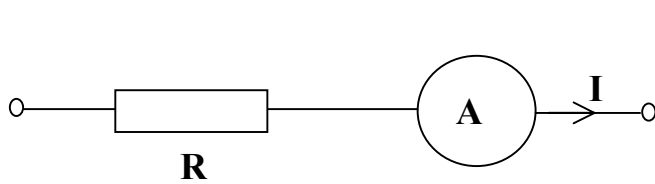
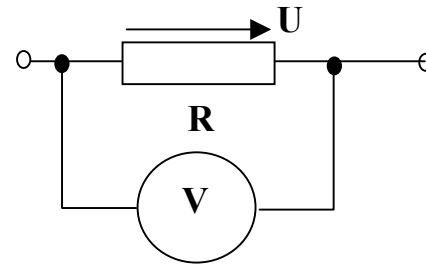


Meranie výkonu (1) – DC výkon

- elektrodynamický wattmeter
- výkon meraný na odpore R (nepriama metóda) - známa hodnota R

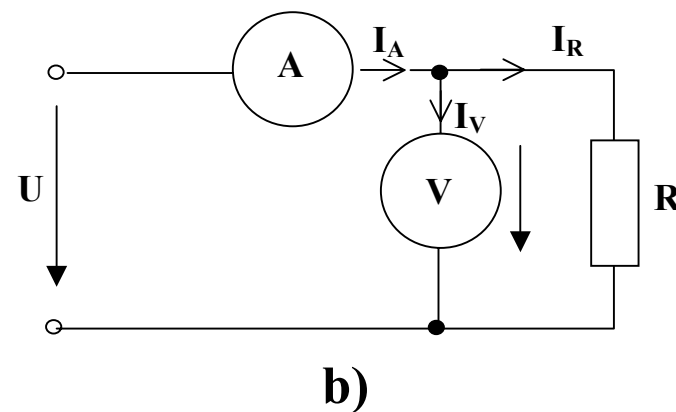
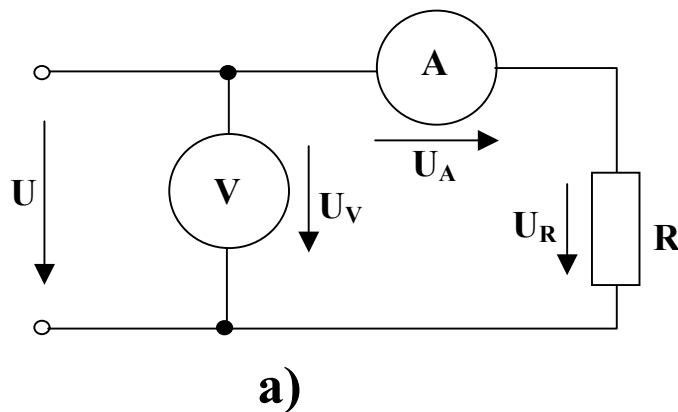


$$P = R \cdot I^2$$



$$P = U^2/R$$

- výkon meraný na odpore R – neznáma hodnota R
- V-A metóda (nepriama metóda)



Meranie DC výkonu (2)

- určujeme $P_R = U_R \cdot I_R$, meriame $U_V, I_A \Rightarrow P_m = P_V \cdot I_A$

$$1. \left. \begin{array}{l} U_V = U_R + U_A \\ I_R = I_A \end{array} \right\} P_m = (U_R + U_A) \cdot I_R = P_R + U_A I_R$$

$$\Delta_P = P_m - P_R = U_A \cdot I_R \quad \delta_P = \frac{\Delta P}{P_R} \cdot 100 = \frac{U_A \cdot I_R}{U_R \cdot I_R} \cdot 100 = \frac{R_A}{R} \cdot 100 \quad [\%]$$

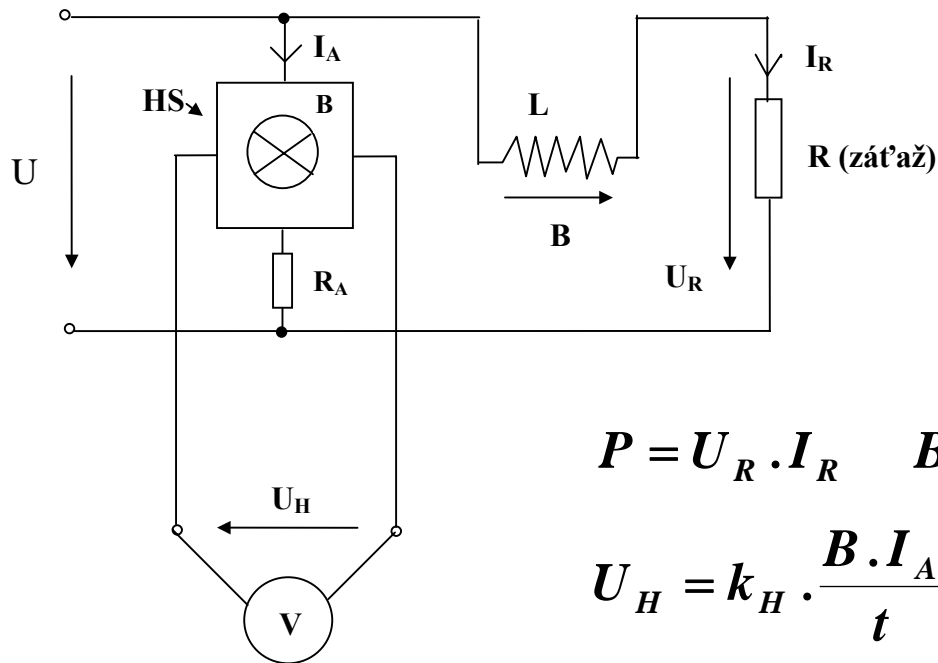
$$2. \left. \begin{array}{l} U_V = U_R \\ I_A = I_R + I_V \end{array} \right\} P_m = U_R (I_R + I_V) = P_R + U_R \cdot I_V$$

$$\Delta_P = P_m - P_R = U_R \cdot I_V \quad \delta_P = \frac{\Delta P}{P_R} \cdot 100 = \frac{U_R \cdot I_V}{U_R \cdot I_R} \cdot 100 = \frac{R}{R_V} \cdot 100 \quad [\%]$$

- 1. vhodné na meranie výkonu bez korekcie na spotrebu A-metra pre $R \gg R_A \Rightarrow \delta_P$ – malá
- 2. vhodné na meranie výkonu bez korekcie na spotrebu V-metra pre $R_V \gg R \Rightarrow \delta_P$ - malá

Meranie DC výkonu (3)

- výkon meraný na odpore R – neznáma hodnota R
 - prevodník s Hallovou sondou – nepriama metóda
 - získame signál vhodný pre telemetrický prenos, alebo pre automatizáciu technologického procesu



$$P = U_R \cdot I_R \quad B = k_1 \cdot I_R \quad I_A = k_2 \cdot U_R$$

$$U_H = k_H \cdot \frac{B \cdot I_A}{t} = k_H \cdot \frac{k_1 \cdot I_R \cdot k_2 \cdot U_R}{t} = K \cdot P$$

