 7,5 - násobku vlnovej dĺžky ?

[0,625 Hz]

31. Koľko vlnových dĺžok predstavuje dráha, ktorú prebehne vlna za časový interval 25 s, keď rýchlosť šírenia vlny $c = 40$ cm/s a vlnová dĺžka $\lambda = 10$ cm ?

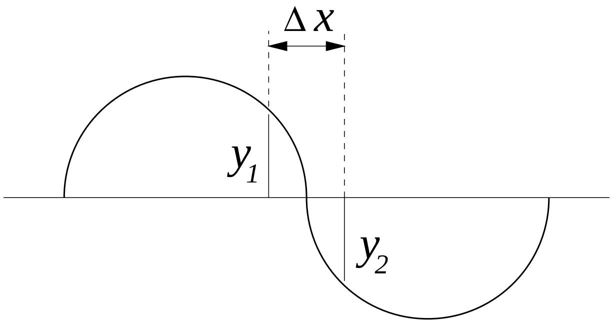
[100]

32. Aká je vlnová dĺžka λ harmonickej vlny, keď rovnaké, za sebou vo vzdialenosti Δx nasledujúce výchylky majú veľkosť rovnú 1/3 amplitúdy? Fázová rýchlosť vlnenia je $c = 340$ m/s.

[$\lambda = 62{,}86$ m]

33. Rovinná vlna má amplitúdu $y_0 = 20$ cm, rýchlosť $v = 40$ cm/s a frekvenciu $f = 10$ Hz. Vo vzdialenosti $x = 12$ cm od východiskového bodu ($x = 0$) má výchylku $y = 15$ cm. Aký čas t_1 potrebuje vlna na prebehnutie tejto dráhy ?

[$t_1 = 0{,}3135$ s]



34. Vlnenie o frekvencii $f = 500$ Hz a amplitúde $A = 0{,}25$ mm sa šíri vo vzduchu. Jeho vlnová dĺžka je $\lambda = 70$ cm. Určte

a) rýchlosť šírenia sa vlnenia v ,

b) maximálnu rýchlosť pohybu vzduchu v_v.

[$v = 350$ m/s ; $v_v = 0{,}7854$ m/s]

35. Keď skrátime strunu o $\Delta l = 10$ cm, zvýši sa jej základná frekvencia 1,5-krát. Vypočítajte pôvodnú dĺžku struny, keď v oboch prípadoch je sila napínajúca strunu rovnaká.

[$l = 0{,}03$ m]

36. Akou silou F musí byť napnutá oceľová struna (hustota $\rho = 7{,}8$ g/cm^3, dĺžka $l = 1{,}5$ m a prierez $S = 1$ mm^2, aby zaznel tón s frekvenciou $f = 440$ Hz ?

[$F = 13\ 590{,}7$ N]

37. Píšťala lokomotívy vydáva tón o frekvencii $f_0 = 400$ Hz. Keď sa lokomotíva blíži k skalnej stene s tunelom, strojvodca zapne píšťalu. S akou frekvenciou počuje strojvodca signál odrazený od skalnej steny, keď rýchlosť lokomotívy v_L= 50 km/h a rýchlosť zvuku $v = 340$ m/s?

[$f = 434{,}07$ Hz]

38. V spektre hviezdy sa zistila čiara sodíka D_1 s vlnovou dĺžkou $\lambda = 592$ nm. Akou rýchlosťou v sa hviezda vzďaľuje od Zeme, keď pozemské meranie dáva hodnotu $\lambda = 589{,}6$ nm? (Predpokladajte, že možno použiť nerelativistický vzťah pre Dopplerov efekt, teda že $v \ll$ rýchlosť svetla.)

[$v = 1221{,}1$ km/s]