1. Máme dva bodové náboje $+Q$ vzdialené od seba na vzdialenosť $2a$ (obr. 1). Náboje sú fixované (nemôžu sa pohybovať). Častica s hmotnosťou m a nábojom $-q$ leží na osi medzi nábojmi vo vzdialenosti z od stredu S medzi nábojmi. Ak ju uvoľníme, začne sa pohybovať po osi (prerušovaná čiara). Nájdite
   - silu, aká pôsobí na časticu v počiatočnom stave (3 body)
   - rýchlosť častice v okamihu, keď prechádza bodom S (5 bodov) (8 bodov)

   Riešenie. Sila na náboj $-q$ je súčtom príťažlivých síl od oboch nábojov,

$$F = 2\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{a^2+z^2} \times \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} = 2\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}} \tag{1}$$

a smeruje nadol. Častica s nábojom $-q$ a hmotnosťou m je teda silou ťahaná nadol, pričom jej rýchlosť narastá až do bodu S. Rýchlosť je daná kinetickou energiou, ktorú častica získava na úkor potenciálnej energie. Potenciálna energia v počiatočnom stave je

$$W_{p0} = -\frac{qQ}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}} \tag{2}$$

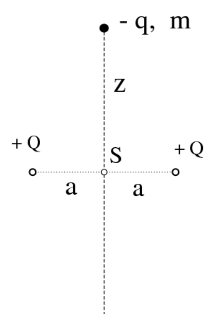
a v bode S

$$W_{pS} = -\frac{qQ}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{a}. \tag{3}$$

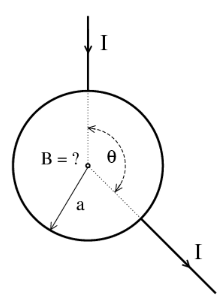
Rozdiel potenciálnych energií dáva kinetickú energiu

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2 = W_{p0} - W_{pS} \tag{4}$$

z ktorej vyjadríme rýchlosť v.



obrázok 1



obrázok 2

2. Drôtený kruh s polomerom a je pripojený k dvom vodičom podľa obrázku 2. Merný odpor drôtu je ρ. Celým systémom preteká prúd I. Nájdite magnetické pole v strede kruhu ako funkciu uhla, ktorý zvierajú dva pripojené vodiče.
   (6 bodov)

   Riešenie: Vstupujúci prúd I sa rozdelí na na prúdy I_1 a I_2 tak, aby napäťový rozdiel medzi dvoma kontaktami na obvode kruhu bol rovnaký:

$$U_1 = (2\pi-\theta)a\rho I_1 = \theta a\rho I_2 = U_2. \tag{5}$$

Pretože $I = I_1 + I_2$, dostaneme $I_1 = \theta/(2\pi)I$ a $I_2 = (2\pi-\theta)/(2\pi)I$. Magnetické pole je rozdielom príspevkov od jednotlivých prúdov I_1 a I_2:

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2a}\frac{1}{2\pi}\left[\theta(2\pi-\theta) - (2\pi-\theta)\theta\right] = 0. \tag{6}$$

Prívodné drôty k magnetickému poľu neprispievajú.

3. Priamym vodičom preteká prúd I_0. V blízkosti vodiča je štvorcový závit (obr. 3). Celkový odpor závitu je R. Závit aj vodič ležia v jednej rovine. V čase $t = 0$ začne prúd lineárne klesať: $I(t) = I_0(1 - t/T)$, až v čase $t = T$ zanikne.
- Aký magnetický tok preteká závitom v danom čase? (3b)
- Vypočítajte, aká tepelná energia sa vylúči na závite v priebehu vypínania prúdu. (5 bodov)
(8 bodov)

Riešenie: Magentický tok v závite nájdeme integráciou

$$\Phi = \int_x^{x+a} aB(x)dx = \frac{\mu_0 a I}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}. \tag{7}$$

Dosadíme časovú závislosť prúdu:

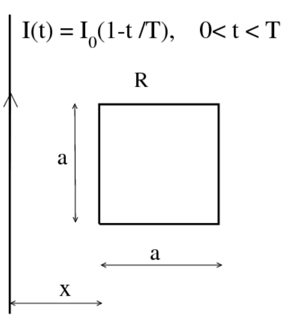
$$\Phi(t) = \frac{\mu_0 a I_0}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x} \left[1 - \frac{t}{T}\right]. \tag{8}$$

Tento vzťah udáva, ako sa mení magnetický tok cez závit, keď prúd klesá. Zmena toku indukuje elektromotorické napätie $U = -\partial\Phi(t)/\partial t$. Vidíme, že $U(t)$ nezávisí od času,

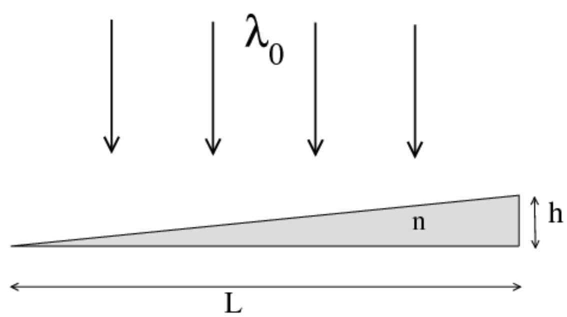
$$U(t) = U = \frac{\mu_0 a I_0}{2\pi T} \ln \frac{x+a}{x}. \tag{9}$$

Celkové teplo vylúčené na odpore bude

$$W = \int_0^T \frac{U(t)^2}{R} dt = \frac{U^2 T}{R}. \tag{10}$$



obrázok 3



obrázok 4

4. Na klin s indexom lomu n dopadá monochromatická vlna s vlnovou dĺžkou λ_0 (obr. 4). Prostredie okolo klinu je vzduch s indexom lomu = 1. Nájdite vzdialenosť susedných interferenčných maxím v odrazenej vlne. $h = 0.01$ mm, $L = 10$ cm.
(8 bodov)

Riešenie: Uvažujeme interferenciu vlny odrazenej od horného rozhrania a vlny odrazenej od dolného rozhrania. maximálny odraz dostaneme, keď tieto dve vlny budú vo fáze.

Pretože prvá vlna sa odráža od opticky hustejšieho a druhá vlna od opticky redšieho prostredia, budú vplyvom odrazov fázy oboch vĺn posunuté o π. Preto musí druhá vlna získať v procese prechodu cez klin dodatočný fázový rozdiel $(2m+1)\pi$ (m je celé číslo). Druhá vlna prejde v kline dráhu $2h_m$, takže musí platiť $2h_m k = (2m+1)\pi$. Vlnový vektor k vyjadríme pomocou vlnovej dĺžky: $k = k_0 n = (2]pi/\lambda_0)n$. Po dosadení dostaneme vyjadrenie pre dráhu h_m:

$$2h_m = \left[m + \frac{1}{2}\right] \frac{\lambda}{n}. \tag{11}$$

Polohu m-tého maxima na horizontálnej osi nájdeme z podobnosti trojuholníkov:

$$\frac{x_m}{h_m} = \frac{L}{h} \tag{12}$$

Takže

$$x_{m+1} - x_m = \frac{L}{h}(h_{m+1} - h_m) = \frac{L\lambda}{hn}. \tag{13}$$