- k_H , t – konštanty HS, k_1 , k_2 – konštanty meracieho obvodu, V-meter magneťoelektrický

Meranie AC výkonu – základné pojmy

- $p = u \cdot i$ – okamžitá hodnota (u, i – okamžité hodnoty)

- harmonický časový priebeh u, i

$$u = U_m \cdot \cos \omega t = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \omega t \rightarrow \dot{U} = U \cdot e^{j\omega t}$$

$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos(\omega t - \varphi) \rightarrow \dot{I} = I \cdot e^{j\omega t - \varphi}$$

- fázor výkonu $\dot{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* = U \cdot I \cdot e^{j\varphi} = U \cdot I (\cos \varphi + j \sin \varphi) = P + jQ$

- $Re(\dot{S}) = P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ – činný výkon $Im(\dot{S}) = Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi$ – jalový výkon

$$|\dot{S}| = S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U \cdot I \text{ - zdanlivý výkon}$$

- faktor výkonu $\lambda = \frac{P}{S} \Rightarrow \lambda = \cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$ pre harmonické priebehy u, i

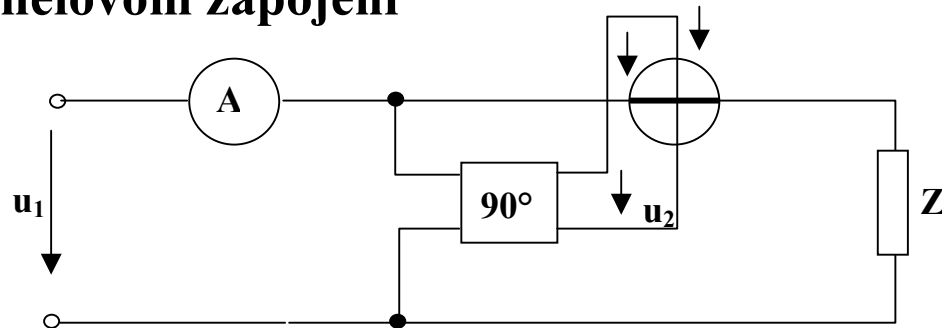
- pre neharmonické priebehy je P dané súčtom výkonov jednotlivých harmonických zložiek $P = U_0 \cdot I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot I_n \cdot \cos \varphi_n$, U_n, I_n – efektívne hodnoty harmonických zložiek; φ_n fázový posun U_n a I_n

- jalový výkon je definovaný obdobne $Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cdot I_n \cdot \sin \varphi_n$

- zdanlivý výkon $S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}$; D – deformačný výkon; $\lambda = P / S$

Meranie 1-fázového AC výkonu (1)

- meranie $|\dot{S}| \rightarrow V - A$ metóda
- meranie $Q \rightarrow$ elektrodynamický (ferodynamický) W-meter v Hummelovom zapojení



- na napät'ový obvod W-metra je pripojené u_2 ; u_2 je o 90° posunuté voči napätiu na impedancii Z ; zanedbávame úbytok na prúdovej cievke W , potom $U_2 = U_Z \doteq U_1$ (efektívne hodnoty)

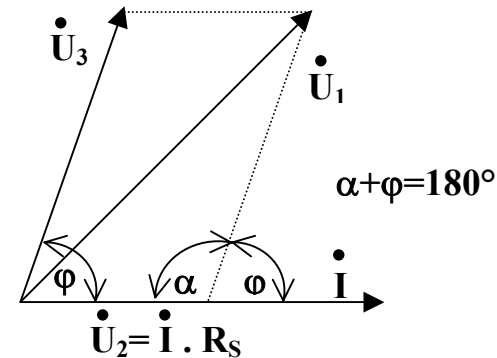
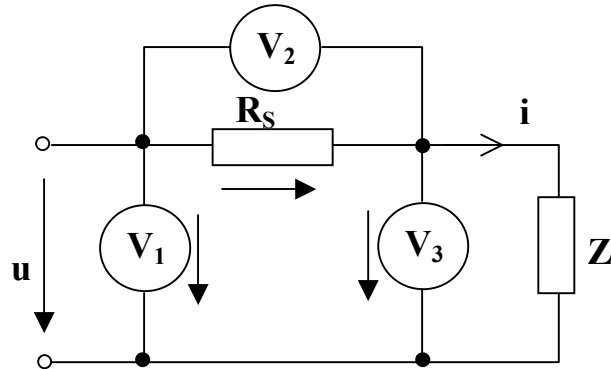
- $Q = U \cdot I \sin \varphi = U \cdot I \cos(90^\circ - \varphi)$; Q – údaj W-metra

- ak $U_2 \neq U_1 \Rightarrow Q_Z = Q \frac{U_1}{U_2}$

- meranie P - elektro(fero)dynamický wattmeter, nepriame metódy, prevodníky
- W-metre – väčšie rozsahy, použitie MTN, PTP

Meranie 1-fázového AC výkonu (2)

- nepriame metódy – 3 V-metrová, 3 A-metrová metóda



$$U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 - 2 \cdot U_2 \cdot U_3 \cdot \cos \alpha; \quad \alpha = 180^\circ - \varphi; \quad R_{V_3} \gg |Z|$$

$$U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 - 2U_2 \cdot U_3 \cdot \cos(180^\circ - \varphi)$$

$$(\cos 180^\circ \cdot \cos \varphi + \sin 180^\circ \cdot \sin \varphi) = -\cos \varphi$$

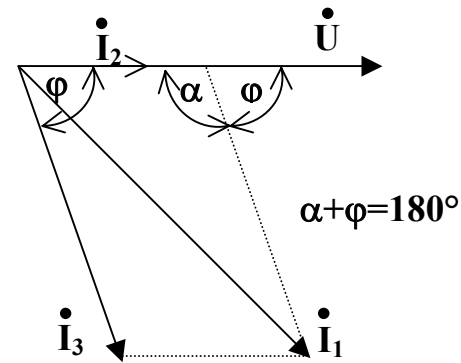
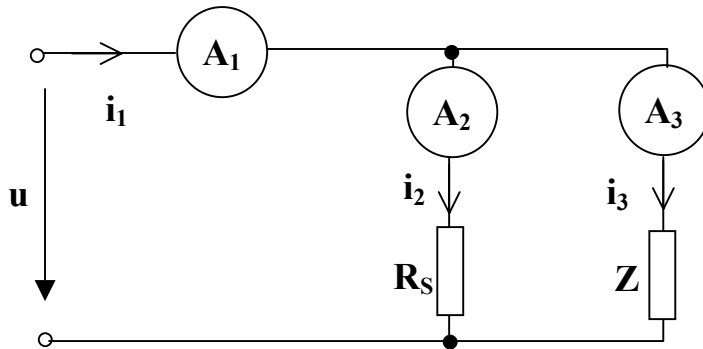
$$U_1^2 = U_2^2 + U_3^2 + 2U_2 \cdot U_3 \cdot \cos \varphi$$

$$P_Z = I \cdot U_3 \cdot \cos \varphi; \quad U_3 - \text{voltmeter } V_3; \quad I = U_2/R_S$$

$$P_Z = \underbrace{\frac{U_2}{R_S}}_I \cdot U_3 \cdot \underbrace{\frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{2 \cdot U_2 \cdot U_3}}_{\cos \varphi} = \frac{U_1^2 - U_2^2 - U_3^2}{2 \cdot R_S}$$

