# DYNAMIKA HMOTNÉHO BODU

**1.** Ťahač hmotnosti $m$=2.10$^3$ kg sa s pripojenou vlečkou hmotnosti $m_1$=5.10$^3$kg pohybuje zrýchlením $a_1$=0,9 m.s$^{-2}$. Ak ťahač bude pôsobiť na cestu tou istou silou, akým zrýchlením $a_2$ sa bude pohybovať, keď vlečka bude mať hmotnosť $m_2$ = 15.10$^3$ kg?

[ $a_2$ =0,37 m.s$^{-2}$ ]

**2.** Elektrón hmotnosti $m$ =9,1.10$^{-31}$ kg má počiatočnú rýchlosť $v_0$ =3.10$^5$ m/s. Pohybuje sa po priamke a na vzdialenosti $l_1$=0,05 m vzrastie jeho rýchlosť na $v_1$=7.10$^5$ m/s. Predpokladajte, že zrýchlenie elektrónu je konštantné. Určte silu pôsobiacu na elektrón a porovnajte túto silu s tiažou elektrónu.

[ $F = m\frac{v_1^2-v_0^2}{2l_1}$ =3,64.10$^{-18}$ N; $F/G$ =4,07.10$^{11}$ ]

**3.** Horizontálna sila F=A+B.$t^3$ pôsobí na teleso hmotnosti $m$=3,5 kg, pričom A=8,6 N , B=2,5 N.s$^{-3}$. Aká je horizontálna rýchlosť telesa v čase $t_1$=3 s od okamihu, keď sa teleso začalo pohybovať z pokoja?

[ $v_1 = (At_1 + Bt_1^4/4)$/m=21,84 m/s ]

**4.** Teleso hmotnosti m=3 kg sa z pokoja začne kĺzať po naklonenej rovine, ktorá má uhol sklonu $\alpha$=30$^o$. Za čas $t$=1,5 s prejde dráhu $l$=2 m. Určte:

a) veľkosť zrýchlenia telesa ,
b) koeficient kinetického trenia medzi telesom a naklonenou rovinou,
c) silu trenia, pôsobiacu na teleso,
d) rýchlosť telesa po prejdení uvažovanej dráhy $l$=2 m!

[ a) 1,78 m.s$^{-2}$; b) 0,368; c) 9,37 N; d) 2,67 m/s ]

**5.** Ako súčasť laboratórneho cvičenia študent chce zmerať koeficienty trenia medzi kovovým telesom a drevenou doskou. Doska má dĺžku $l$ a teleso je položené na jej jednom konci. Potom študent dvíha tento koniec a teleso sa začne kĺzať, keď teleso je vo výške $h$ vzhľadom na koniec dosky. Pri tomto uhle sklonu skĺzne teleso na dolný okraj dosky za čas $t$. Určte:

a) koeficient statického trenia medzi telesom a doskou,
b) zrýchlenie telesa,
c) koeficient kinetického trenia medzi telesom a doskou!

[ a) $\mu_S = h/(l^2-h^2)^{1/2}$ ; b)$a = 2l.t^{-2}$; c) $\mu_K = \frac{h-2l^2/g.t^2}{(l^2-h^2)^{1/2}}$ ]

**6.** Tarzan hmotnosti $m$=85 kg sa pokúša prekonať rieku prehúpnutím sa pomocou liany, visiacej zo stromu, nakloneného nad riekou. Liana má dĺžku $l$=10 m. Rýchlosť Tarzana v najnižšej polohe prehúpnutia je $v$=8 m/s. Tarzan nevie, že liana sa pretrhne pri napínaní silou $F$=1000 N. Dostane sa Tarzan bezpečne na druhú stranu rieky?

[ Nie; $F$=1378 N ]

**7.** Detský kolotoč, rovnomerne sa otáčajúci, spraví jednu otáčku za 12 s. Ak dieťa hmotnosti $m$=45 kg sedí na vodorovnej plošine kolotoča vo vzdialenosti $R$=3 m od stredu, určte:

a) zrýchlenie dieťaťa,
b) horizontálnu silu trenia, pôsobiacu na dieťa,
c) aká je minimálna hodnota koeficienta statického trenia, aby sa dieťa po plošine nezačalo šmýkať.

[ a) 0,822 m/s$^2$; b) 37 N; c) 0,0838 ]

**8.** Osoba stojí vo výťahu na spružinovej váhe. Maximálna a minimálna hodnota nameraná váhou sú $F_{max}$=591 N, a $F_{min}$=391 N. Predpokladajte, že veľkosť zrýchlenia je taká istá počas rozbiehania sa i počas zastavovania sa výťahu. Určte:

a) tiaž osoby,
b) hmotnosť osoby,
c) zrýchlenie výťahu!

