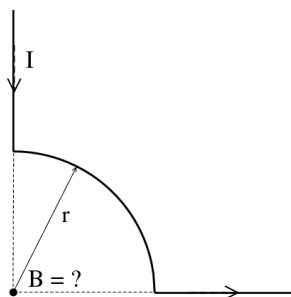


Písomka 1. 12. 2008

1. Nájdite indukciu magnetického poľa \vec{B} vytvorenú prúdom v drôte podľa obr. 1.
(2 body)



Riešenie: Priame vodiče do indukcie samozrejme neprispievajú, takže jediným príspevkom je je magnetické pole od štvrt'kruhu:

$$B = \frac{1}{4} \times \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 I}{8r}.$$

Pole je orientované smerom do papiera.

2. Elektrón obieha okolo jadra atómu rýchlosťou v . Dráha má polomer r . Aký magnetický moment tým vytvára?
Náboj elektrónu je $e = 1.6^{-19}$ C, $v = 2 \times 10^6$ m/s, $r = 0.5 \times 10^{-10}$ m.
(2 body)

Riešenie. Magnetický moment $m = IS$, kde S je plocha, ktorú elektrón po svojej dráhe obchádza: $S = \pi r^2$, a I je prúd, ktorý svojím pohybom vytvára: $I = e/T = ev/(2\pi r)$. Dosadením

$$m = \frac{evR}{2} = 8 \times 10^{-24} \text{ Am}^2.$$

3. Kovová tyč dĺžky ℓ je uchytená na jednom konci a otáča sa uhlovou rýchlosťou ω v magnetickom poli \vec{B} , ktoré je kolmé na rovinu otáčania. Nájdite napätie medzi koncami tyče.

Riešenie. Lorentzova sila $\vec{F}_m = e\vec{v} \times \vec{B}$ má smer pozdĺž tyče. Táto sila sa musí vykompenzovať elektrickou silou $\vec{F}_e = e\vec{E}$. Preto v tyči vznikne elektrické pole $E(\vec{r})$ smerujúce pozdĺž tyče:

$$E(r) = vB = \omega rB$$

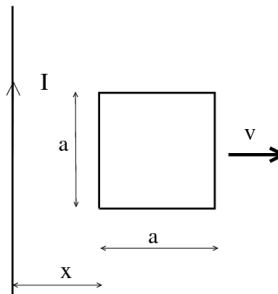
Všimnite si, že E je funkciou polohy. Napät'ový rozdiel je potom

$$U = \int_0^\ell E dr = \frac{1}{2} \omega B \ell^2.$$

(3 body)

4. Priamym vodičom preteká prúd I . V jeho blízkosti sa nachádza štvorcový závit (obr. 2). Závit sa vzd'aluje od vodiča rýchlosťou v . Nájdite:
- Magnetický tok cez plochu závitú v okamihu, keď je vzdialenosť medzi vodičom a závitom x
 - Napätie, ktoré sa v tomto momente indukuje na závite

(3 body)



Riešenie. Zdrojom magnetického poľa je priamy vodič s prúdom, preto má magnetické pole tvar

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

kde r je vzdialenosť od vodiča.

Magnetický tok je

$$\Phi(x) = \int_x^{x+a} B(r) a dx = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{x+a}{x}.$$

Zmena toku vytvára elektromotorické napätie

$$U = -\frac{\partial\Phi(x)}{\partial t} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}$$

Po derivácii dostaneme

$$U = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{a^2}{x(x+a)} \frac{\partial x}{\partial t}$$

takže

$$U = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{a^2}{x(x+a)} v,$$

pretože $v = \partial x / \partial t$.

Pozn. Alternatívne riešenie: za veľmi krátky čas dt sa závit posunie o vzdialenosť $dr = vdt$. Zmena magnetického toku cez závit bude preto

$$d\Phi = [-B(x) + B(x+a)] \times avdt$$

a

$$U = -\frac{d\Phi}{dt} = [B(x) - B(x+a)]av,$$

čo po dosadení za magnetické pole dá správny výsledok.

Pozn. 2. Iné alternatívne riešenie: v dvoch ramenách rovnobežných s priamym vodičom pôsobí na elektróny Lorentzova sila eBv , ktorá je kompenzovaná elektrickou silou eE ; intenzita poľa je preto $E = vB$, a potenciál medzi koncami ramien je vaB . Tento potenciál je na oboch ramenách rôzny, pretože magnetická indukcia závisí od vzdialenosti. Rozdiel potenciálov je EMN napätie:

$$U = va[B(x) - B(x+a)] = \frac{\mu_0 I}{2\pi} va \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+a} \right]$$

a teda

$$U = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{a^2 v}{x(x+a)}.$$