Meranie 1-fázového AC výkonu (3)

- 3 A-metrová metóda



$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 - 2 \cdot I_2 \cdot I_3 \cdot \cos \alpha; \quad \alpha = 180^\circ - \varphi; \quad R_{A_3} \gg |Z|$$

$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 - 2I_2 \cdot I_3 \cdot \cos(180^\circ - \varphi)$$

$$(\cos 180^\circ \cdot \cos \varphi - \sin 180^\circ \cdot \sin \varphi) = -\cos \varphi$$

$$I_1^2 = I_2^2 + I_3^2 + 2I_2 I_3 \cdot \cos \varphi$$

$$P_Z = I_3 \cdot U_Z \cdot \cos \varphi; \quad I_3 - \text{ammeter } A_3; \quad U_Z = R_S \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_Z}{R_S}$$

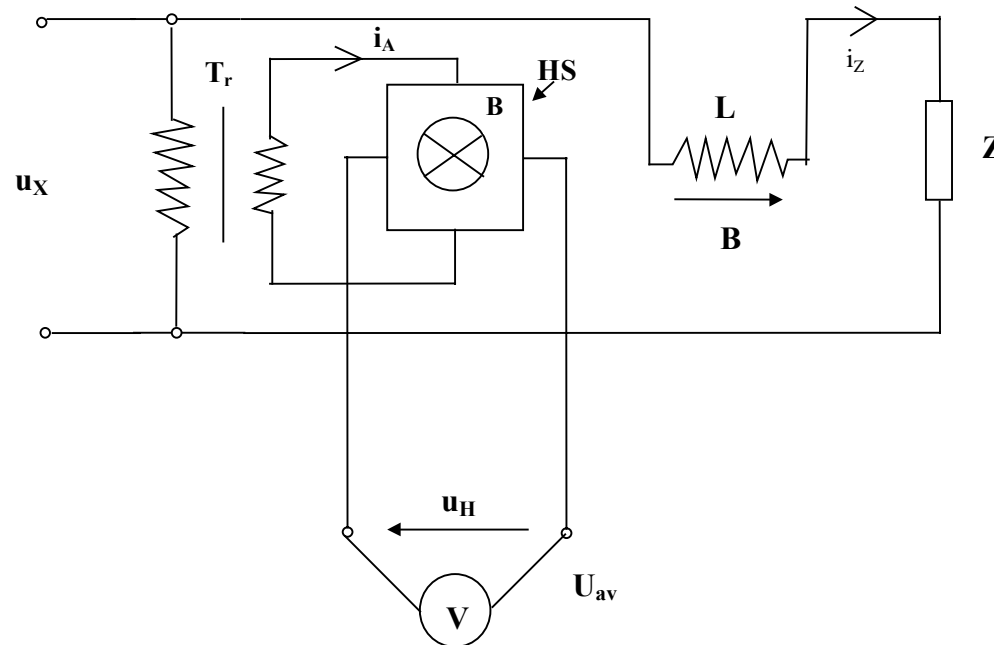
$$P_Z = I_3 \cdot \underbrace{R_S \cdot I_2}_{U_Z} \cdot \underbrace{\frac{I_1^2 - I_2^2 - I_3^2}{2 \cdot I_2 \cdot I_3}}_{\cos \varphi} = \frac{R_S}{2} \cdot (I_1^2 - I_2^2 - I_3^2)$$

Meranie 1-fázového AC výkonu (4)

- **nepriame metódy – použitie, ak W-metre nestačia s frekvenčným rozsahom, dnes sú tieto metódy nahradené elektronickými W-metrami**
- **pre neharmonické priebehy nevieme kresliť fázorový diagram (len pre každú harmonickú zvlášť) – iný dôkaz treba použiť**
- **3 V-metóda vhodné pri väčších napätiach a menších prúdoch,
3 A-metóda – pri väčších prúdoch a nižších napätiach (netreba robiť korekcie na spotrebu prístrojov V_i, A_i)**
- **presnosť menšia ako pri použití W-metrov**
- **možnosť použiť aj pre meranie jalového výkonu**

Meranie 1-fázového AC výkonu (5)

- prevodníky: 1. s Hallovou sondou – zapojenie ako pre DC



$$p_z = u_z \cdot i_z; \quad B = k_1 \cdot i_z; \quad i_A = k_2 \cdot u_z$$

$$u_H = k_H \cdot \frac{B i_A}{t} = k_H \cdot \frac{k_1 \cdot i_z \cdot k_2 \cdot u_z}{t} = k_3 \cdot i_z \cdot u_z = k_3 p_z$$

$$\underbrace{U_{Ha}}_{\text{stredná hodnota}} = \frac{1}{T} \int_0^T u_H \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T k_3 \cdot p_z \cdot dt = k_3 \cdot P_z$$

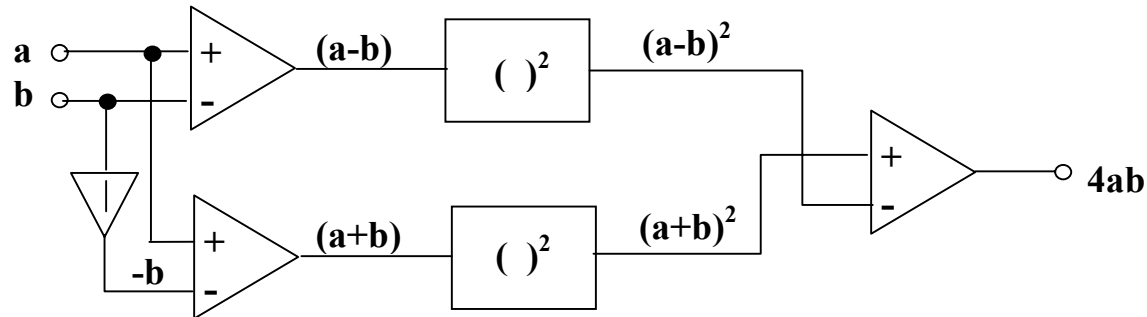
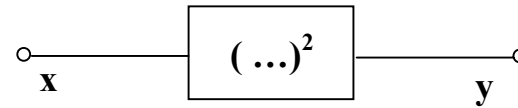
k_H, t – konštanty HS; k_1, k_2 – konštanty meraného obvodu

Meranie 1-fázového AC výkonu (6)

- **prevodníky: násobičky**

- kvadrátory

- kvadrátory sú založené na princípe po úsekoch lineárne aproximovať kvadratickú závislosť pomocou spravidla diodových tvarovacích obvodov