[ a) 491 N; b) 50,1 kg; c) 2 m/s$^2$ ]

**9.** Predpokladajte, že odporová sila, pôsobiaca na rýchlokorčuliara, je $F = -k.m.v^2$, kde $k$ je konštanta, $m$ hmotnosť, a $v$ rýchlosť korčuliara. Pri prechode cieľom má rýchlokorčuliar rýchlosť $v_1$ a potom sa pohybuje už len zotrvačnosťou. Určte jeho rýchlosť $v$ ako funkciu času, uplynulého od prejdenia cieľom!

[ $v(t) = v_1/(1 + k.t.v_1)$ ]

**10.** Automobil hmotnosti $m$=1800 kg prechádza cez vyvýšeninu cesty (kopček) ktorá má tvar časti oblúka kružnice polomeru $R$=42 m. Akou silou pôsobí cesta na automobil, keď tento prechádza najvyššou časťou vyvýšeniny rýchlosťou $v$=16 m/s? Aká je maximálna hodnota rýchlosti, pri ktorej automobil nestratí kontakt s cestou?

[ 6,68 kN; 20,3 m/s ]

**11.** Automobil hmotnosti $m$=1450 kg sa pohybuje zrýchlením $a$=1 m.s$^{-2}$ nahor po naklonenej rovine zvierajúcej s vodorovnou rovinou uhol $\alpha=10^o$. Veľkosť odporovej sily (v dôsledku trenia a odporu vzduchu) vyjadrenej v newtonoch je $F = 218 + 0{,}7\ v^2$, kde $v$ je okamžitá rýchlosť automobilu vyjadrená v metroch. Aký musí byť výkon motora $P$, keď rýchlosť automobilu je práve $v$=27 m/s ?

[ 125,5 kW ]

**12.** Sila (vyjadrená v newtonoch) $\mathbf{F} = 4x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j}$ pôsobí na časticu, ktorá sa pohybuje v smere osi $x$ od počiatku do $x_1$=5 m. Určte prácu vykonanú silou, pôsobiacou na časticu!

[ 50 J ]

**13.** Lukostrelec napol tetivu luku tak, že sa šíp posunul o $l_1$=0,4 m, pričom sila, priamo úmerná posunutiu šípu, vzrástla od nuly do $F_1$=230 N. Akú prácu vykonal lukostrelec?

[ 46 J ]

**14.** Opravár roztlačil automobil hmotnosti $m$=2500 kg z pokoja na rýchlosť $v_1$, pričom vykonal prácu $W$=5000 J. Automobil sa pritom posunul o $l_1$=25 m. Zanedbajte trenie medzi automobilom a cestou. Ako veľká je konečná rýchlosť automobilu $v_1$? Ako veľká je konštantná horizontálna sila, ktorou opravár roztláčal automobil?

[ 2 m/s; 200 N ]

**15.** Sane hmotnosti m sú na zamrznutom jazere postrčené tak, že získajú rýchlosť $v_1$=2 m/s. Koeficient kinetického trenia medzi saňami a ľadom je $\mu_K$=0,1. Použitím zákona zachovania energie určte vzdialenosť, ktorú prejdú sane až do zastavenia.

[ 2,04 m ]

**16.** Automobil hmotnosti $m$=1500 kg sa po rovine pohybuje konštantným zrýchlením z pokoja do získania rýchlosti $v_2$=10 m/s v čase $t_2$=3 s. Určte:

a) prácu vykonanú automobilom,
b) priemerný výkon automobilu za tento čas,
c) okamžitý výkon v čase $t_1$=2 s !

[ a) 75 kJ; b) 25 kW, c) 33,3 kW ]

**17.** Teleso hmotnosti $m$=4 kg sa pohybuje pozdĺž osi $x$. Jeho poloha sa mení od času podľa vzťahu $x = t + 2t^3$, kde $x$ je vyjadrené v metroch a $t$ v sekundách. Určte :

a) kinetickú energiu v čase $t$,
b) zrýchlenie telesa a silu pôsobiacu na teleso v čase $t$,
c) výkon dodaný telesu v čase $t$,
d) prácu vykonanú v časovom rozpätí 0 až 2 s.

