HYDROMECHANIKA

1. Aký tvar má povrch vody vo valcovej odstredivke, ktorá sa otáča okolo zvislej osi s konštantnou uhlovou rýchlosťou ω ?

[rotačný paraboloid: $y = \omega^2 x^2/2g$]

2. Dve otvorené ramená A a B spojených nádob sú naplnené nemiešajúcimi sa kvapalinami s hustotami $\rho_1 = 0{,}9.10^3$ kg.m^{-3} a $\rho_2 = 10^3$ kg.m^{-3} Aká je vzdialenosť hladín v jednotlivých ramenách od spoločného rozhrania, keď rozdiel výšok hladín v jednotlivých ramenách je $\Delta h = 10$ cm ?

[$h_A = \Delta h \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_1} = 1$ m, $h_B = \Delta h \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} = 0{,}9$ m]

3. Vo valcovitej nádobe polomeru r je kvapalina hustoty ρ. Nádoba sa otáča okolo svojej geometrickej osi stálou uhlovou rýchlosťou ω. V dôsledku toho sa povrch kvapaliny ustáli v tvare rotačného paraboloidu.. Nájdite tlak v kvapaline v hĺbke h (meranej od povrchu kvapaliny v strede nádoby) a vo vzdialenosti x od osi otáčania, keď na povrch kvapaliny pôsobí barometrický tlak b !

[$p = b + \frac{1}{2}\rho\omega^2 x^2 + \rho g h$]

4. Plocha piesta spojeného s pedálom hydraulickej nožnej brzdy je $S_1 = 5$ cm^2. Brzdový valec má plochu $S_2 = 75$ cm^2. Akou silou musíme tlačiť nohou na pedál, aby brzda vyvinula silu 1 500 N ? O akú vzdialenosť s_2 sa posunie piest v brzdovom valci, ak piest spojený s pedálom sa posunie o $s_1 = 8$cm ?

[$F_1 = F_2 \frac{S_1}{S_2} = 100$ N; $s_2 = s_1 \frac{S_1}{S_2} = 5{,}33.10^{-3}$ m]

5. V nádobe tvaru hranola je v bočnej stene kruhový otvor s polomerom $r = 20$ cm uzavretý zátkou. Aká je celková sila, ktorá pôsobí na zátku, keď stred kruhového otvoru je vo výške $h_1 = 50$ cm nad dnom ? Nádoba je naplnená vodou do výšky $h = 1$ m.

[$F = \pi r^2 (h - h_1)\rho g = 616$ N]

6. Aká sila F je potrebná na zdvihnutie rovinnej hate , ktorá je pod tlakom vody, ak hmotnosť hate $m = 250$ kg, šírka hate $b = 3$ m a hĺbka vody $h = 1{,}5$ m a keď koeficient trenia hate o opory $\mu = 0{,}3$?

[$F = G + \frac{1}{2}\mu b h^2 \rho g = 12390$ N]

7. Akou veľkou silou zdvihneme vo vode kameň, ktorý má na vzduchu tiaž $G_1 = 147{,}2$ N, keď hustota kameňa $\rho = 3$ g.cm^{-3} ? Hustota vody je $\rho_v = 1$ g.cm^{-3}.

[$F = G(1 - \frac{\rho_v}{\rho}) = 98{,}1$ N]

8. Zliatina dvoch kovov s hustotami ρ_1 a ρ_2 má vo vzduchu tiaž P_1 a vo vode tiaž P_2. Vypočítajte hmotnosť každého kovu v zliatine ! Hustota vody je ρ .

[$m_1 = \rho_1 \frac{\rho_2(P_1 - P_2) - \rho P_1}{\rho(\rho_2 - \rho_1)g}$; $m_2 = \rho_2 \frac{\rho_1(P_2 - P_1) + \rho P_1}{\rho(\rho_2 - \rho_1)g}$]

9. Teleso malých rozmerov, zhotovené z materiálu s hustotou ρ padá z výšky h do kvapaliny s hustotou ρ_1 ($\rho < \rho_1$). Vypočítajte hĺbku L ponoru telesa a čas, za ktorý sa teleso z tejto hĺbky opäť dostane na povrch kvapaliny.

[$L = h \frac{\rho}{\rho_1 - \rho}$; $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \frac{\rho}{\rho_1 - \rho}$]

10. Drevený valec je ponorený vo vode do 2/3 svojej výšky. Akú prácu treba vykonať na vytiahnutie valca z vody ? Polomer podstavy valca je $r = 10$ cm, výška $h = 60$cm.