- náhrada $u \rightarrow a, i \rightarrow b \Rightarrow u_0 = 4 \cdot u \cdot i = 4 \cdot p$ - výstupné napätie
 u – okamžitá hodnota napätia na zát'aži; i – okamžitá hodnota prúdu
 cez zát'až

$$U_{0a} = \frac{1}{T} \int_0^T u_0 \cdot dt = 4 \cdot \frac{1}{T} \int_0^T p \cdot dt = 4 \cdot P$$

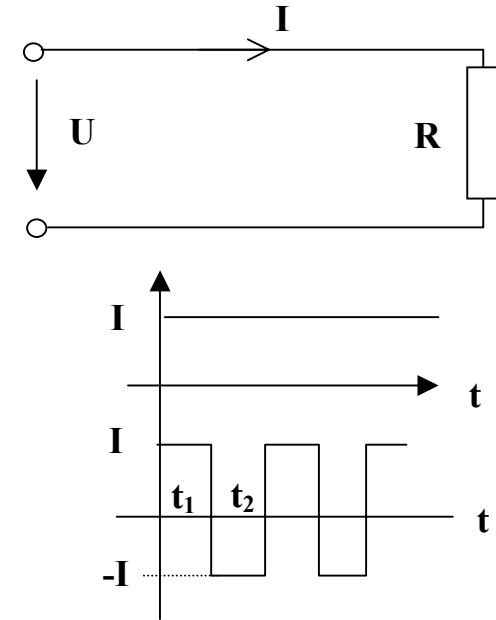
- veľké chyby pre malé vstupné napätia (0,1 až 0,5 %), široké frekvenčné pásmo (do 2 MHz)

Meranie 1-fázového AC výkonu (7)

- prevodníky: násobičky
- metóda časovo-impulzného násobenia (TDM)
- princíp vysvetlíme na DC obvode
- meriame výkon na odpore R
- prúd I cez R „upravíme“ tak, že sa „rozseká“ na kladné a záporné

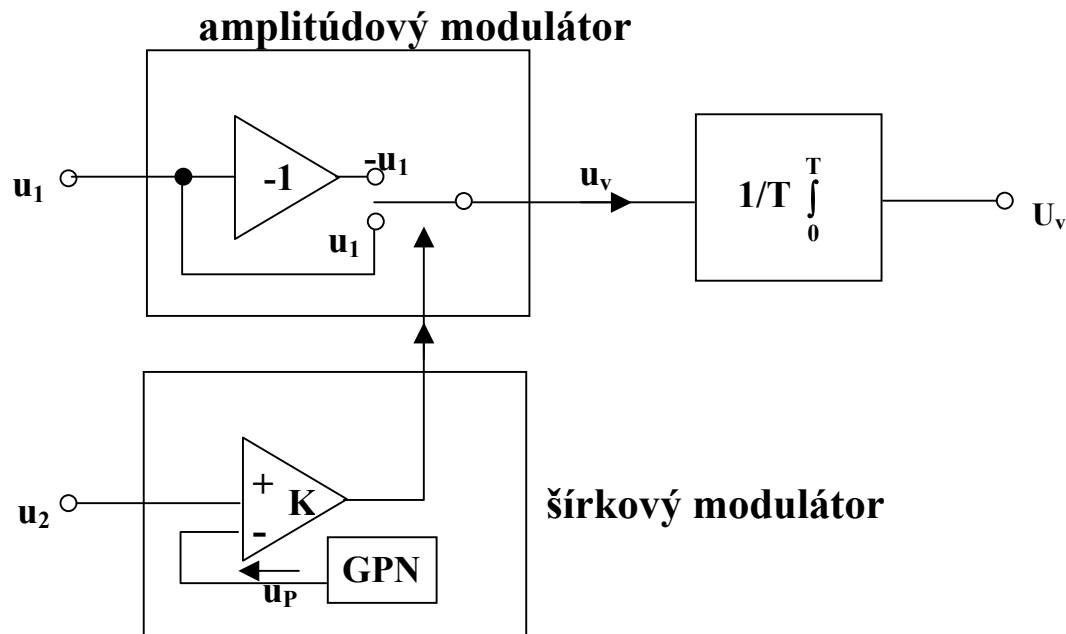
impulzy, pričom $\frac{1}{T} \cdot (t_1 - t_2) = k_u \cdot U$

- $I_a = \frac{1}{T} \int_0^T i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot (t_1 \cdot I - t_2 \cdot I) = \frac{t_1 - t_2}{T} \cdot I = k \cdot I \cdot U = k \cdot P$
- stredná hodnota prúdu I_a je úmerná výkonu na R



Meranie 1-fázového AC výkonu (8)

- prevodníky: násobičky TDM
- podobný postup pre AC signály; „amplitúda“ prúdových impulzov je úmerná okamžitej hodnote prúdu i a rozdiel dĺžok kladných a záporných „impulzov“ $\sim u$