[ a) $(2{+}24t^2{+}72t^4)$ J; b) $a = 12t$ m/s$^2$; $F = 48t$ N; c) $(48t{+}288t^3)$ W; d) 1,25 kJ ]

**18.** Korčuliar hmotnosti $m$=75 kg, pohybujúci sa rýchlosťou $v_1$=10 m/s narazí do nepohybujúceho sa korčuliara rovnakej hmotnosti. Po náraze sa obidvaja korčuliari pohybujú rýchlosťou $v_2$=5 m/s. Priemerný korčuliar môže bez zlomenia sa kostí zniesť silu $F$=4,5 kN. Ak náraz trval $t$=0,1 s, zlomila sa kosť korčuliara?

[ Nie; $F$=3,75 kN ]

**19.** Strela hmotnosti $m$=0,02 kg je vystrelená horizontálne do dreveného bloku hmotnosti $M$=1 kg ležiaceho na horizontálnej podložke ($\mu_K$=0,25). Strela prenikne cez blok a opúšťa ho rýchlosťou $v_1$=250 m/s. Ak sa blok posunie o $l$=5 m , aká bola počiatočná rýchlosť strely $v_0$?

[ $v_1 = v_0 + (2\mu_K gl)^{1/2}\frac{M}{m} = 497{,}6$ m/s ]

**20.** Raketa spotrebuje za jednu sekundu $m$=80 kg paliva. Ak je výtoková rýchlosť $v$=2,5.10$^3$ m/s, vypočítajte silu $F$, pôsobiacu na raketu!

[ 200 kN ]

**21.** Kladivo buchara hmotnosti $M$ padá z výšky h na masívnu kovovú platňu. Deformácia kovu prebehne za čas $\Delta t$. Keď predpokladáme, že kladivo padá voľným pádom ($g$=9,81 m/s$^2$), určte, aká bude hodnota priemernej sily $F_p$, ktorá pôsobí na platňu! ($M$=2000 kg, $h$=1 m, $\Delta t$=0,01 s)

[ $F_p$=905,5 kN ]

**22.** Na strope výťahovej kabíny hmotnosti $M$ je zavesené závažie hmotnosti $M_1$. Sila $F$ spôsobuje, že výťah sa pohybuje nahor rovnomerne zrýchlene. Závažie $M_1$ sa nachádza vo výške $s$ od dna kabíny.

a) vypočítajte zrýchlenie výťahu,
b) akou ťahovou silou je namáhané lano, na ktorom visí závažie,
c) lano na ktorom visí závažie $M_1$ sa počas pohybu odtrhne. Aké bude zrýchlenie výťahu a závažia teraz?

d) za aký čas dopadne závažie na dno kabíny?
[ a)$a_1 = F/(M_1 + M) - g$; b) $T = M_1.F/(M_1 + M)$; c) $a'_1 = F/M - g$; $a_2 = g$; d) $t = (2sM/F)^{1/2}$ ]

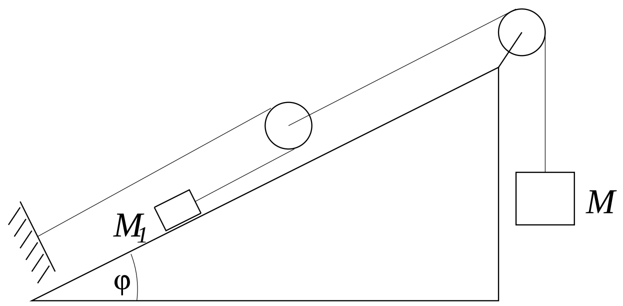
**23.** Gulôčka hmotnosti $m$, ktorá získala počiatočnú rýchlosť $v_0$ sa pohybuje v prostredí, ktorého odporová sila $F$ proti pohybu rastie lineárne s rýchlosťou hmotného bodu, t.j. $F = -k.v$. Akú dráhu až do zastavenia gulôčka urazí, keď okrem odporu prostredia nepôsobí na ňu žiadna iná sila?
[ $s = mv_0/k$ ]

**24.** Mechanizmus podľa obrázku sa pohybuje pod vplyvom tiaže závažia, ktorého hmotnosť je $m$. Vypočítajte, za aký čas klesne závažie na podlahu druhého telesa hmotnosti $M$, keď sa pôvodne nachádzalo vo výške $h$! (Trenie zanedbajte!)
[ $t = \sqrt{\frac{h(M+5m)}{2mg}}$ ]

