MZ MOMENT ZOTRVAČNOSTI A TORZNÉ KMITY

Určte: 1. Direkčný moment D_0 pružiny.
2. Moment zotrvačnosti rôznych telies vzhľadom na os symetrie.
3. Moment zotrvačnosti dvoch "hmotných bodov" ako funkciu ich vzdialenosti od osi otáčania (ich ťažisko leží na osi otáčania).

TEORETICKÝ ÚVOD

Zariadenie, ktoré umožňuje realizovať horeuvedené požiadavky, pozostáva z masívneho stojana, v ktorom je v ložiskách upevnená zvislá tyč. Na stojan je pripevnený jeden koniec špirálovej pružiny, na otočnú tyč druhý koniec. Na tyč sa môžu pevne uchytiť telesá rôzneho tvaru, a tým možno študovať ich pohyb okolo osi.

Pohybová rovnica telesa, ktoré sa otáča okolo osi je

$$D = J\varepsilon = J\frac{d^2\varphi}{dt^2} \tag{1}$$

kde D je moment sily vzhľadom na os otáčania,
J je moment zotrvačnosti telesa vzhľadom na os otáčania,
ε je uhlové zrýchlenie telesa pohybujúceho sa okolo osi,
φ je okamžitá uhlová výchylka telesa z rovnovážnej polohy.

Otáčavý moment špirálovej pružiny v oblasti platnosti Hookovho zákona je priamoúmerný okamžitej výchylke φ z rovnovážnej polohy, t.j. platí

$$D = - D_0\varphi \tag{2}$$

a pôsobí proti nej.
Symbol D_0 je tzv. direkčný moment pružiny, t.j. moment sily potrebný na pootočenie tyče o jednotkový uhol.

Pohybová rovnica telesa upevneného na osi tyče bude mať tvar

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = - D_0\varphi \tag{3}$$

alebo

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{D_0}{J}\varphi = 0 \tag{4}$$

Rovnica (4) je rovnicou lineárneho netlmeného harmonického oscilátora , ktorej riešením je

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t + \alpha) \tag{5}$$

pričom

$$\omega = \sqrt{\frac{D_0}{J}} \tag{6}$$

a perioda

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D_0}}$$

(7)

Z rovnice (7) hľadaný moment zotrvačnosti je

$$J = \frac{T^2 D_0}{4\pi^2} \tag{8}$$

Na určenie momentu zotrvačnosti potrebujeme poznať **periodu netlmených kmitov a direkčný moment** pružiny, ktorá umožňuje vlastný harmonický pohyb telesa okolo zvislej osi.

METÓDA MERANIA A OPIS APARATÚRY

1. Osku zariadenia pevne spojíme s tyčou, na ktorej sú posuvné závažia. Tieto symetricky umiestnime do určitej vzdialenosti "r" od osi otáčania (doporučujeme $r = 10 \div 15$ cm) a zabezpečíme ich proti pohybu. Tyč vychýlime z rovnovážnej polohy postupne o uhly π, 2π, 3π, 4π. Silomerom zmeriame silu potrebnú na udržanie tyče v danej vychýlenej polohe (tyč a silomer pritom musia vždy zvierať uhol $\pi/2$). Do grafu vynesieme závislosť momentu sily D od uhlovej výchylky φ tyče z rovnovážnej polohy. Smernica tejto závislosti udáva veľkosť direkčného momentu D_0 (vypočítame lineárnou regresnou analýzou zo závislosti $D = f(\varphi)$).

2. Pred meraním doby kyvu rôznych telies postavíme detektor - hradlo tak, aby lúč prechádzal - dopadal na clonu - hrot, ktorý je pripevnený na každé teleso. Toto je rovnovážna poloha (na detektore zasvieti červené svetlo). Potom teleso vychýlime z rovnovážnej polohy vždy o rovnaký uhol, napr. $\pi/2$ a pustíme. Časomiera zaznamená dobu medzi dvomi prechodmi clony cez svetelný lúč, t.j. **dobu kyvu**. Meranie opakujeme 5-krát na jednu a 5-krát na druhú stranu a štatisticky vyhodnotíme. Výsledkom je stredná doba kyvu, príp. kmitu T. Pre každé teleso určíme moment zotrvačnosti J_{mer} a porovnáme s teoretickou hodnotou J_{teor}.

3. Úlohu č. 3 meriame podobným spôsobom meniac vzdialenosť "a" závaží od osi otáčania. Pomocou doby kmitu T vypočítame moment zotrvačnosti J. Do grafu vynesieme závislosť $J = f(a^2)$. Výpočtom určíme smernicu tejto závislosti (je lineárna) a pomocou nej vypočítame hmotnosť závaží a porovnáme ju s hodnotou, ktorú získame vážením.

Poznámka: Momenty zotrvačnosti zôznych telies vzhľadom na os symetrie:

disk, valec: $J = \frac{1}{2} mR^2$

guľa: $J = \frac{2}{5} mR^2$

dutý valec: $J = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$

tyč: $J = \frac{1}{12} ml^2$

Odporúčané tabuľky:

$r =$

φ	π	2π	3π	4π
F (N)				
D (N.m)				

$D_0 =$

guľa (valec, disk) $m =$ $R =$

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T/2$ ( )										
T( )										

$\overline{T} =$

$J_{mer} =$

$J_{teor} =$

a(cm)	5	10	15	20	25
$\frac{T}{2}$( )	5 - 10 hodnôt				
$\overline{T}$( )					
a^2( )					
J( )					

$J = A + Ba^2$

$B =$

$m=$