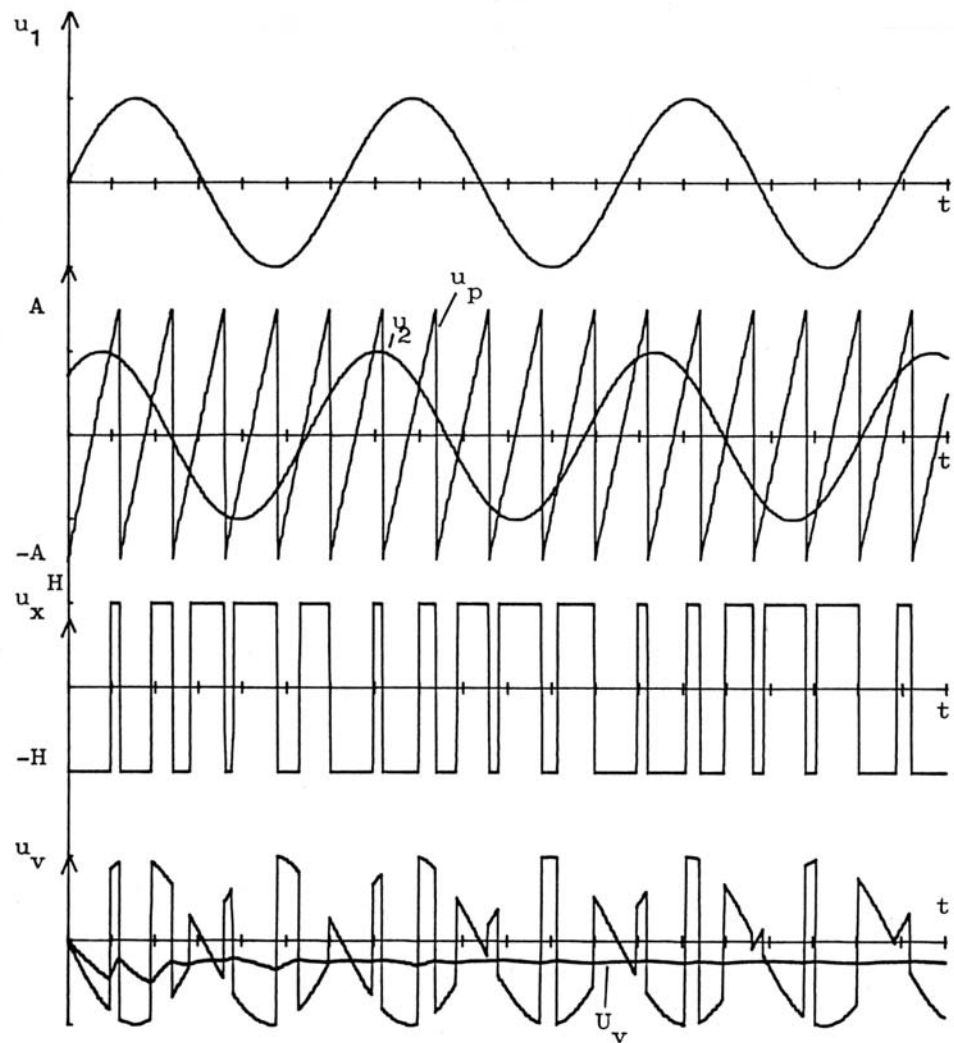


- v prípade harmonického aj neharmonického napätia je

$$U_V = k \cdot \frac{1}{T} \int_0^T u_1 \cdot u_2 \cdot dt = K \cdot P$$

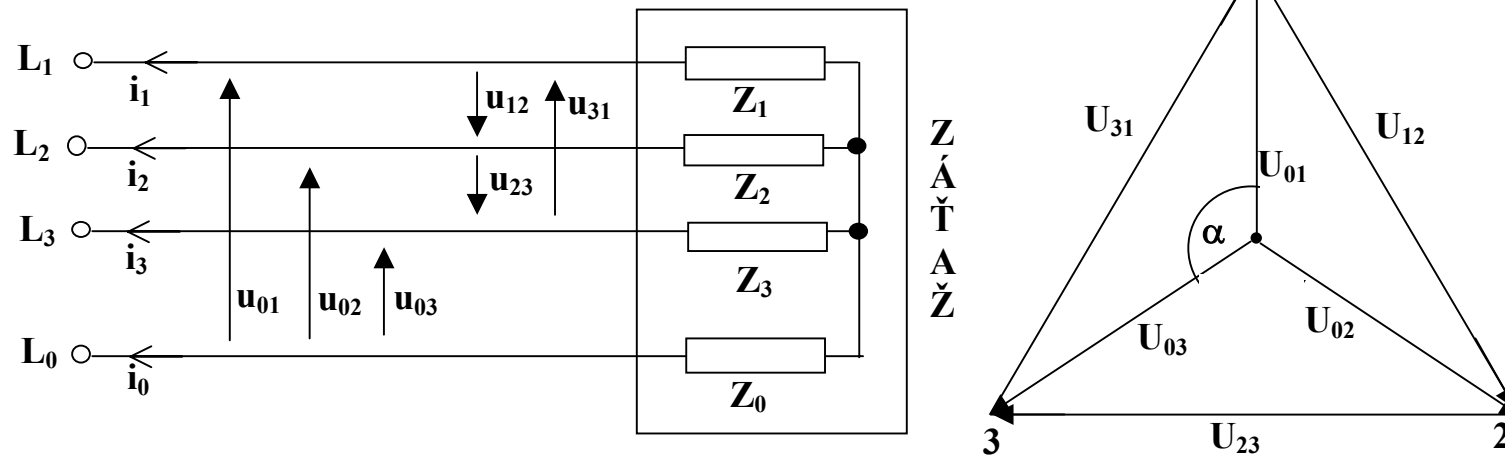
- frekvenčné pásmo u_1, u_2 je od 0 do 10 kHz, $\delta_w=0,1$ % rozsahu

Meranie 1-fázového AC výkonu (9)



Meranie 3-fázového výkonu (1)

- celkový činný P_c alebo jalový Q_c 3-fázovej sústavy je daný súčtom výkonov jednotlivých fáz
- počet wattmetrov na určenie P_c a Q_c závisí
 - či je sústava 3- alebo 4-vodičová (je alebo nie je vyvedený nulový vodič)
 - či 3-fázová záťaž je súmerná (všetky 3 impedancie sú rovnaké) alebo nie
- predpoklad – sústava napájacích napätí je súmerná
- smery napätí a prúdov - dohoda

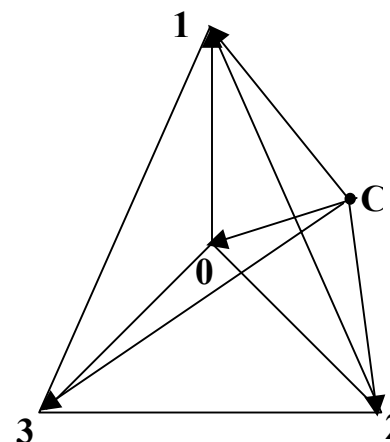
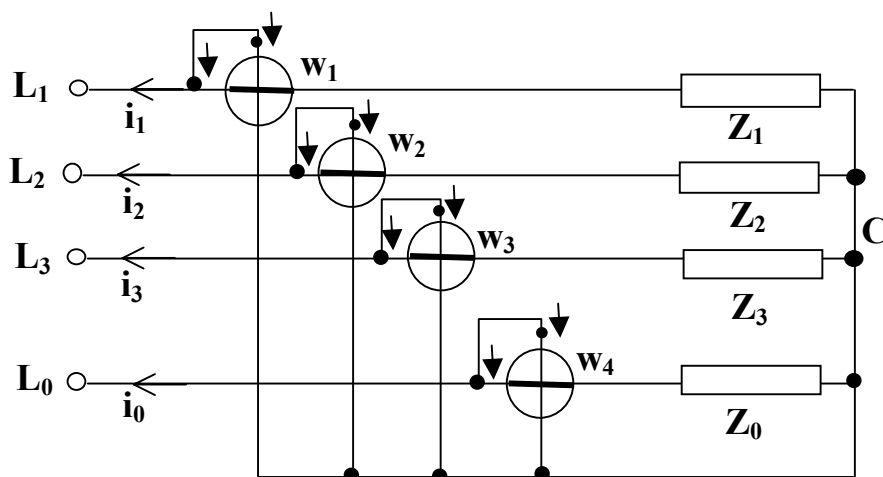


$$i_1 + i_2 + i_3 + i_0 = 0; u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0; \alpha = 120^\circ$$

$$U_{0i} - \text{fázové napätie}; U_{ik} - \text{združené napätie}; U_{ik} = \sqrt{3} U_i$$