**25.** Matematické kyvadlo dĺžky $l$ s hmotnosťou hmotného bodu $m$ vychýlime zo svojej rovnovážnej polohy tak, že mu udelíme impulz $I$ vo vodorovnom smere.
a) Aký bude maximálny uhol $\phi$ výchylky závesu?
b) Aké bude $\phi_{max}$, ak I je veľmi malé?
[ a) $\cos\phi = 1 - \frac{I^2}{2m^2lg}$; b) $\phi_{max} = I/(m\sqrt{gl})$ ]

**26.** Teleso hmotnosti $m$=10 kg sa pohybuje účinkom sily $F = A(B - t)$, kde $A$ a $B$ sú konštanty: $A$= 98,1 N/s ; $B$ = 1 s. Za aký čas sa teleso zastaví, ak v čase $t_0$=0 malo rýchlosť $v_0$=0,2 m/s? Akú dráhu prejde teleso do zastavenia?
[ $t$ = 2,02 s ; $l$ = 6,94 m ]

**27.** V zariadení podľa obr. sa teleso hmotnosti $M_1$ = 0,4 kg bez trenia kĺže po naklonenej rovine s uhlom $\phi = 30^o$. Vypočítajte zrýchlenie telesa hmotnosti $M$ =0,2 kg a napínaciu silu lana medzi pevnou kladkou a telesom s hmotnosťou $M$!
[ $a = g/9$ ; $T$=2,18 N ]




**28.** Kameň je na vrchole telesa vypuklého polguľového tvaru s polomerom $R$. Kameňu udelíme počiatočnú rýchlosť $v_0$ vo vodorovnom smere. Treba určiť miesto, v ktorom kameň opustí povrch polguľového telesa. Pri akých hodnotách $v_0$ kameň opustí povrch v začiatočnom okamihu?
[ $\cos(\phi) = 2/3 + v_0^2/3Rg; v_0 \geq \sqrt{Rg}$ ]

**29.** Stála sila $\mathbf{F}$ pôsobí na teleso hmotnosti $m$ v smere jeho začiatočnej rýchlosti $\mathbf{v_0}$. Za aký čas sa pritom zväčší rýchlosť telesa na $n$-násobok rýchlosti $\mathbf{v_0}$?
[ $t = mv_0(n-1)/F$ ]

**30.** Teleso sa dáva do pohybu pôsobením sily $F$=0,02 N a za prvé štyri sekundy svojho pohybu prejde dráhu $s$=3,2 m. Ako veľká je jeho hmotnosť a akú rýchlosť má na konci piatej sekundy svojho pohybu?
[ $m$=0,05 kg; $v$=2m/s ]

**31.** Strela hmotnosti $m$ = 5 kg opúšťa hlaveň dela rýchlosťou $v$=1200 m/s. Ako veľká sila pôsobila na strelu, keď predpokladáme, že pohyb v hlavni bol rovnomerne zrýchlený a trval 0,01 s? Akú prácu pritom táto sila vykonala?
[ $F$=6.$10^5$ N; $W$=3,6.$10^6$ J ]

**32.** Železničný vozeň sa pohybuje po vodorovnej priamej trati a brzdíme ho silou, ktorá sa rovná 0,1 tiaže vozňa. Vypočítajte čas, meraný od začiatku brzdenia, za ktorý sa vozeň zastaví, ako aj dráhu, ktorú od začiatku brzdenia až do zastavenia prejde, ak v okamihu začiatku brzdenia mal vozeň rýchlosť $v_0$= 72 km/hod !
[ $t$=20,4 s; $s$=204 m ]

**33.** Aká je zdanlivá tiaž osoby (sila, ktorou pôsobí osoba na podlahu výťahu) hmotnosti $m$=75 kg vo výťahu, ktorý sa pohybuje
a) nahor spomalením 0,2 m.s$^{-2}$ a nadol zrýchlením 0,2 m.s$^{-2}$,
b) nahor zrýchlením 0,15 m.s$^{-2}$ a nadol spomalením 0,15 m.s$^{-2}$ ?