[$A = \frac{2}{9}\pi r^2 \rho g h^2 = 24{,}64$ J]

11. Valec s hmotnosťou $m = 0{,}2$ kg s priemerom $d = 1$ cm pláva zvislo v kvapaline. Ak ho ponoríme do kvapaliny a potom pustíme, začne konať harmonické kmity, ktoré považujeme za netlmené, s periodou $T = 3{,}4$ s. Vypočítajte hustotu kvapaliny ρ !

[$\rho = \frac{16\pi m}{d^2 T^2 g} = 886{,}5$ kgm^{-3}]

12. Voda v nádobe má hladinu vo výške $h = 30$ cm. V akej výške y_1 nad dnom treba urobiť otvor v stene nádoby, aby voda striekala čo najďalej na vodorovnú rovinu, na ktorej je nádoba položená ?

[$y_1 = h/2 = 15$ cm]

13. Nádoba valcovitého tvaru má v stene dva otvory umiestnené nad sebou vo výškach h_1 a h_2 od dna . V akej výške má byť hladina kvapaliny nad dnom nádoby, aby kvapalina striekala z obidvoch otvorov do rovnakej vzdialenosti na vodorovnú rovinu, na ktorej je nádoba položená ?

[$h = h_1 + h_2$]

14. Cez pevnú kladku je preložené lanko. Na jednom jeho konci visí 1 kg olova, na druhom 1 kg železa. Na vzduchu sú obidve telesá v rovnováhe. Keď ich ponoríme do petroleja s hustotou $\rho = 0{,}88$ g.cm^{-3}, rovnováha sa poruší. Na ktorú stranu a aké veľké závažie (ktoré nebude ponorené do petroleja) musíme pridať na obnovenie rovnováhy ? Hustota olova $\rho_1 = 11{,}35$ g.cm^{-3}, hustota železa $\rho_2 = 7{,}87$ g.cm^{-3}.

[$m = \rho(\frac{m_2}{\rho_2} - \frac{m_1}{\rho_1}) = 34.10^{-3}$ kg]

15. Vodorovnou trubicou nerovnakého prierezu preteká voda. Treba určiť, aké množstvo vody Q preteká každým prierezom trubice za 1 s, keď v miestach s prierezom $S_1 = 10$ cm^2 a prierezom $S_2 = 20$ cm^2 umiestnené manometrické trubice ukazujú rozdiel vodných hladín $\Delta h = 20$ cm .

[$Q = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_2^2 - S_1^2}} = 2{,}29.10^{-3}$ m^{3}s^{-1}]

16. Výtoková trubica zvisle striekajúcej fontány má tvar zrezaného kužeľa. Priemer horného otvoru je d, spodného D a výška trubice je h. O koľko musí byť väčší tlak (na úrovni spodného prierezu) voči atmosferickému, aby voda striekala do výšky H ?

[$\Delta p = \rho g\{h + H[1 - (\frac{d}{D})^4]\}$]

17. Na dne valcovitej nádoby je kruhový otvor s priemerom $d = 1$ cm. Priemer nádoby je $D = 0{,}5$ m. Nájdite závislosť rýchlosti v, ktorou klesá hladina vody v nádobe , od výšky h hladiny nad dnom. Vypočítajte číselnú hodnotu tejto rýchlosti pre $h = 0{,}2$ m. Vodu považujte za ideálnu kvapalinu.

[$v = d^2 \sqrt{\frac{2gh}{D^4 - d^4}} = 7{,}92.10^{-4}$ ms^{-1}]

18. Bazén s hĺbkou $h = 1$ m je po okraj naplnený vodou.

a) Vypočítajte, za aký čas vytečie voda otvorom na dne bazénu, ak plošný obsah otvoru S_2 je 400-krát menší než plocha bazéna S_1.

b) Porovnajte tento čas s časom, ktorý by bol potrebný na vytečenie rovnakého množstva vody, ak by sa dopúšťaním vody udržiavala hladina stále vo výške $h = 1$ m nad otvorom.

[$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}[(\frac{S_1}{S_2})^2 - 1]} = 180{,}6$ s ; $t_2 = \sqrt{\frac{h}{2g}}\frac{S_1}{S_2} = 90{,}3$ s]

19. Injekčná striekačka má plošný obsah piesta $S_1 = 1{,}2$ cm^2 a jej otvor má prierez $S_2 = 1$ mm^2. Ako dlho bude vytekať voda zo striekačky uloženej vo vodorovnej rovine, ak na piest bude pôsobiť sila $F = 4{,}9$ N a ak sa piest posunie celkom o dĺžku $L = 4$ cm ? (Vnútorné trenie zanedbajte !)

[$t = \frac{L}{S_2}\sqrt{\frac{\rho S_1(S_1^2 - S_2^2)}{2F}} = 0{,}53$ s]