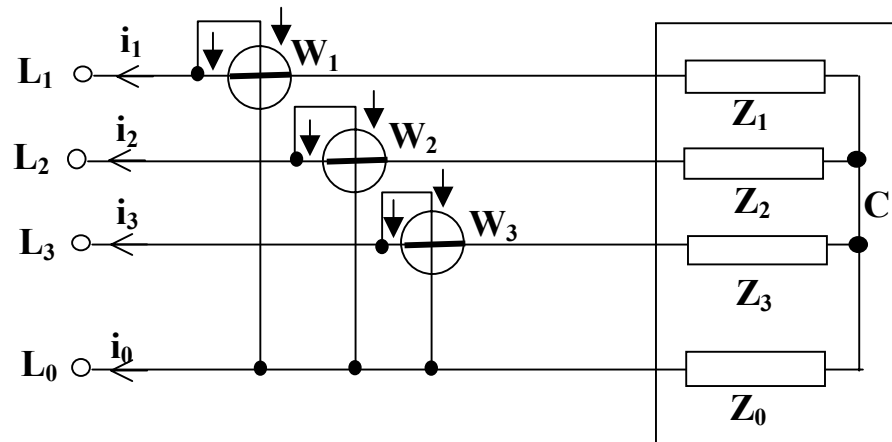
Meranie 3-fázového výkonu (2)

- $\dot{S} = \dot{U}_{c1} \cdot \dot{I}_1^* + \dot{U}_{c2} \cdot \dot{I}_2^* + \dot{U}_{c3} \cdot \dot{I}_3^* + \dot{U}_{c0} \cdot \dot{I}_0^*$ - fázor výkonu
- zo vzťahu vyplýva zapojenie W-metrov (4 ks); $R_e(\dot{U}_{c1} \dot{I}_1^*) = P_1$



- **1. Kirchhoffov zákon** $\dot{I}_0 = -(\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3)$
- $\dot{S} = (\dot{U}_{c1} - \dot{U}_{c0}) \dot{I}_1^* + (\dot{U}_{c2} - \dot{U}_{c0}) \dot{I}_2^* + (\dot{U}_{c3} - \dot{U}_{c0}) \dot{I}_3^*$
- $\dot{S} = \dot{U}_{01} \dot{I}_1^* + \dot{U}_{02} \dot{I}_2^* + \dot{U}_{03} \dot{I}_3^* \Rightarrow$ predpis ako zapojiť W-metre

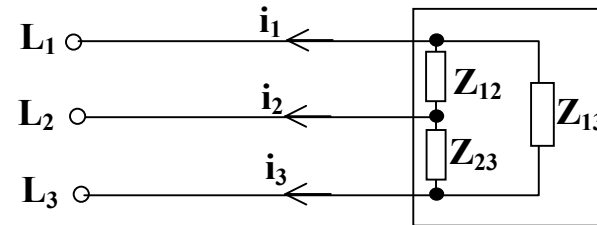
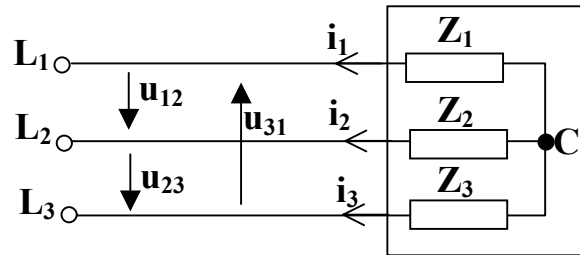
Meranie 3-fázového výkonu (3)



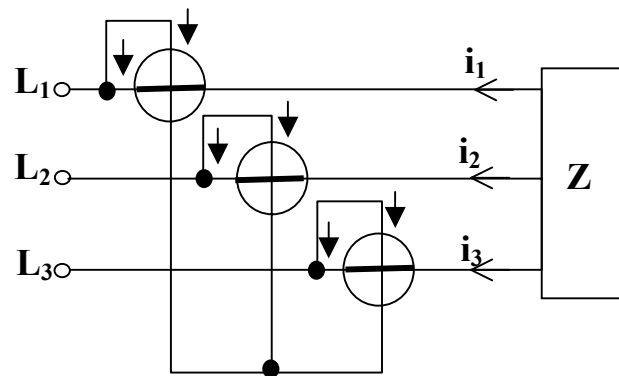
- Teraz merajú jednotlivé W-metre výkony prenášané fázovými vodičmi (fázové výkony)
- Blondelov teorém: Pre meranie celkového činného výkonu v n-vodičovej sústave treba (n-1) wattmetrov. (Platí pre obecnú záťaž, harmonické a neharmonické priebehy).

Meranie 3-fázového výkonu (4)

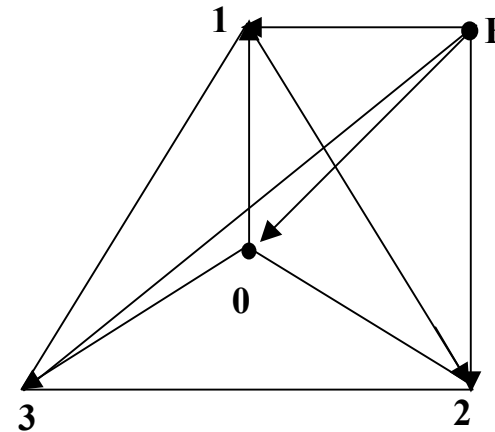
- 3-vodičová sústava – bez nulového vodiča L_0



- môžeme skúsiť merať tromi wattmetrami



B (φ_B – obecne)



Meranie 3-fázového výkonu (5)

- vieme $\dot{S} = \dot{U}_{01} \cdot \dot{I}_1^* + \dot{U}_{02} \cdot \dot{I}_2^* + \dot{U}_{03} \cdot \dot{I}_3^*$

$$\dot{U}_{01} = \dot{U}_{B1} - \dot{U}_{B0}; \dot{U}_{02} = \dot{U}_{B2} - \dot{U}_{B0}; \dot{U}_{03} = \dot{U}_{B3} - \dot{U}_{B0}$$

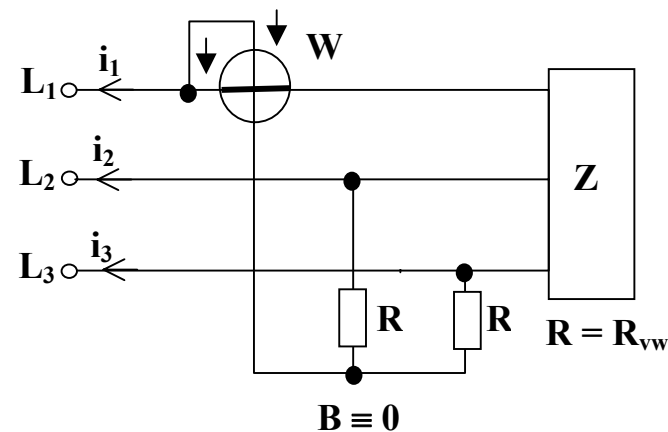
- dosadíme $\dot{S} = (\dot{U}_{B1} - \dot{U}_{B0}) \cdot \dot{I}_1^* + (\dot{U}_{B2} - \dot{U}_{B0}) \cdot \dot{I}_2^* + (\dot{U}_{B3} - \dot{U}_{B0}) \cdot \dot{I}_3^*$

$$\dot{S} = \dot{U}_{B1} \dot{I}_1^* + \dot{U}_{B2} \dot{I}_2^* + \dot{U}_{B3} \dot{I}_3^* - \dot{U}_{B0} \underbrace{(\dot{I}_1^* + \dot{I}_2^* + \dot{I}_3^*)}_0$$

- $Re(\dot{U}_{Bi} \cdot \dot{I}_i^*) =$ údaje W-metrov \Rightarrow dokázali sme, že ak φ_B je ľubovoľný, súčet údajov troch W-metrov je celkový činný výkon sústavy P_C . Jednotlivé W-metre merajú fiktívne výkony.