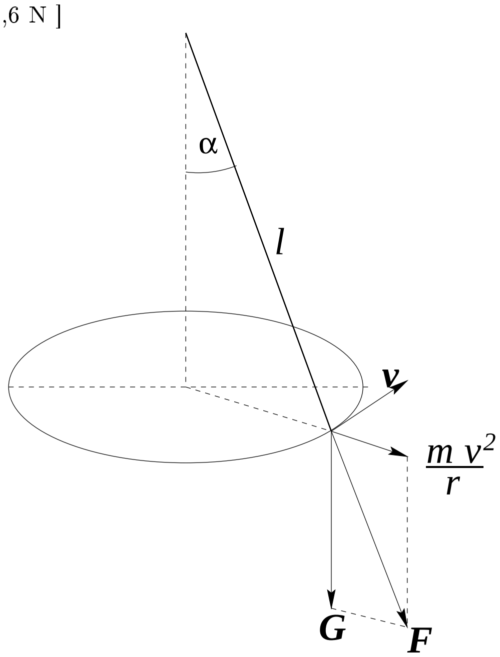
[ a) $G_1$=720,75 N v oboch prípadoch ; b) $G_2$=747 N v oboch prípadoch ]

**34.** Kameň hmotnosti $m$=3 kg, priviazaný na niti dĺžky $l$=1 m koná pohyb po kružnici vo vertikálnej rovine. Treba určiť najmenšiu uhlovú rýchlosť obiehania kameňa po kružnici, pri ktorej by sa niť roztrhla, keď sme experimentálne zistili, že je na to potrebná sila $F$=90 N.

[ $\omega = \sqrt{(F-G)/ml} \simeq 4{,}5\ \mathrm{s}^{-1}$ ]

**35.** Teleso hmotnosti $m$=1 kg je zavesené na niti dĺžky $l$= 0,3 m, ktorej druhý koniec je upevnený podľa obrázku. Hmotný bod sa pohybuje tak, že konštantnou rýchlosťou $v$ opisuje kružnicu vo vodorovnej rovine, pričom niť zviera so zvislým smerom uhol $\alpha$ =$60^o$. Určte hodnotu rýchlosti $v$, periódu obiehania hmotného bodu po uvedenej kružnici, ako aj silu, ktorá pri tomto pohybe napína niť!

[ $v$=2,1 m/s; $T$=0,78 s; $F$=19,6 N ]




**36.** Na 45° zemepisnej šírky dopadá na zemský povrch rýchlosťou $v$=100 m/s teleso hmotnosti $m$=10 kg. Aká je hodnota zotrvačnej odstredivej sily a Coriolisovej sily, ktoré na teleso pôsobia pri jeho dopade na zemský povrch? Polomer Zeme $R_Z$=6380 km.

[ $F_O$=0,239 N; $F_C$=0,103 N ]

**37.** Motor automobilu celkovej hmotnosti 960 kg má ťažnú silu 1600 N. Za aký čas môže automobil dosiahnuť rýchlosť $v_1$=54 km/h ?

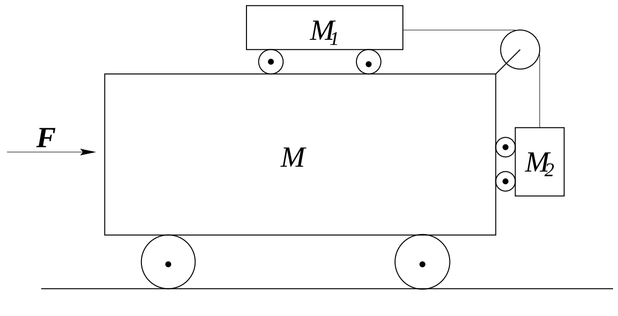
[ $t_1$=9 s ]

**38.** Častica hmotnosti $m$ pohybuje sa v priestore, kde na ňu pôsobí sila úmerná rýchlosti častice ($F = b.v$) a kolmá súčasne na dva smery - na smer rýchlosti a na smer osi z. Na začiatku pohybu je rýchlosť častice $v_0$ a leží v rovine x,y. Dokážte, že častica sa pohybuje po kruhovej dráhe a určte jej rýchlosť!

[ $R = mv_0/b$ ]

**39.** Pozrite sa na obrázok! Akou konštantnou horizontálnou silou $F$ treba pôsobiť na teleso hmotnosti $M$, aby sa vzhľadom naň telesá $M_1$ a $M_2$ nepohybovali?

[ $F = g\frac{(M+M_1+M_2)M_2}{M_1}$ ]




**40.** Človek hmotnosti $m_1$ = 60 kg doháňa rýchlosťou $v_1$ = 5 km/h vozík hmotnosti $m_2$ = 80 kg, ktorý sa pohybuje po koľajniciach rýchlosťou $v_2$ = 3 km/h a vyskočí naň. Akou rýchlosťou sa bude vozík pohybovať? Akou rýchlosťou sa bude pohybovať, ak človek beží oproti nemu?

[ $v_{\uparrow\uparrow}$=3,86 km/h ; $v_{\uparrow\downarrow}$=0,43 km/h; má smer pôvodného pohybu človeka ]