- varianty zapojenia:

- bod B má ľubovoľný potenciál
- umelá nula ($\varphi_B = \varphi_0$) \Rightarrow odpory napät'ových obvodov W-metrov sú rovnaké
- súmerná zát'až ($Z_1=Z_2=Z_3$), jeden W-meter, $P_C=3 \cdot P_W$



Meranie 3-fázového výkonu (6)

- 3-vodičová sústava, Blondelov teorém \Rightarrow dva W-metre

- $\dot{S} = \dot{U}_{01} \cdot \dot{I}_1^* + \dot{U}_{02} \cdot \dot{I}_2^* + \dot{U}_{03} \cdot \dot{I}_3^*$

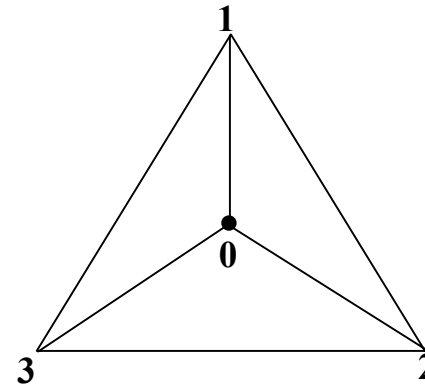
$\dot{I}_3 = -(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$, môže byť aj $\dot{I}_1 = -(\dot{I}_2 + \dot{I}_3)$; $\dot{I}_2 = -(\dot{I}_1 + \dot{I}_3)$

- $\dot{S} = \dot{U}_{01} \dot{I}_1^* + \dot{U}_{02} \dot{I}_2^* - \dot{U}_{03} (\dot{I}_1^* + \dot{I}_2^*)$

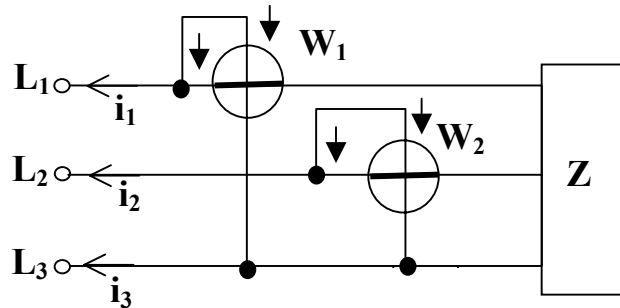
$$\dot{S} = (\dot{U}_{01} - \dot{U}_{03}) \dot{I}_1^* + (\dot{U}_{02} - \dot{U}_{03}) \cdot \dot{I}_2^*$$

$$\dot{S} = \dot{U}_{31} \dot{I}_1^* + \dot{U}_{32} \dot{I}_2^* - \text{návod na zapojenie}$$

W-metrov (Aronovo zapojenie)



Meranie 3-fázového výkonu (7)



$$P_c = P_{W1} + P_{W2}$$

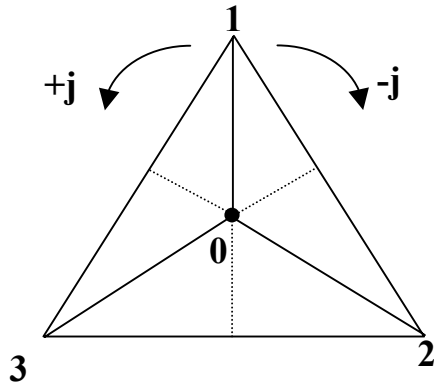
súmerná aj nesúmerná
zát'až

- zapojenie je použiteľné aj pri nulovom vodiči, nesmie ním tiecť prúd ($i_0 = 0$)
- ak je údaj niektorého W-metra záporný, prehod' prúdové svorky a údaj zober so záporným znamienkom
- pri súmernej zát'aži a nesúmernom napájacom zdroji možno z údajov P_{W1} a P_{W2} určiť fázu zát'aže ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$) a celkový jalový výkon Q_c

Meranie jalového výkonu v 3-fázovom obvode (súmerný zdroj) (1)

- niektoré fázory napätí sú na seba kolmé. Súčasne platí $\cos(90^\circ - \varphi) = \sin\varphi \Rightarrow$ na meranie Q možno použiť bežné („činné“)

W-metre



$$\dot{S} = P + jQ / \cdot (-j)$$

$$-j\dot{S} = Q - jP$$

bežný W-meter meria $\text{Re}(-j\dot{S})=Q$

Teda napätie $\dot{U}_{01}; \dot{U}_{02}; \dot{U}_{03}$ natočiť o 90°

- $\dot{S} = \dot{U}_{01}\dot{I}_1^* + \dot{U}_{02}\dot{I}_2^* + \dot{U}_{03}\dot{I}_3^* / \cdot (-j)$

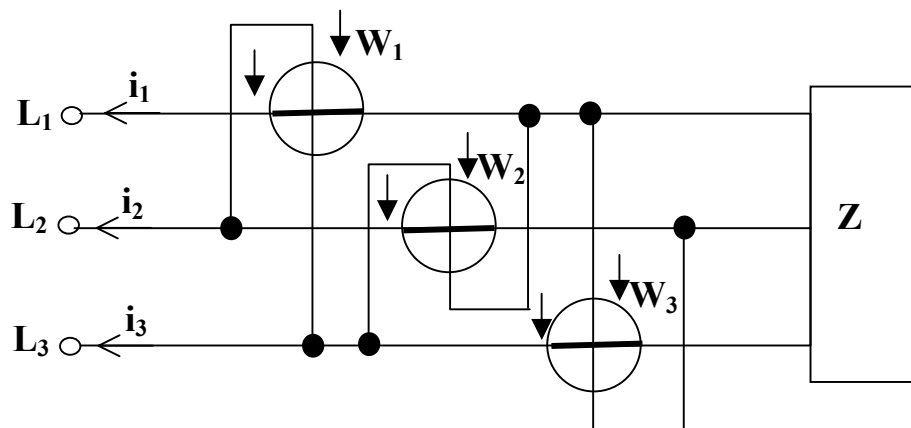
$$-j\dot{S} = -j\dot{U}_{01}\dot{I}_1^* - j\dot{U}_{02}\dot{I}_2^* - j\dot{U}_{03}\dot{I}_3^*$$

$$-j\dot{S} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{U}_{32}\dot{I}_1^* + \dot{U}_{13}\dot{I}_2^* + \dot{U}_{21}\dot{I}_3^*) - \text{predpis na zapojenie W-metrov}$$

- $\text{Re}(-j\dot{S}) = Q_c; \quad |U_{ik}| = \sqrt{3} \cdot |U_i|$

- $Q_c = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (P_1 + P_2 + P_3)$

Meranie jalového výkonu v 3-fázovom obvode (súmerný zdroj) (3)



- **technika merania**
 - 3 W-metre
 - 3-systémový W-meter
 - súmerná záťaž \Rightarrow 1 W-meter

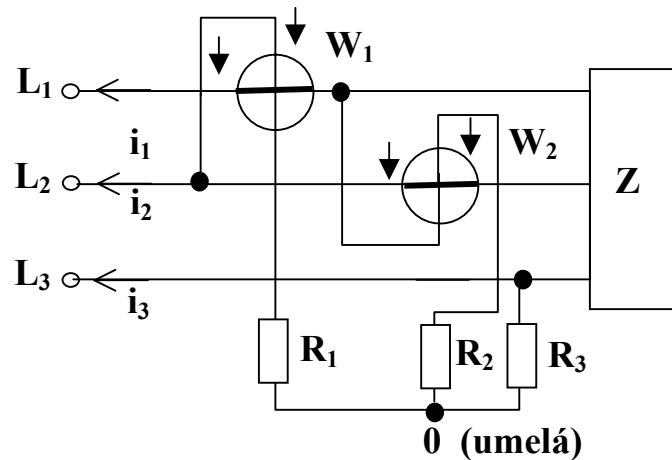
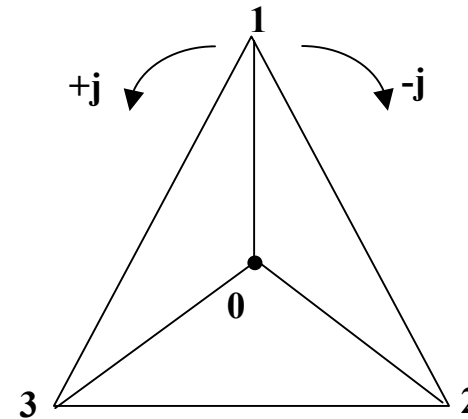
$$Q_c = \frac{3P_1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cdot P_1$$

Meranie jalového výkonu v 3-fázovom obvode (súmerný zdroj) (3)

- nesúmerná záťaž, sústava bez nulového vodiča (teda 3-vodičová);

Blondelov teorém \Rightarrow 2 W-metre

- $\dot{S} = \dot{U}_{31} I_1^* + \dot{U}_{32} I_2^* / \cdot (-j)$
 $-j\dot{S} = -j\dot{U}_{31} I_1^* - j\dot{U}_{32} I_2^*$
 $-j\dot{S} = \sqrt{3}(\dot{U}_{02} I_1^* + \dot{U}_{10} I_2^*)$ - predpis
- treba „umelú“ nulu



$$R_{W1} + R_1 = R_{W2} + R_2 = R_3$$

$$Q_c = \sqrt{3} \cdot (P_{W1} + P_{W2})$$

Meranie jalového výkonu v 3-fázovom obvode (súmerný zdroj) (4)

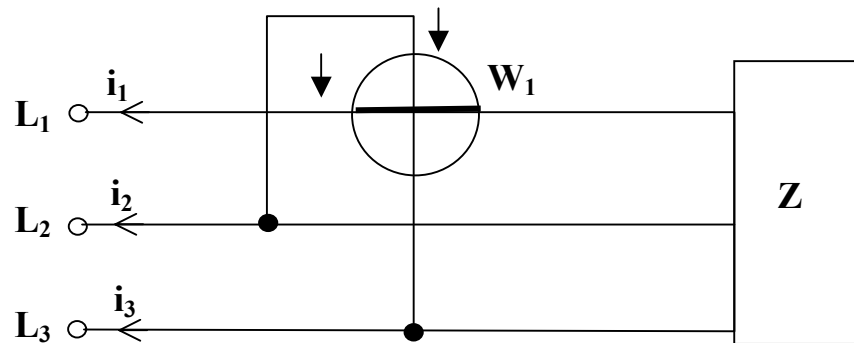
- súmerná záťaž $Q_1 = Q_2 = Q_3$; $Q_C = 3 \cdot Q_1$

$$P_1 = P_2 = P_3; \quad P_c = 3 \cdot P_1$$

- $\dot{S}_1 = \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^* / (-j)$

$$-j\dot{S}_1 = -j \cdot \dot{U}_1 \cdot \dot{I}_1^*$$

$$-jS_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{32} \dot{I}_1^* - \text{predpis}$$



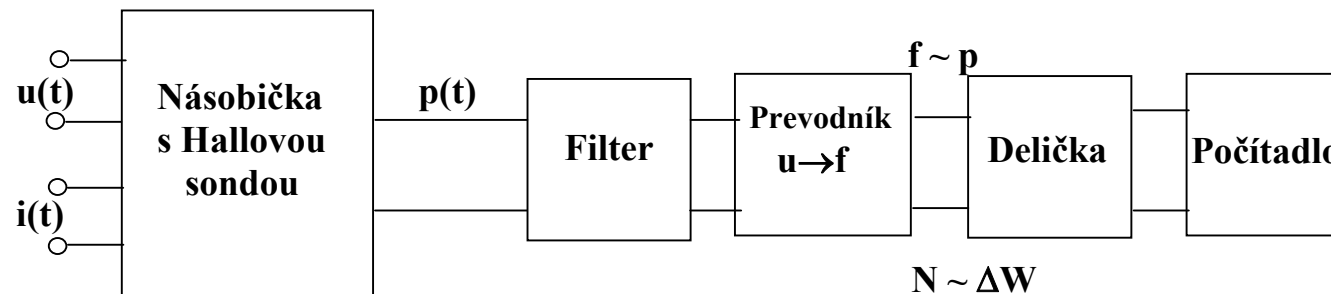
$$Q_1 = \frac{P_{W1}}{\sqrt{3}} \quad Q_C = \sqrt{3} \cdot P_{W1}$$

Meranie spotreby elektrickej energie

- práca vykonaná elektrickým prúdom odpovedajúca spotrebe elektrickej energie za čas t_m je definovaná

$$\Delta W = \int_0^{t_m} p(t) \cdot dt = \int_0^{t_m} u(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

- treba merať integrál výkonu za čas t_m
- možnosti merania – indukčné (boli) alebo elektronické elektromery
- výhody elektronických elektromerov – merajú aj nenulovú DC zložku energie a širšie frekvenčné pásmo



- počet impulzov za čas $t_m \rightarrow N \sim \Delta W$
- frekvencia impulzov $f \sim p$ (okamžitá hodnota)
- f býva rádovo kHz, aby počítadlo stačilo registrovať treba číslicovú deličku